鋼管組立て材の面外座屈

土木課　森　宜制
国森昌之

1. はじめに

近年溶接組立てによるトラス状の鋼管組立材が，仮設構造物等の部材として，しばしば用いられている。この部材は橋のトラスのように，各格点毎のラテラルおよびスウエイブレースによって，横方向の安定性が保持されている場合と異なって，数格間を横方向に無拘束にされているので，開腹のI断面材として扱わなければならない。充腹のI断面材の横方向の安定性については，古くから S. Timoshonko[1]：F. Bleich[2] などによる多くの研究があり，また近くでは，板組立断面に対する東大奥村教授[3]，あるいは薄板断面に対する建築の加藤助教授[4]の研究がある。現在充腹のI断面材の横方向の安定性に対する実用的な取扱いとしては，鋼橋の設計示方書において，$\ell/b \leqq 30$ の制限下に圧縮フランジの二次半径を $b/\sqrt{10}$ としてフランジの横座屈を検討することになっており，また建築学会の計算規準では，$\ell/b \leqq 20$ の限界内では横座屈の検討は不要とし，同限界を外れるときは，K法[5] その他によるやや厳密な検討を要することとなっている。

これに対して開腹のI断面材に対する実用的な検討法はほとんどなく，前記計算規準でも，圧縮フランジがウエブ等の拘束を受けずに単独で横座屈すると考えれば，十分に安全であるとしている。しかしこれでは溶接組立てによる鋼管組立材の特徴を生かした扱いとはいえない。圧縮フランジの横座屈における，ウエブおよび引張フランジの協力作用を当然考慮すべきである。

この問題に関連のある研究としては，M. R. Horne[6] が，ポニートラスのように，下弦材がその中間において横変位拘束を受けるトラスについて，エネルギー法によって解いている。また鈴木敏郎氏[7] が，両弦材とも中間拘束を受けないトラスについて，エネルギー法で解を求めている。

本文で扱っているのは鈴木氏と同じ場合についてであるが，変分問題として解いた点と，考慮した項が多少多い点が，鈴木氏と異なっている。

2. 組立材の構成

対称の充腹I断面材と比べる便宜上，本文では次のような組立材を考慮の対象とした。

形状は両弦平行で，格間長の等しいワーレンまたはプラットタイプとし，弦材，斜材および垂直材はそれぞれ等断面の鋼管とする。ただしこの場合，部材が捩れに対して断面の反りを考慮しなくてもよいようなものでしかも断面の図心とせん断中心が一致するようなものであれば，鋼管と限らなくてもよい。なお，各部材の結合は剛接とする。

3. 組立材に伴なう記号

ℓ：中間において横方向に拘束を受けない組立材の材長

h：弦材間隔

S：格間長

α：弦材に対する斜材の傾角

$d = h/\sin\alpha = S/\cos\alpha$：斜材長

$\nu = \ell/S$：斜材数

$B_0 = EI_0$：弦材の曲げ剛性

$C_0 = GJ_0$：弦材の捩れ剛性

$B_1 = EI_1$：斜材の曲げ剛性

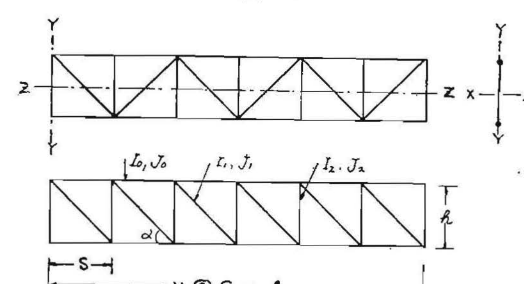
$C_1 = GJ_1$：斜材の捩れ剛性

$B_2 = EI_2$：垂直材の曲げ剛性

$C_2 = GJ_2$：垂直材の捩れ剛性

以上について図示したのが **図-1** である。

図—1



4. 組立材の横変位時の変形量

組立材が横方向に変位して釣合にあるときの変形を次の4量で表わす。（図—2参照）

u + v：圧縮弦材の横撓み

$u-v$：引張弦材の横撓み

$\varphi+\Psi$：圧縮弦材の捩れ角

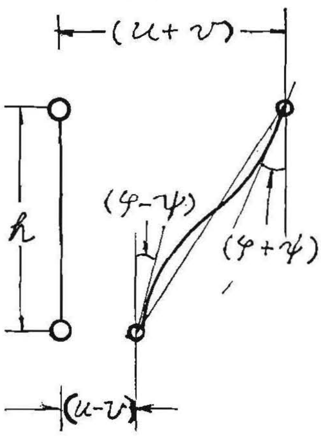
$\varphi-\Psi$：引張弦材の捩れ角

このように間接的な表現をしたのは，以後の解析の便宜を考慮したからである。なお u は組立材の中心軸の横撓み，$2v/h$ は同軸の捩れ角を表わしている。

5．座　　標

組立材の中心軸をZ軸，組立材構面内の他の軸をY軸この両軸に直角な第三の軸をX軸とし，原点は中心軸上の一端の点とする。（図－1参照）

図－2



6．外　　力

ここで扱う外力は，組立材の両端に作用する構面内の曲げモーメントMおよび軸方向圧縮力Nとする。したがって，

圧縮弦材の受ける圧縮力$=\frac{N}{2}+\frac{M}{h}$

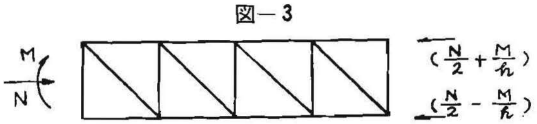
引張弦材の受ける圧縮力$=\frac{N}{2}-\frac{M}{h}$

となる。（図－3参照）

7．支　点　条　件

支点における横方向の拘束条件は次の場合を考慮する。但し $'$ は $\frac{d}{dZ}$，$''$ は $\frac{d^2}{dZ^2}$ を表わす。

図－3



a．ヒンジ端

Z＝0または l において

$u=u''=v=v''=\varphi=\varphi''=\Psi=\Psi''=0$

b．固定端

Z＝0または l において

$u=u'=v=v'=\varphi=\varphi'=\Psi=\Psi'=0$

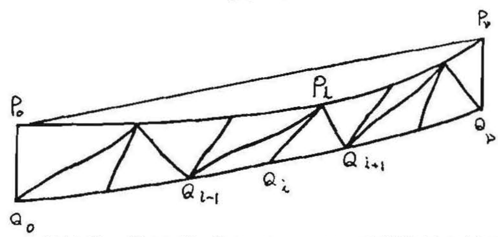
8．斜材及び垂直材の変形

横方向の変位に伴なうエネルギーを求める前に，斜材および垂直材の撓み角および捩れ角を，u，v，φ および Ψ で表現しておく。なおワーレンタイプの場合は斜材の方向が交互に変るので両方向について求めなければならない。

8—1．斜材の撓み角

今ワーレンタイプの組立材において，圧縮弦材の格点を順次にP_0，P_1，……P_νとし，引張弦材の格点を順次にQ_0，Q_1，……Q_νとしたとき，i番目の斜材が$Q_{i-1}P_i$となるような場合を考える。（図－4参照）

