

V形鋼材の圧縮強度について

土木課 森 宜 制

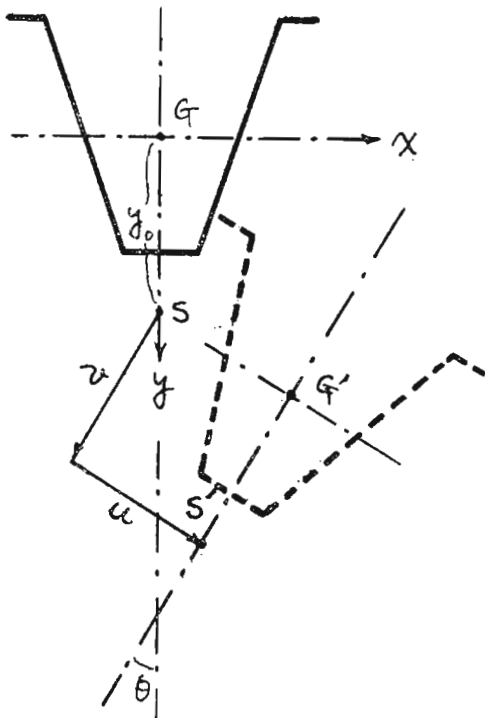
まえがき

V形鋼材が圧縮荷重によって座屈する場合には必ず振れを伴っている。そのためか通常の座屈値であるオイラ値より低い値で座屈している。薄肉開断面材の振れを伴う曲げ座屈（曲げ振れ座屈と略称す）については、F. Bleich^{*1}、奥村博士^{*2}、加藤博士^{*3}など幾多の研究があり、特に加藤博士はV形鋼のような一軸のみ対称な断面の場合について解を求めている。

V形鋼が薄肉断面といえるかどうか疑問であるが、一応薄肉と考えて、同博士の理論にもとづいて、V形鋼材の座屈荷重の計算を試みた。計算に用いた断面はN社製の12 kg/m、20 kg/m、24 kg/m、30 kg/mの四種類である。

なお最近加藤博士のもとで12 kg/m材の座屈試験^{*4}が行われたので、併せてその結論を紹介しておく。

図 1



§1 一軸のみ対称な薄肉開断面の偏心圧縮に対する座屈強度

断面の対称軸をy軸，他の主軸をx軸，材軸をz軸，材端においてz=0とする。また重心Gとせん断中心Sとの距離をy₀とし，更に次のように定める。

I_x = x軸のまわりの断面二次モーメント

I_y = y軸のまわりの断面二次モーメント

J = Saint-Venantの捩り常数

C_{bt} = 曲げ捩り常数

i_p = Sのまわりの極二次半径

$j_x = zy_0 - \frac{1}{I_x} \int_A y(x^2 + y^2) dA$ = 断面の常数

さて両材端に，重心からx, y方向へそれぞれe_x, e_yなる偏心距離へ圧縮荷重Pが作用したとき，材端からzの距離にある断面の角変位をθ，同断面のせん断中心の主軸（角変位を生じた後の）方向の変位をそれぞれu, vとすれば，変形後の釣合から次の三式を得る^{*5}。

$$\left. \begin{aligned} EI_y \frac{d^2 u}{dz^2} + Pu - P(e_y - y_0) + Pe_x &= 0 \\ EI_x \frac{d^2 v}{dz^2} + Pv + Pe_x \theta + Pe_y &= 0 \\ EC_{bt} \frac{d^3 \theta}{dz^3} + (Pi_p^2 - GJ - Pe_y j_x) \frac{d\theta}{dz} \\ &\quad - P(e_y - y_0) \frac{du}{dz} + Pe_x \frac{dv}{dz} = 0 \end{aligned} \right\} (A)$$

(A)をzについて微分して常数項を消去し，これに，z=0, z=l (l=材長)で

$$u = v = \theta = \frac{d^2 v}{dz^2} = \frac{d^2 v}{dz^2} = \frac{d^2 \theta}{dz} = 0$$

となる条件を満足する。

$$\left. \begin{aligned} u &= c_1 \sin \frac{\pi}{l} z \\ v &= c_2 \sin \frac{\pi}{l} z \\ \theta &= c_3 \sin \frac{\pi}{l} z \end{aligned} \right\} (B)$$

(B)を代入し，さらに次のように整理した値を代入すると。

$$\left. \begin{aligned}
 P_{ex} &= \frac{\pi^2}{\ell^2} EI_x \\
 P_{ey} &= \frac{\pi^2}{\ell^2} EI_y \\
 P_t &= \frac{1}{i_p^2} (GJ + \frac{\pi^2}{\ell^2} EC_{bt}) \\
 (1 - \frac{P_{ey}}{P})c_1 - (e_y - y_o)c_3 &= 0 \\
 (1 - \frac{P_{ex}}{P})c_2 + e_x c_3 &= 0 \\
 -(e_y - y_o)c_1 + e_x c_2 + i_p^2(1 - \frac{e_y j_x}{i_p^2} - \frac{P_t}{P})c_3 &= 0
 \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{aligned}
 (1 - \frac{P_{ey}}{P})c_1 - (e_y - y_o)c_3 &= 0 \\
 (1 - \frac{P_{ex}}{P})c_2 + e_x c_3 &= 0 \\
 -(e_y - y_o)c_1 + e_x c_2 + i_p^2(1 - \frac{e_y j_x}{i_p^2} - \frac{P_t}{P})c_3 &= 0
 \end{aligned} \right\} (C)$$