図－4



斜材$Q_{i-1}P_i$はP_i点において，圧縮弦材の撓み角$(u'+v')_i$と，圧縮弦材の捩れ角$(\varphi+\Psi)_i$によって，

$\{(u'+v')\cos\alpha+(\varphi+\Psi)\sin\alpha\}_i$

なる撓角を持つ。（図－5参照）

同様に，同斜材はQ_{i-1}点において

$\{(u'-v')\cos\alpha+(\varphi-\Psi)\sin\alpha\}_{i-1}$

なる撓角を持つ。

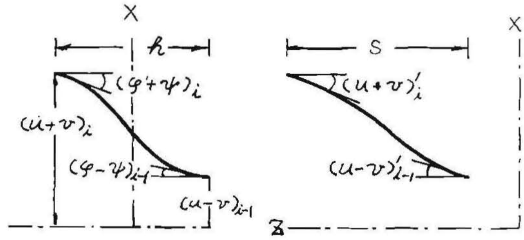
一方，P_i，Q_{i-1}を連れる線の傾角は，Sが l に比べてかなり小さいとすれば，

$$\frac{1}{d}\left\{(u+v)_i-(u-v)_{i-1}\right\}\doteqdot\frac{1}{d}(u'S+2v)_{i-\frac{1}{2}}$$

$$=\left\{u'\cos\alpha+\frac{2}{h}v\sin\alpha\right\}_{i-\frac{1}{2}}$$

となる。但しサフィックスの$i-\frac{1}{2}$はZ＝$(i-\frac{1}{2})S$に対応する値を意味する。

図－5



したがってこの斜材の，両端を連ねる線に対する，両

端の撓角は，P_i 点において

$$\{(u'+v')\cos\alpha+(\varphi+\Psi)\sin\alpha\}_i-\{u'\cos\alpha+v\frac{2}{h}\sin\alpha\}_{i-\frac{1}{2}}\doteqdot(u''\frac{S}{2}\cos\alpha+v'\cos\alpha-v\frac{2}{h}\sin\alpha+\varphi\sin\alpha+\Psi\sin\alpha)_{i-\frac{1}{2}}$$

となる。同様に Q_{i-1} 点において

$$(-u''\frac{S}{2}\cos\alpha-v'\cos\alpha-v\frac{2}{h}\sin\alpha+\varphi\sin\alpha-\Psi\sin\alpha)_{i-\frac{1}{2}}$$

となる。同様に i＋1 番目の斜材 P_i, Q_{i-1} の，両端を連ねる線に対する。両端の撓角は Q_{i+1} 点において，

$$(u''\frac{S}{2}\cos\alpha-v'\cos\alpha+v\frac{2}{h}\sin\alpha-\varphi\sin\alpha+\Psi\sin\alpha)_{i+\frac{1}{2}}$$

となり，P_i 点において，

$$(-u''\frac{S}{2}\cos\alpha+v'\cos\alpha+v\frac{2}{h}\sin\alpha-\varphi\sin\alpha-\Psi\sin\alpha)_{i+\frac{1}{2}}$$

となる。

プラットタイプの場合は，この中のいずれか一方の方向のみを考えればよい。

8—2 斜材の振れ角

前節と同じ斜材 $Q_{i-1}P_i$ について考える。同材は点 P_i において，圧縮弦材の撓み角 $(u'+v')_i$ と，圧縮弦材の振れ角 $(\varphi+\Psi)_i$ によって，

$$\{(\varphi+\Psi)\cos\alpha-(u'+v')\sin\alpha\}_i$$

なる振れ角を持つ。同様に点 Q_{i-1} において，

$$\{(\varphi-\Psi)\cos\alpha-(u'-v')\sin\alpha\}_{i-1}$$

なる振れ角を持つ。

同様に斜材 P_iQ_{i+1} は点 Q_{i+1} において，

$$\{(\varphi-\Psi)\cos\alpha+(u'-v')\sin\alpha\}_{i+1}$$

なる振れ角を持ち，点 P_i において，

$$\{(\varphi+\Psi)\cos\alpha+(u'+v')\sin\alpha\}_{i+1}$$

なる振れ角を持つ。

プラットタイプの場合は，この中のいずれか一方のみを考えればよい。

8—3 垂直材の撓み角

前節で扱ったワーレンタイプの組立材の i 番目の垂直材を考慮する。垂直材 P_iQ_i は P_i 点において，圧縮材の振れによって，$(\varphi+\Psi)_i$ なる撓角を持つ。一方，P_i, Q_i を連ねる線の傾角は $v_i\frac{2}{h}$ である。したがって，同材の両端を連ねる線に対する，P_i 点の撓角は

$$(\varphi+\Psi-v\frac{2}{h})_i$$

となり，同様に Q_i 点の撓角は

$$(\varphi-\Psi-v\frac{2}{h})_i$$

となる。

垂直材についてはプラットタイプも同様である。

8—4 垂直材の振れ角

前節と同様に i 番目の垂直材を考慮する。垂直材 P_iQ_i は，P_i 点において，圧縮弦材の撓み角によって，

$$-(u'+v')_i$$

なる振れ角を持ち，Q_i 点において

$$-(u'-v')_i$$

なる振れ角を持つ。

垂直材については，プラットタイプの場合も同様である。

9．変形に伴なうエネルギー

組立材が前記の外力MおよびNを受けて，横方向に変形したときのエネルギーを求める。この場合，支点はヒンジまたは固定であるから，支点反力は仕事をしない。したがって外力のなす仕事は，MおよびNによるもののみとなる。また各エネルギーはいずれも $\int_0^l \cdots\cdots dZ$ という形になるが，煩雑さを避けるため，積分記号を略したZ方向の単位長についてのエネルギーを示す。

9—1 外力のなす仕事

両弦材が彎曲することにより，各弦材の両端にZ軸方向の相対変位が生じ，これによって外力MおよびNは次の仕事をする。なおこの場合，弦材断面の図心とせん断中心が一致する場合を考慮しているので，振れに伴なう仕事はない。

$$-\frac{1}{2}(\frac{N}{2}+\frac{M}{h})(u'+v')^2-\frac{1}{2}(\frac{N}{2}-\frac{M}{h})(u'-v')^2=-\{(u')^2+(v')^2\}\frac{N}{2}-(u'v')\frac{2M}{h}$$

9—2 弦材の曲げエネルギー

$$\frac{1}{2}B_0(u''+v'')^2+\frac{1}{2}B_0(u''-v'')^2=[(u'')^2+(v'')^2]B_0$$

9—3 弦材の振れエネルギー

$$\frac{1}{2}C_0(\varphi'+\Psi')^2+\frac{1}{2}C_0(\varphi'-\Psi')^2=\{(\varphi')^2+(\Psi')^2\}C_0$$

9—4 斜材の曲げエネルギー

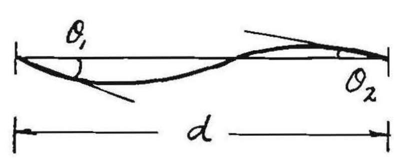
さて，両端を弾性的に固定されている部材の両端に，Q_1 および Q_2 なる撓み角が生じているときの曲げエネルギーは

$$\frac{B^1}{d}(Q_1^2+Q_1Q_2+Q_2^2)$$

となる。但し，B_1は部材の曲げ剛性，d は部材長である。（図—6 参照）

上式の Q_1 および Q_2 に，8—1 で求めた撓み角を代入したものが，斜材の曲げエネルギーである。

図—6



ワーレンタイプの組立材の場合は，斜材の方向が交互

に変るので表現が多少異なってくる。**8—1**で扱ったi番目の斜材の曲げエネルギーは

$$\frac{2B_1}{d}\{(u'')^2\frac{S}{4}\cos^2\alpha+(v')^2\cos^2\alpha+\Psi^2\sin^2\alpha+(u''\Psi)$$
$$S\cos\alpha\times\sin\alpha+\varphi^2\,3\sin^2\alpha-(v\varphi)\frac{12}{h}\sin^2\alpha+v^2\frac{12}{h^2}$$
$$\sin^2\alpha+(u''v')\,S\cos^2\alpha+(v'\Psi)\,2\cos\alpha\cdot\sin\alpha\}_{i-\frac{1}{2}}$$

となり，i＋1番目の斜材の曲げエネルギーは，

$$\frac{2B_1}{d}\{(u'')^2\frac{S}{4}\cos^2\alpha+(v')^2\cos^2\alpha+\psi^2\sin^2\alpha+(u''\psi)$$
$$S\cos\alpha\times\sin\alpha+\varphi^2\,3\sin^2\alpha-(v\varphi)\frac{12}{h}\sin^2\alpha+v^2\frac{12}{h^2}$$
$$\sin^2\alpha-(u''\psi)\,S\cos\alpha\cdot\sin\alpha-(v'\psi)\,2\cos\alpha\cdot\sin\alpha\}_{i+\frac{1}{2}}$$

となる。両者の相違は，終りの二つの項の符号が異なっていることである。全斜材について総和を求める場合交互に符号の変る終りの二つの項の和は，S$(=\frac{l}{\nu})$がlに比べて小さいときは，それぞれ0になるので省略することができる。

一方プラットタイプの組立材の場合は，全斜材が同方向であるので，上記二者の中の一者のみの総和をとればよいが，この場合も終りの二つの項の総和がそれぞれ0になるので省略することができる。結局タイプを問わず斜材の曲げエネルギーの総和は，

$$\sum_{i=1}^{\nu}\frac{2B_1}{d}\{(u'')^2\frac{S}{4}\cos^2\alpha+(v')^2\cos^2\alpha+\psi^2\sin^2\alpha+(u''\psi)$$
$$S\cos\alpha\times\sin\alpha+\varphi^2\,3\sin^2\alpha-(v\varphi)\frac{12}{h}\sin^2\alpha+v^2\frac{12}{h^2}$$
$$\sin^2\alpha\}_{i-\frac{1}{2}}$$

となる。

今S$\left(=\frac{l}{\nu}\right)$が$l$に比べて小さいときは

$$\sum_{i=1}^{\nu}a_i\doteqdot\int_0^l\frac{a}{S}dZ$$

であるから，斜材一本の曲げエネルギーを格間長Sで割ったものは，近似的に，組立材の材軸方向の単位長当りの斜材の曲げエネルギーとなる。このような整理を行なった結果を本節末の一覧表に示す。

9—5 斜材の捩れエネルギー

両端にτ_1およびτ_2なる捩れ角を生じている部材の捩れエネルギーは，

$$\frac{C_1}{2d}(\tau_2-\tau_1)^2$$

となる。但しC_1は部材の捩れ剛性，dは部材長である。上式に**8—2**の捩れ角を代入したものが，斜材の捩れエネルギーであるが，前節と同様に斜材の方向で値が異なり，iおよびi＋1番目の斜材の捩れエネルギーは次の値となる。

$$\frac{C_1}{2d}\{(\varphi')^2S^2\cos^2\alpha+\psi^2\,4\cos^2\alpha+(u'')^2S^2\sin^2\alpha-(u''\psi)$$
$$4S\cos\alpha\times\sin\alpha+(v')^2\,4\sin^2\alpha-(v'\varphi')\,4S\cos\alpha\sin\alpha$$
$$\pm(\varphi'\psi)\,4S\cos^2\alpha\mp(u''\varphi')\,2S^2\cos\alpha\sin\alpha\mp(v'\psi)\times$$
$$8\cos\alpha\cdot\sin\alpha\pm(u''v')\,4S\sin\alpha\}_{i\mp\frac{1}{2}}$$

終りの四つの項が二通りの符号を有するが，これがi番目の斜材とi＋1番目の斜材の相違を示すものである。しかしこれらの項は全斜材について総和を求めると0になるので省略することができる。また全斜材が同じ方向の場合でも，これらの四つの項のおのおのの総和は0となるので省略することができる。

したがって斜材の全捩れエネルギーは，

$$\sum_{i=1}^{\nu}\frac{C_1}{2d}\{(\varphi')^2S^2\cos^2\alpha+\psi^2\,4\cos^2\alpha+(u'')^2S^2\sin^2\alpha$$
$$-(u''\psi)\,4S\cos\alpha\sin\alpha+(v')^2\,4\sin^2\alpha$$
$$-(v'\varphi')\,4S\cos\alpha\sin\alpha\}_{i-\frac{1}{2}}$$

となる。

なおこの各項を格間長Sで割ったものが近似的に，材軸方向の単位長当りの捩れエネルギーとなる。このような整理を行なった結果を節尾の一覧表に示す。

9—6 垂直材の曲げエネルギー

9—4と同様な方法で垂直材について曲げエネルギーを求めると，i番目の垂直材は，

$$\frac{2B_2}{h}\left(v^2\frac{12}{h^2}+3\varphi^2+\psi^2-v\varphi\frac{12}{h}\right)_i$$

となる。これを格間長Sで割ったものが，近似的に組立材の軸方向の単位長当りの垂直材の曲げエネルギーとなる。

9—7 垂直材の捩れエネルギー

9—5と同様な考えで垂直材の捩れエネルギーを求めると，i番目の垂直材は，

$$\frac{C_2}{2h}\cdot 4\,(v')_i^2$$

となる。これを格間長Sで割ったものが，近似的に材軸方向の単位長当りの垂直材の捩れエネルギーとなる。

以上の結果を**表—1**に総括する。但し同表のエネルギー値は$\int_0^l\cdots\cdots dZ$を省略している。

10. 変形時の釣合条件

前節で求めた全エネルギーをu，v，φおよびψで変分し，その結果を0と置けば変形時の釣合式が得られる。なお煩雑を避けるため式の変化の過程を省略するが，その過程においては次の例のように部分積分を行ないさら

表―1　横方向の変形に伴なうエネルギー

項　　目		組立材の材軸方向の単位長当りのエネルギー
外力のなす仕事		$-(u')^2\frac{N}{2}-(v')^2\frac{N}{2}-(u'\,v')\frac{2M}{h}$
弦材の歪エネルギー	曲げ	$(u'')^2B_0+(v'')^2B_0$
	振れ	$(\varphi')^2C_0+(\psi')^2C_0$
斜材の歪エネルギー	曲げ	$(u'')^2\frac{B_1}{2}\cos^3\alpha+(v')^2\frac{2B_1}{h^2}\cos\alpha\sin^2\alpha+v^2\frac{24\,B_1}{S^2h^2}\cos\alpha\sin^2\alpha+\varphi^2\frac{6B_1}{S^2}\cos\alpha\sin^2\alpha$ $+\psi^2\frac{2B_1}{S^2}\cos\alpha\sin^2\alpha+(u''\,\psi)\frac{2B}{S}\cdot\cos^2\alpha\cdot\sin\alpha-(v\,\varphi)\frac{24\,B_1}{S^2h}\cos\alpha\sin^2\alpha$
	振れ	$(u'')^2\frac{C_1}{2}\cos\alpha\sin^2\alpha+(v')^2\frac{2C_1}{h^2}\sin^3\alpha\cdot\tan\alpha+(\varphi')^2\frac{C_1}{2}\cos^3\alpha+\psi^2\frac{2C_1}{S^2}\cos^3\alpha$ $-(u''\,\psi)\frac{2C_1}{S}\cos^2\alpha\sin\alpha-(v'\varphi')\frac{2C_1}{h}\cos\alpha\sin^2\alpha$
垂直材の歪エネルギー	曲げ	$v^2\frac{24\,B_2}{S^2h^2}\cot\alpha+\varphi^2\frac{6B_2}{S^2}\cot\alpha+\psi^2\frac{2B_2}{S^2}\cot\alpha-(v\varphi)\frac{24\,B_2}{S^2h}\cot\alpha$
	振れ	$(v')^2\frac{2C_2}{h^2}\tan\alpha$

に支点条件（7節）を考慮している。たとえば

$$\delta\int_0^l(u'')^2\,dZ=\int_0^l Zu''(\delta u)''dZ=[2u''(\delta u)']_0^l$$

$$-\int_0^l 2u'''(\delta u)'dZ=[2u''(\delta u)']_0^l-[2u'''\delta u]_0^l$$

$$+\int_0^l 2u''''\delta u\,dZ$$

となるが，左辺の第１項は，支点条件より，Z＝0，l において，$u''=0$ かあるいは，$(\delta u)'=0$ となるから0となる。また同じく第２項は，Z＝0，l において $\delta u=0$ となるから0となる。