を得る。(C)が c_1, c_2, c_3 に無関係に成立するために、

$$\begin{vmatrix}
 (1 - \frac{P_{ey}}{P}) & 0 & -(e_y - y_o) \\
 0 & (1 - \frac{P_{ex}}{P}) & e_x \\
 -(e_y - y_o) & e_x & i_p^2(1 - \frac{e_y j_x}{i_p^2} - \frac{P_t}{P})
 \end{vmatrix} = 0 \quad (2)$$

となる。これが P の限界値を求める式である。*

重心圧縮のときは、 $e_x = e_y = 0$

$$P = P_{ex}$$

$$\text{or } \frac{1}{z(1 - \frac{Y_o^2}{i_p^2})} \left[(P_{ey} + P_x) \pm \sqrt{(P_{ey} - P_t)^2 + \frac{4Y_o^2}{i_p^2} P_{ey} P_t} \right] \quad (3)$$

Y軸上のみの偏心圧縮のときは、 $e_x = 0$

$$P = P_{ex}$$

$$\text{or } \frac{1}{z(\alpha - \frac{Y_o^2}{i_p^2})} \left[(\alpha P_{ey} + P_t) \pm \sqrt{(\alpha P_{ey} - P_t)^2 + \frac{4Y_o^2}{i_p^2} P_{ey} P_t} \right] \quad (4)$$

$$\text{ただし } \alpha = 1 - \frac{e_y j_x}{i_p^2}, Y_o = e_y - y_o$$

のように簡単になる。

§2 加藤、鈴木両氏の行ったV形鋼の座屈

試験*

試験条件

供試体断面： N社製 12kg/m V形鋼 (§3 参照)

材長： $\ell = 1.2, 1.8, 2.4, 3.0$ m の4種類

材端：半球体の球座の平面部と供試体の端面と密着させる。

荷重位置：重心、 $e_y = \pm 2$ cm, $e_x = 2$ cm の4種類
理論計算は §1 の(2), (3), (4)を用いたが、材端の反り拘束を加味して

$$P_t = \frac{1}{i_p^2} (GJ + \frac{4\pi^2}{\ell^2} EC_{bt}) \text{ としている。}$$

計算に用いた断面の諸値

$$y_o = 6.27 \text{ cm}, I_x = 127 \text{ cm}^4$$

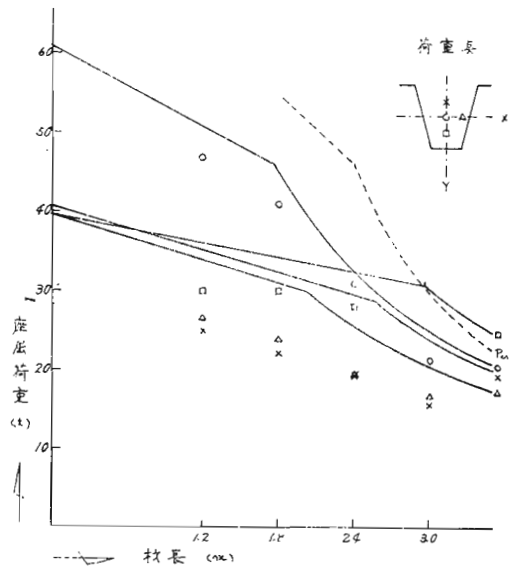
$$A = 15.4 \text{ cm}^2, I = 155 \text{ cm}^4$$

$$i_p^2 = 57.3 \text{ cm}^2, J = 4.25 \text{ cm}^4$$

$$j_x = 15.1 \text{ cm}, C_{bt} = 227 \text{ cm}^6$$

試験の結果を図2において、材長と座屈荷重との関係で示す。

図 2



結果の考察

1. 重心圧縮について

図2の理論値は、座屈荷重が比例限度(≒46t)より低い場合は(3)式の曲線であらわし、高い場合は降伏点(≒61t)までの間を簡単に直線で結んでいる。○印の実測値をみると理論値とかなりよく合っているので、上述の理論が正しいことが立証されたと考えられる。

またV形鋼を薄肉閉断面と仮定したのであるが、これも大きな誤りをおかしていないようである。

2. 偏心圧縮について

比較のために描かれた理論値は、部材断面の一部に降伏が始まる状態以前では(2)または(4)式の曲線であらわし、それ以後は断面全部が降伏する状態までの間を直線であらわしている。実測値をみると全般的に理論値よりかなり低くなっている。特に、(4)式からいうとせん断中心側へ偏心させた方が重心圧縮の場合より強度が高まる筈であるが、このことは否定されている。

したがって偏心圧縮の場合は、偏心の方向如何にかかわらず、曲げ降伏による部材の不安定が、上述の理論による座屈より先に起きたと考えられる。ただし、偏心圧縮の中では、せん断中心側へ偏心させた場合が最も強い

ことは否定できない。したがって、全体的な傾向を掴む上では、上述の理論も充分参考になり得ると思われる。

*1 F. Bleich: *Buckling Strength of Metal Structures*, Mc Graw-Hill Book Company Inc.