結局，

$$\delta\int_0^l(u'')^2dZ=\int_0^l 2u''''\delta u\,dZ$$

となる。同様に

$$\delta\int_0^l(u')^2dZ=-\int_0^l 2u''\delta u\,dZ$$

$$\delta\int_0^l u'v'dZ=-\int_0^l v''\delta u\,dZ-\int_0^l u''\delta v\,dZ$$

$$\delta\int_0^l u''\psi dZ=\int_0^l\psi''\delta u\,dZ+\int_0^l u''\delta\psi dZ$$

などとなる。したがって全エネルギーの変分は，

$$\delta(\text{全エネルギー})=\int_0^l(\delta u\text{の全係数項})\delta u\,dZ$$

$$+\int_0^l(\delta v\text{の全係数項})\delta v\,dZ+\int_0^l(\delta\varphi\text{の全係数項})$$

$$\delta\varphi dZ+\int_0^l(\delta\psi\text{の全係数項})\,\delta\psi\,dZ=0$$

となる。上式が δu, …… の値如何にかかわらずつねに成立するためには，

$$(\delta u\text{の全係数項})=0$$

………………………… .

の４式が成立しなければならない。この４式が釣合式である。実際の結果は次の通りである。

$$u''''(2B_0+B_1\cos^3\alpha+C_1\cos\alpha\sin^2\alpha)+u''N+v''\frac{2}{h}M+\psi''\frac{2}{S}(B_1-C_1)\cos^2\alpha\sin\alpha=0 \quad\cdots\cdots(1)$$

$$v''''2B_0+v''[N-\frac{4}{h^2}(B_1\cos\alpha\sin^2\alpha+C_1\sin^3\alpha\tan\alpha+C_2\tan\alpha)]+v\frac{48}{S^2h^2}(B_1\cos\alpha\sin^2\alpha+B_2\cot\alpha)+u''\frac{2}{h}M+\varphi''\frac{2C_1}{h}(\cos\alpha\sin^2\alpha-\varphi\frac{2h}{S^2h^2}(B_1\cos\alpha\sin^2\alpha+B_2\cot\alpha)=0 \quad\cdots\cdots(2)$$

$$v''\frac{2C_1}{h}\cos\alpha\sin^2\alpha-v\frac{24}{S^2h}(B_1\cos\alpha\sin^2\alpha+B_2\cot\alpha)-\varphi''(2C_0+C_1\cos^3\alpha)+\varphi\frac{12}{S^2}(B_1\cos\alpha\sin^2\alpha+B_2\cot\alpha)=0 \quad\cdots\cdots(3)$$

$$u''\frac{2}{S}(B_1-C_1)\cos^2\alpha\sin\alpha-\psi''2C_0+\psi\frac{4}{S^2}(B_1\cos\alpha\sin^2\alpha+B_2\cot\alpha+C_1\cos^3\alpha)=0 \quad\cdots\cdots(4)$$

これらのうち，(3)および(4)式は，外力N，Mに無関係に v と φ，u と ψ の相互関係を与えるものである。ただしこの関係は支点条件に無関係ではない。

今 v と φ，u と ψ の関係を次式で表わすとすれば，

$$\varphi=\lambda_1\frac{2v}{h} \quad\cdots\cdots(5)$$

$$\psi=\lambda_2\frac{\pi^2}{2l\nu}u \quad\cdots\cdots(6)$$

但しλ_1, λ_2は支点条件によって定まる定数とする。(1)〜(4)式は次のように整理される。

$$u''''(2B_0+B_1\cos^3\alpha+C_1\cos\alpha\sin^2\alpha)$$
$$+u''\{N+\lambda_2\frac{\pi^2}{l^2}(B_1-C_1)\cos^2\alpha\sin\alpha\}$$
$$+v''\frac{2}{h}M=0 \quad\cdots\cdots(7)$$

$$v''''2B_0+v''[N-\frac{4}{h^2}\{2\lambda_1C_0+B_1\cos\alpha\sin^2\alpha$$
$$+C_1(\lambda_1\cos\alpha-\sin\alpha\tan\alpha)\cos2\alpha$$
$$+C_2\tan\alpha\}]+u''\frac{2}{h}M=0 \quad\cdots\cdots(8)$$

$$v''(-2\lambda_1C_0+C_1\cos\alpha\sin^2\alpha-\lambda_1C_1\cos^3\alpha)$$
$$-v\frac{12}{S^2}(1-\lambda_1)(B_1\cos\alpha\sin^2\alpha+B_2\cot\alpha)=0 \quad\cdots\cdots(9)$$

$$u''\{-\lambda_2\frac{\pi^2}{2\nu^2}C_0+(B_1-C_1)\cos^2\alpha\sin\alpha\}$$
$$+u\lambda_2\frac{\pi^2}{l^2}(B_1\cos\alpha\sin^2\alpha+B_2\cot\alpha+C_1\cos^3\alpha)=0\cdots(10)$$

上述の(7), (8)式が外力N, Mに対する横変位を与える式で, (9), (10)式が常数λ_1, λ_2を与える式である。

11. 両端ヒンジおよび両端固定のときの限界値

a. 両端ヒンジの場合

この支点条件を満足する任意の解として

$$u=u_0\sin\frac{\pi}{l}Z$$
$$v=v_0\sin\frac{\pi}{l}Z$$

(但し, u_0, v_0は任意の常数とする。)

を選び, (7)〜(10)式に代入し, u_0v_0を消去すれば(13)(14)(15)式が得られる。但し表現の煩雑さを避けるために(11)(12)式のように一括している。

$$Pe=\frac{\pi^2}{l^2}\{2B_0+B_1\cos^3\alpha+C_1\cos\alpha\sin^2\alpha-\lambda_2(B_1-C_1)$$
$$\times\cos^2\alpha\sin\alpha\} \quad\cdots\cdots(11)$$

$$Pw=\frac{\pi^2}{l^2}2B_0+\frac{4}{h^2}\{2\lambda_1C_0+B_1\cos\alpha\sin^2\alpha+$$
$$C_1(\lambda_1\cos\alpha-\sin\alpha\tan\alpha)\cos2\alpha+C_2\tan\alpha\} \quad\cdots\cdots(12)$$

$$(Pe-N)(Pw-N)-\frac{4}{h^2}M^2=0 \quad\cdots\cdots(13)$$

$$\lambda_1=\frac{\frac{12\nu^2}{\pi^2}B_1\cos\alpha\sin^2\alpha+\frac{12\nu^2}{\pi^2}B_2\cot\alpha+C_1\cos\alpha\sin^2\alpha}{2C_0+\frac{12\nu^2}{\pi^2}B_1\cos\alpha\sin^2\alpha+\frac{12\nu^2}{\pi^2}B^2\cot\alpha+C_1\cos^3\alpha} \quad\cdots(14)$$

$$\lambda_2=\frac{\frac{2\nu^2}{\pi^2}(B_1-C_1)\cos^2\alpha\sin\alpha}{C_0+\frac{2\nu^2}{\pi^2}B_1\cos\alpha\sin^2\alpha+\frac{2\nu^2}{\pi^2}B^2\cot\alpha+\frac{2\nu^2}{\pi^2}C_1\cos^3\alpha} \quad\cdots\cdots(15)$$

b. 両端固定の場合

同様に支点条件を満足する任意の解として

$$u=u_0(1-\cos\frac{2\pi}{l}Z)$$
$$v=v_0(1-\cos\frac{2\pi}{l}Z)$$

(但し, u_0, v_0は任意の定数とする。)

を選び, (7)〜(10)式に代入し, (11'), (12')式のように整理すれば, (13'), (14'), (15')式が得られる。但し(9), (10)式はそのままでは, 上記の解が同式を満足しないので一度Zで微分したものに代入している。このような方法で釣合の限界値を求めることは, 微分方程式の固定値を求めることに帰着するのでこのような操作は許されるものと思われる。

$$P'_e=\frac{4\pi^2}{l^2}\{2B_0+B_1\cos^3\alpha+C_1\cos\alpha\sin^2\alpha-\frac{\lambda'_2}{4}(B_1-C_1)$$
$$\cos^2\alpha\sin\alpha\} \quad\cdots\cdots(11')$$

$$P'_w=\frac{4\pi^2}{l^2}2B_0+\frac{4}{h^2}\{2\lambda'_1C_0+B_1\cos\alpha\sin^2\alpha+C_1(\lambda'_1\cos\alpha$$
$$-\sin\alpha\cdot\tan\alpha)\times\cos2\alpha+C_2\tan\alpha\} \quad\cdots\cdots(12')$$

$$(P'_e-N)(P'_w-N)-\frac{4}{h^2}M^2=0 \quad\cdots\cdots(13')$$

$$\lambda'_1=\frac{\frac{3\nu^2}{\pi^2}B_1\cos\alpha\sin^2\alpha+\frac{3\nu^2}{\pi^2}B_2\cot\alpha+C_1\cos\alpha\sin^2\alpha}{2C_0+\frac{3\nu^2}{\pi^2}B_1\cos\alpha\sin^2\alpha+\frac{3\nu^2}{\pi^2}B_2\cot\alpha+C_1\cos^3\alpha} \quad\cdots\cdots(14')$$

$$\lambda'_2=\frac{\frac{2\nu^2}{\pi^2}(B_1-C_1)\cos^2\alpha\sin\alpha}{C_0+\frac{\nu^2}{2\pi^2}B_1\cos\alpha\sin^2\alpha+\frac{\nu^2}{2\pi^2}B_2\cot\alpha+\frac{\nu^2}{2\pi^2}C_1\cos^3\alpha} \quad\cdots\cdots(15')$$

12. 結果の考察

前節の結果において(13)式がNとMの限界条件を与えるものである。

もし外力としてNだけが作用する場合は, (13)式においてM＝0とおけばNの限界値として次式を得る。

$$N_k=P_e \text{ or } P_w \quad\cdots\cdots(\mathrm{I})$$

P_e, P_wはもともと記述の便宜上(11), (12)式のように表わしたものであるが, (I)式から明らかなようにNのみが作用するときの限界値を意味している。しかもP_eは充腹断面材のオイラー座屈値——材軸の彎曲のみによって座屈するときの限界値——に対応し, P_wは同じくワグナー座屈値——材軸の捩れのみによって座屈するときの限界値——に対応している。

P_e, P_wは支点条件によって値を異にするが, 組立材に固有な値である。ただし$P_w>P_e$であるため, P_wは現象的には実在しない固有値である。もし外力としてMだけ作用する場合は, (13)式においてN＝0とおけばMの限界値として次式を得る。

$$M_k=\frac{h}{2}\sqrt{P_eP_w} \quad\cdots\cdots(16)$$

(16)式もまた充腹断面材と同じ表現である。

ところで M_k は現象的に実在する固有値であるから，現象的に考える場合には次式のように(13)式の P_w の代りに M_k を用いた方が都合がよい。

$$(1-\frac{N}{P_e})\{1-(\frac{P_e h}{2M_k})^2\frac{N}{P_e}\}-(\frac{M}{M_k})^2=0 \quad \cdots\cdots(17)$$

次に λ_1 であるがこれは(5)式で定義したように，両弦材の平均捩れ角 φ と組立材の材軸の捩れ角 $\frac{2v}{h}$ との比を表わすが，この値は第14節で述べるように1より小さい。λ_1 が1より，小さいということは，材軸の捩れと弦材の捩れとの間に多少のずれがあることを意味している。ところで(12)式においてはもっとも支配的な項は C_0 を含む項であるが，この項に λ_1 も含まれるということは，ワグナー座屈においては捩れのずれの影響がかなりあるということを意味している。この捩れのずれの現象は，充腹断面材において，ウエブプレートの変形によって断面形状が図―7のように崩れる現象に対応している。

図―7

また λ_2 は(6)式で定義したように，両弦材の捩れ角の差 2ψ と，材軸の撓み u との比例関係を示す常数であるが，一般にこの値は第14節で述べるように，小さいが0ではない。したがって(11)式に λ_2 が含まれるということは，オイラー座屈においても弦材に若干の捩れが生ずることを意味している。しかし実際には(11)式における λ_2 を含む項の影響はきわめて小さいので，実質的には弦材に捩れは生じないと考えてよい。

また(11)式には B_2，C_2 が含まれていないが，これはオイラー座屈には垂直材の存在が殆んど影響しないことを意味している。

さて特別な場合として $B_1=C_1=B_2=C_2=0$ の場合を考えると，(11)～(16)式は次のように改められる。

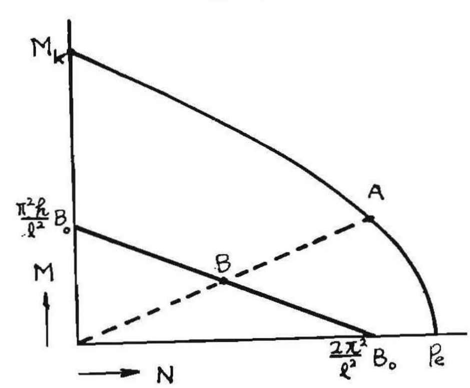
$$\left.\begin{aligned} &P_e=P_w=\frac{\pi^2}{l^2}2B_0 \\ &M_k=\frac{\pi^2}{l^2}B_0 h \\ &\lambda_1=\lambda_2=0 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{II})$$

$$\frac{N}{2}+\frac{M}{h}=\frac{\pi^2}{l^2}B_0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{III})$$

(III)式がこの場合の限界条件を示す式であるが，同式は明らかに圧縮弦材が単独に座屈するときの状態を示している。同式が開腹I断面材に対する在来の安定検討式であるが，これは次に述べるように，あまりにも安全側になり過ぎている。

今N―M座標上に(11)～(16)式および(III)式から求めた安定限界線を描くと，図―8のように前者は双曲線となり後者は直線となる。同図において安定領域はN軸，M軸と限界線で囲まれる部分を表わされるが，双曲線の方が遙かに領域が広いことが分かる。またこの双曲線はMの小さい部分でかなりふくらみを持っているので，Nに多少の偏心があっても，偏心のない場合に比べてあまり強度低下を来たさないことが分かる。たとえば片弦圧縮すなわち $M=\frac{h}{2}\cdot N$ のときは，各限界値は同図においてA点およびB点で表わされるが，A点のNは P_e よりわずかに小さい程度であるが，B点のNは $\frac{\pi^2}{l^2}2B_0$ の 1/2 に低下している。このように多少の偏心ではあまり強度低下を来たさないという点に，前節の結論と在来の検討法との差が大きく表われているように思われる。

図―8



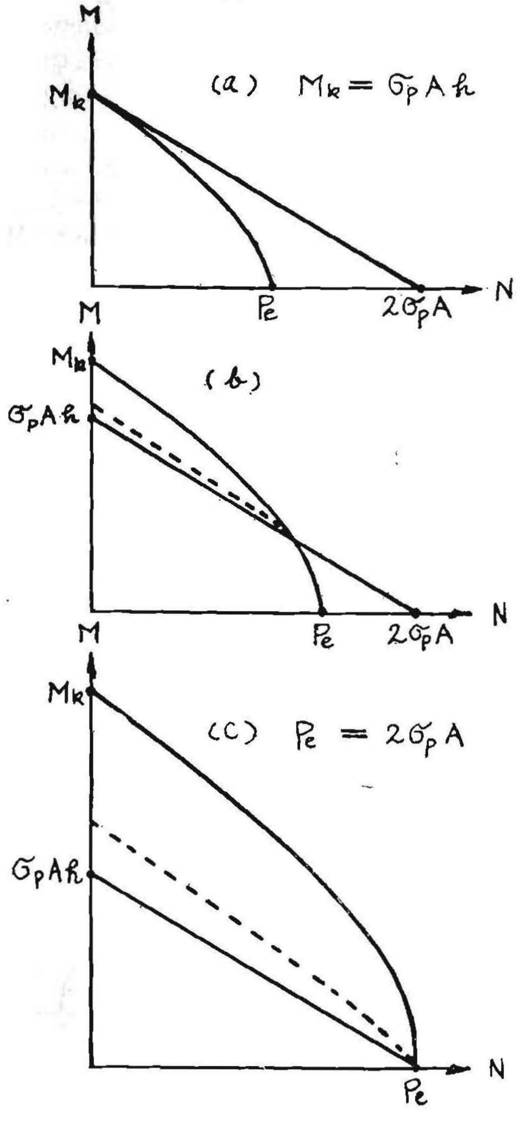
13. 適　用　範　囲

第11節の結果は弾性域において成立つものである。いいかえると，次式に示すようにNとMによる圧縮弦材の応力が同材の比例限度 σ_p を超えない場合に成立つものである。

$$\frac{1}{A_0}(\frac{N}{2}+\frac{M}{h}) \leqq \sigma_p \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

今上式の境界線と(17)式の安定限界線をN―M座標上に描けば，前者は直線となり，後者は双曲線となる。第11節の結果が無条件に適用可能なためには，この双曲線がつねに直線の下になければならない。ところでこの直線の勾配と，双曲線の漸近線の勾配とはともに $-\frac{h}{2}$ となり一致するので，両者が互いに接することはあり得ない。

図—9



したがって，第11節の結果が無条件に適用可能な場合の上限は図—9 a に示す場合となる。なお以上のことを記述的に表現すると次式となる。

$M_k \leqq \sigma_p A_0 h$ ……………………………………(19)

もし図—9 b のように直線と双曲線が交叉する場合には，直線の下方にある双曲線の部分のみ，いいかえるとMが比較的小さな場合にのみ適用可能である。このようにMが小さな場合にはかなり適用可能な領域が拡がることになる。このことは，多少の偏心は強度低下にあまり影響を及ぼさないという点（第12節参照）で，第11節の結果の実用的意義を高めるものと思われる。なお図—9 b の場合を記述的に表現すれば次式となる。

$$\left.\begin{array}{l} M_k > \sigma_p A_0 h \\ P_e \leqq 2\sigma_p A_0 \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

次は第11節の結果がまったく適用できない場合であるが，これは双曲線がつねに直線の上方にある場合である。その下限が図—9 c の場合となる。なお全面的に適用不能な場合の記述的表現は次式となる。

$P_e > 2\sigma_p A_0$ ……………………………………(21)

以上のうち全面的もしくは部分的に適用不能な場合の安定限界線は図—9 b や図—9 c における破線のように修正されるべきものであると想像されるが，その具体策については今後の研究に俟たなければならない。

14. 近似化と数値による検討

まずウエブ材の剛性を次のように表わす。

$r_1 = B_1/B_0 = C_1/C_0$ ……………………………(22)

$r_2 = B_2/B_0 = C_2/C_0$ ……………………………(23)

また各部材が鋼管であれば次式がなり立つ。

$C_0/B_0 = C_1/B_1 = C_2/B_2 \fallingdotseq 1/1.3 \fallingdotseq 0.77$ ………(IV)

次にr_1等の値の範囲を次のように仮定する。

$$\left.\begin{array}{l} 0.05 \leqq (r_1,\ r_2) \leqq 0.5 \\ 30^\circ \leqq \alpha \leqq 60^\circ \\ 3 \leqq \nu \leqq 10 \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{V})$$

14—1 λ_1 について

（V）式の範囲では(14)式のC_1を含む項は他の項に比べて影響が小さいので省略すると(24)式を得る。さらに(22)，(23)(IV)式を代入すると(24′)式を得る。さらに

$\nu = l\tan(\alpha/h)$ を代入すると(24″)を得る。

$$\lambda_1 = \frac{6\nu^2\cot\alpha(B_1\sin^3\alpha+B_2)}{C_0+\frac{6\nu^2}{\pi}\cot(B_1\sin^3\alpha+B_2)} \cdots\cdots(24)$$

$$= \frac{0.79\nu^2\cot\alpha(B_1\sin^3\alpha+r_2)}{1+0.79\nu^2\cot\alpha(r_1\sin^3\alpha+r_2)} \cdots\cdots(24')$$

$$= \frac{0.79\frac{l^2}{h^2}\tan\alpha(r_1\sin^3\alpha+r_2)}{1+0.79\frac{l^2}{h^2}\tan\alpha(r_1\sin^3\alpha+r_2)} \cdots\cdots(24'')$$

(24″)式から明らかなように，λ_1は l/h が大きくなればなるほど，αが 90° に近くなればなるほど，r_1 およびr_2が大きくなればなるほど 1 に近づく。いいかえると，l/hが一定なときは，ウエブ材のピッチをより細まかくし，ウエブ材により太いものを用いれば，捩れに対する材軸と弦材との間のずれは小さくなり，捩れに対する抵抗力は増大する。なおλ_1が実際にどの位になるかを計算した結果が表—2 である。

14—2 λ_2 について

λ_1と同様にすれば，(15)式は次のように改められる。

$$\lambda_2 = \frac{0.3r_1\cos^2\alpha\sin\alpha}{\frac{4.935}{\nu^2}+r_1\cos\alpha(1.3\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)+r_2\cot\alpha} \cdots(25)$$

表—2　λ_1 の 値

		α = 30°					α = 45°					α = 60°				
	r_1 \ r_2	0	0.05	0.1	0.25	0.5	0	0.05	0.1	0.25	0.5	0	0.05	0.1	0.25	0.5
	0	0	0.382	0.551	0.755	0.960	0	0.262	0.415	0.640	0.780	0	0.172	0.291	0.505	0.673
	0.05	0.071	0.410	0.566	0.759	0.862	0.112	0.325	0.445	0.655	0.786	0.120	0.250	0.353	0.537	0.686
$\nu=3$	0.1	0.134	0.437	0.581	0.764	0.863	0.201	0.378	0.490	0.670	0.792	0.211	0.322	0.400	0.564	0.699
	0.25	0.277	0.500	0.617	0.776	0.867	0.384	0.494	0.571	0.706	0.807	0.400	0.466	0.520	0.628	0.731
	0.5	0.437	0.582	0.667	0.794	0.874	0.557	0.617	0.663	0.744	0.828	0.571	0.606	0.636	0.702	0.772
	0	0	0.631	0.773	0.895	0.945	0	0.496	0.667	0.831	0.908	0	0.365	0.532	0.739	0.85
	0.05	0.175	0.658	0.784	0.897	0.945	0.258	0.571	0.699	0.841	0.911	0.275	0.484	0.602	0.763	0.858
$\nu=5$	0.1	0.299	0.683	0.793	0.899	0.946	0.411	0.627	0.727	0.849	0.913	0.426	0.569	0.654	0.782	0.866
	0.25	0.515	0.735	0.817	0.905	0.947	0.633	0.731	0.787	0.869	0.920	0.649	0.708	0.750	0.824	0.883
	0.5	0.683	0.794	0.848	0.914	0.951	0.777	0.817	0.845	0.894	0.930	0.787	0.810	0.829	0.867	0.904
	0	0	0.876	0.931	0.972	0.986	0	0.802	0.890	0.953	0.976	0	0.704	0.824	0.921	0.959
	0.05	0.467	0.888	0.937	0.973	0.986	0.590	0.846	0.905	0.956	0.977	0.610	0.795	0.862	0.930	0.962
$\nu=10$	0.1	0.638	0.899	0.941	0.973	0.986	0.742	0.874	0.917	0.959	0.978	0.754	0.845	0.887	0.937	0.964
	0.25	0.814	0.920	0.949	0.975	0.987	0.877	0.932	0.938	0.964	0.979	0.884	0.909	0.935	0.951	0.969
	0.5	0.899	0.941	0.958	0.978	0.988	0.935	0.949	0.957	0.972	0.982	0.938	0.946	0.952	0.964	0.975

(25)式から明らかなように，斜材の存在によってはじめて$\lambda_2>0$，いいかえるとオイラー座屈時にも弦材に振れが生じるのである。

なおλ_2はνが大きくなればなるほど，r_1が大きくなればなるほど，r_2が小さくなればなるほど，大きくなる。しかし(V)式の範囲では最大の場合でも0.1程度である。したがってλ_2のP_eに及ぼす影響は微々たるものなので，実際上は無視して差し支えない。

14—3　P_eについて

(11)式においてλ_2を含む項を無視すれば(26)式を得る。さらに(22)，(23)，(IV)式を代入すると(26′)を得る。

$$P_e=\frac{\pi^2}{l^2}(2B_0+B_1\cos^3\alpha+C_1\cos\alpha\sin^2\alpha)\ \cdots\cdots\cdots(26)$$

$$=\frac{2\pi^2B_0}{l^2}(1+0.5r_1\cos^3\alpha+0.385r_1\cos\alpha\sin^2\alpha)\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(26')$$

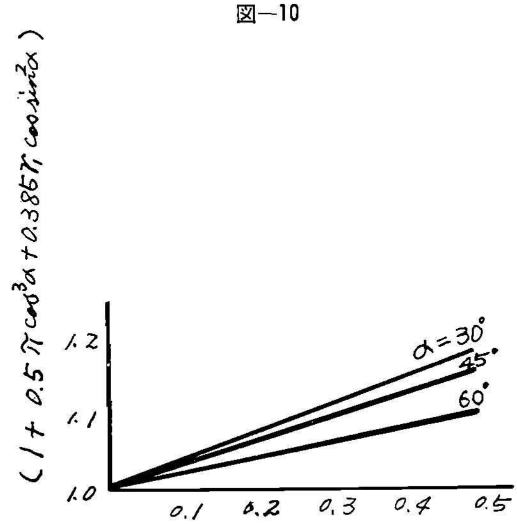
(26′)の右辺の(　)内は1よりつねに大きいがこれがP_eに及ぼすウエブ材の影響を示す。

この影響はr_1が大きくなればなるほど，αが小さくなればなるほど大きくなる。その情況を図—10に示す。なお$r_1<0.1$の場合は，$P_e=\frac{2\pi^2B_0}{l^2}$としても実際上差し支えない。

14—4　P_wについて

(12)式において，C_1を含む項の影響は他の項に比べて小さいので，無視すると，(27)式を得る。さらに(22)(23)，(IV)式を代入すると(27′)式を得る。さらに$l/h=\nu\cot\alpha$を代入すると(27″)を得る。

図—10



$$P_w=\frac{2\pi^2}{l^2}B_0+\frac{4}{h^2}(2\lambda_1C_0+B_1\cos\alpha\sin^2\alpha+C_2\tan\alpha)\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

$$=\frac{2\pi^2}{l^2}B_0\{1+\frac{4}{\pi^2}\cdot\frac{l^2}{h^2}(0.77\lambda_1+0.5r_1\cos\alpha\sin^2\alpha+0.385r_2\tan\alpha)\}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(27')$$

$$=\frac{2\pi^2}{l^2}B_0\{1+\frac{4\nu^2}{\pi^2}(0.77\lambda_1\cot^2\alpha+0.5r_1\cos^3\alpha+0.385r_2\cot\alpha)\}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(27'')$$

(27″)式の{　}内が，P_wに対するウエブ材の協力効果を示すもので，実際の数値を表—3に示す。同表から明らかなように，この値は1よりかなり大きい。したが

表—3 (27″) 式の { } 内の値

		α = 30°					α = 45°					α = 60°				
	r_1 \ r_2	0	0.05	0.1	0.25	0.5	0	0.05	0.1	0.25	0.5	0	0.05	0.1	0.25	0.5
	0	0	4.337	5.887	7.969	9.461	0	1.806	1.945	3.148	3.896	0	1.201	1.354	1.671	2.032
	0.05	1.656	4.622	6.070	8.061	9.534	1.346	2.014	2.426	3.221	3.943	1.124	1.284	1.423	1.715	2.058
$\nu=3$	0.1	2.247	4.917	6.255	8.163	9.603	1.631	2.196	2.583	3.298	3.994	1.219	1.361	1.481	1.751	2.080
	0.25	3.629	5.628	6.737	8.444	9.815	2.240	2,616	2.907	3.495	4.129	1.430	1.532	1.624	1.846	2.145
	0.5	5.271	6.613	7.455	8.888	10.169	2.885	2.915	3.327	3.797	4.352	1.636	1·722	1.788	1.970	2.167
	0	0	16.103	19.770	23.630	26.486	0	5.062	6.602	8.455	10.005	0	2.064	2.600	3.472	4.333
	0.05	5.153	16.393	20.186	23.842	26.648	3.107	5.741	6.936	8.628	10.147	1.750	2.398	2.813	3.573	4.383
$\nu=5$	0.1	8.324	17.653	20.560	24.055	26.831	4.383	6.267	6.250	8.780	10.259	2.165	2.651	2.985	3.644	4.434
	0.25	13.875	19.355	21.077	24.692	27.357	6.379	7,260	7.979	9.195	10.573	2.844	3.117	3.340	3.857	4.576
	0.5	18.262	21.898	23.164	25.716	28.269	7.949	8.455	8.881	9.833	11.099	3.360	3.532	3.695	4.130	4.789
	0	0	84.348	90.871	98.732	106.795	0	26.811	30.336	34.631	39.290	0	8.739	10.441	12.791	15.465
	0.05	45.368	86.090	92.046	99.502	107.403	19.760	28.512	31.817	35.076	39.655	7.443	9.833	10.968	13.034	15.585
$\nu=10$	0.1	62.022	87.792	93.100	100.150	108.092	24.866	29.768	31.916	35.522	40.060	9.063	10.441	11.332	13.196	15.749
	0.25	80.458	91,722	95.814	102.298	110.158	30.133	32.645	33.618	36.738	41.357	10.806	11.535	12.224	13.763	16.235
	0.5	91.722	96.990	99.947	105.863	113.521	33.739	33.955	36.008	38.764	43.018	11.981	12.548	13.034	14.493	16.883

って一般に P_w は P_e よりかなり大きくなる。

14—5 N と M の安定限界について

(17)式における $\left(\frac{P_{eh}}{2M_k}\right)^2$ は $\frac{P_e}{P_w}$ と等しいが，この値が 1/4以下になる場合は，(17)式は約 4 ％以下の誤差を以って，次のような拋物線式に近似化される。

$$\frac{N}{P_e}+\left(\frac{M}{M_k}\right)^2=1 \quad \cdots\cdots(28)$$

上式によっても，在来の直線式が，Mの比較的小さな場合に安全側になり過ぎていることが明白である。

15. 実験による検証

以上の理論を検証するために

a. 両弦材を均等に圧縮（両弦圧縮）

b. 片弦材のみを圧縮（片弦圧縮）

c. 純曲げ

の三通りの荷重試験を試みたのであるが，純曲げ試験は試験材の対象区域外の格点における弦材の局部破壊が先に生ずるような失敗をおかしたので，c を除き，a，b，のみについて述べる。

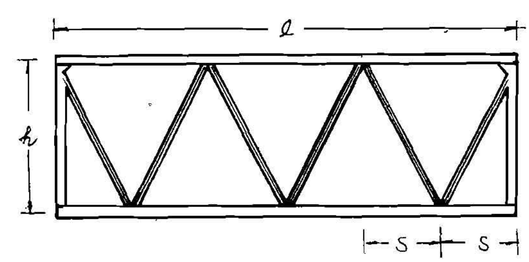
15—1 試験材および試験方法

試験材の形状は図—11に示すワーレンタイプで，その諸元は 表—4 に示す。同表に示す 寸法のものを 両弦圧縮，片弦圧縮用に 2 コずつ用意した。

表—5 に使用材の実測寸法を示す。同表の管厚は，外径，長さおよび重量の実測値から算出したものである。

表—6 は使用材の引張試験の結果を示す。同表の比例

図—11



表—4

試験材 記号	外形寸法 l m	h m	S m	部材寸法(公称値) mm 弦材 外径×管厚	斜材 外径×管厚
18—34	1.8	0.6	0.3	34.0×2.2	21.7×1.9
18—48	〃	〃	〃	48.6×2.4	27.2×1.9
18—60	〃	〃	〃	60.5×2.2	34.0×2.2
36—48	3.6	〃	〃	48.6×2.4	27.2×1.9
36—60	〃	〃	〃	60.5×2.2	34.0×2.2

表—5

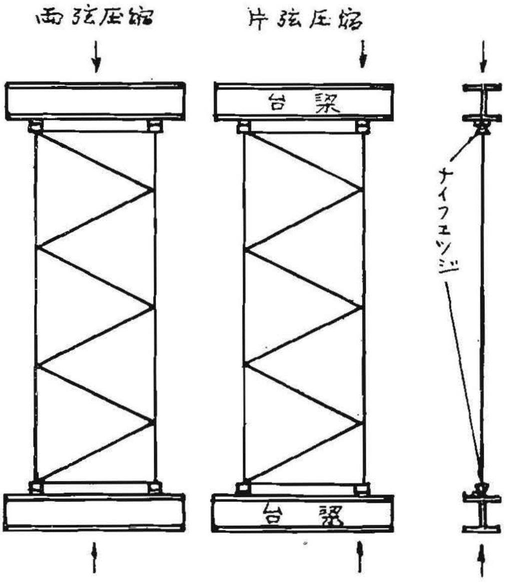
鋼管の種類	実測寸法 mm 外径×管厚	A cm^2	I cm^4
21.7×1.9	22.1×2.46	1.52	0.75
27.2×1.9	27.4×2.28	1.80	1.43
34.0×2.2	34.1×2.33	2.32	2.95
48.6×2.4	48.7×2.43	3.54	9.50
60.5×2.2	60.6×2.20	4.04	17.21

表—6

鋼管の種類	比例限界 t/cm²	降伏点 t/cm²	引張強さ t/cm²
21.7×1.9	2.7	3.5	5.8
27.2×1.9	2.6	3.6	5.5
34.0×2.2	2.8	3.7	5.0
48.6×2.4	2.9	3.7	5.2
60.5×2.2	2.0	2.8	4.4

限界および降伏点は，応力歪線図より推定している。同表をみると，60.5×2.2の材料のみＳＴＫ41で，他はＳＴＫ51と思われる。試験方法は図—12に示すように両弦材の上下端にナイフェッジを取付けそれを台梁で受け両弦圧縮のときは台梁の中央を，片弦圧縮のときは，片弦材の軸線上の部分を，油圧試験機で圧縮する方法である。変位は，各弦材の中点の水平変位と上下端の相対変位をダイヤルゲージで測定した。

図—12



15—2 試験結果

実験より求めた限界値と，理論値を対比させて表—7に示す。同表の理論値は，試験材の材長がナイフェッジの分だけ長くなったとして計算している。

同表によれば，18—60材を除き，実測値と理論値はよく合っている。18—60材は $P_e=18.9\,t$，$2\sigma_P A_0=16.2\,t$

表—7

試験材記号	両弦圧縮値 t 実測	両弦圧縮値 t 理論	片弦圧縮値 t 実測	片弦圧縮値 t 理論
18—34	3.20	3.3	2.63	2.7
18—48	11.0	11.0	7.65	8.1
18—60	15.9	18.9	10.5	14.9
36—48	2.97	3.0	2.75	2.8
36—60	5.14	5.2	5.02	4.9

であるから，(21)式から弾性座屈域を外れていることが分る。したがってこの結果は当然のことと思われる。なお36—60材の片弦圧縮の場合のみ，実測値が理論値を上廻っているが，この原因は詳らかでない。

しかしいずれにしても，以上の理論の正しいことがほぼ立証されたように思われる。

16. む す び

以上述べたように，トラス状の鋼管組立て材の弾性域における横方向の安定性の扱いについては，一応の結論を得たように思われるが，今後の問題として，

ａ．弾塑性域における扱い
ｂ．ウエブ材に存在する軸方向応力の影響
ｃ．格点における弦材の局部変形の影響

などがあり，さらに本文の結果をどのように実用化するかの問題がある。

参 考 文 献

1) S. Timosheuko "Theory of Elastic Stability" Mc. Graw-Hill Book Co. 1936
2) F. Bleich "Buckling Strength of Metal Structures" Mc. Graw-Hill Book Co. 1950
3) 奥村敏恵「曲げモーメントと軸圧縮力を受ける部材の安定」土木学会論文集第33号 昭和31年4月
4) 仲威雄，加藤勉「単一材の座屈」東京大学出版会 1959. 4
5) 長柱研究委員会「弾性安定要覧」コロナ社 1960
6) M. R. Horne "The Elastic Latral Stability of Trusses" the Structral Engineer Vol. 38 No. 5 May, 1960
7) 鈴木敏郎「鉄骨トラスの横座屈」日本建築学会論文報告集 昭和37年2月

On the lateral buckling of truss-type members built up with steel tubes

Civil Engineering Section
Yoshitada Mori
Masayuki Kunimori

Recently such a member is often used to that of temporary structures, that is composed of steel tubes and built up to a truss-type member by welding.

When there are no restraint for the transverse direction at any panel point, this member should be treated as an I-section member with open-web.

For an I-section member with open-web, we scarcely have any practical investigation.

On the lateral buckling of compression flange (or compression chord), we have to consider the cooperation of web and tension flange with compression flange.

We have searched for the solution as a problem of least energy method.

This report shows the method of theoretical analysis for a critical condition of elastic stability of this nember, and the examination by experiments.

Owing to compare with an I-section member, the following conditions are considered for the member objected : both chord members are parallel, each panel length is equal, type is Warren or Pratt, each chord member, each diagonal member and each vertical member are steel tube with equal section respectively, and members are rigidly jointed to each other.

The critical loads of this member, when it buckles laterally, is expressed as following equations ;

$$(P_e-N)(P_w-N)-\frac{4}{h^2}M^2=O$$

$$P_e=\frac{\pi^2}{\ell^2}(2EI_0+EI_1\cos^3\alpha+GJ_1\cos\alpha\sin^2\alpha)$$

$$P_w=\frac{2\pi^2}{\ell^2}EI_0+\frac{4}{h^2}(2\lambda GJ_0+EI_1\cos\alpha\sin^2\alpha+GJ_2\tan\alpha)$$

where N is an axial compressive load, M is a bending moment at each end, and h is a distance of both chord members.

P_e and P_w are respectively corresponded with an Euler's buckling value and a Wagner's buckling value of an I-section member with close-web.

And it has been proved that the critical loads calculated from above farmulas are very nearly equal to those obtained on experiments.