*2 奥村敏恵: 曲げモーメントと軸力を受ける部材の安定, 土木学会論文集第33号, 昭31.4, p.44~57

*3 仲威雄, 加藤勉: 単一材の座屈, 東京大学出版会

*4 加藤勉, 鈴木敏郎: V形鋼の捩り座屈, 建築学会関東支部第30回学術研究発表会資料

*5 上掲「単一材の座屈」の p.38の(3.18)~(3.20)式と同一。ただしxとyおよびuとvの文字が入れ替っている。

*6 (B)は重心圧縮の場合しか(A)を満足しないので、この方法については多少疑問が残る。しかし偏心圧

縮の場合は一般に、変位の微分方程式から誘導した理論値は、座屈の限界値というよりはむしろ一種の固有値といふべきものである。この考えに立つと、必ずしも(B)は(A)を満足しなくても、(A)を z で微分して z に無関係な項を消去したものを満足すれば、充分であるように思われる。

§3 各種V形鋼材の圧縮強度

N社製の12, 20, 24, 30 kg/mのV形鋼の断面は図3~6に示すとおりである。

図 3

12 kg/m

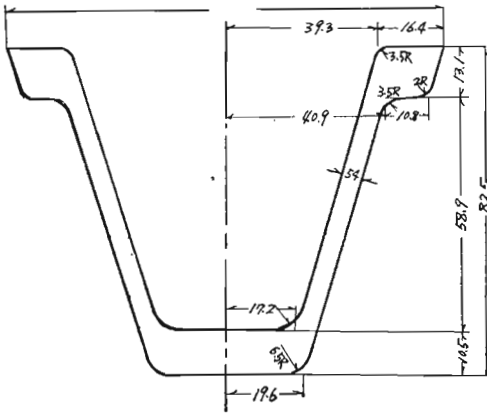


図 5

24 kg/m

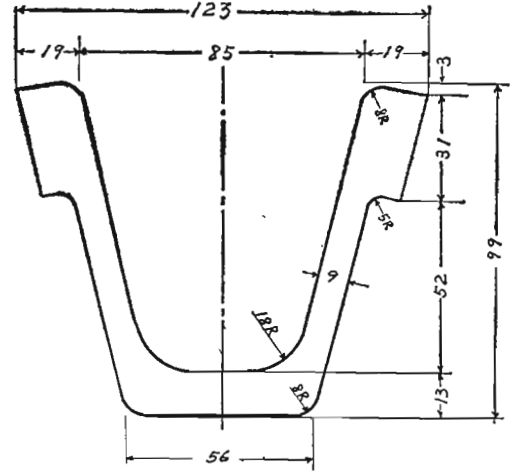


図 4

20 kg/m

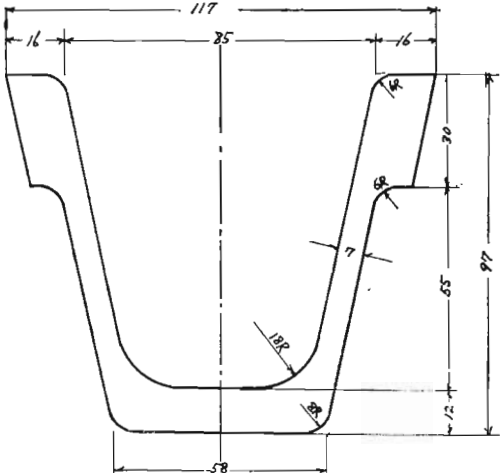
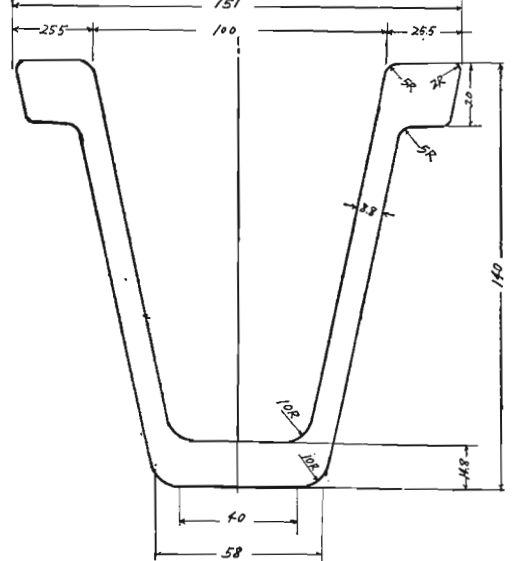


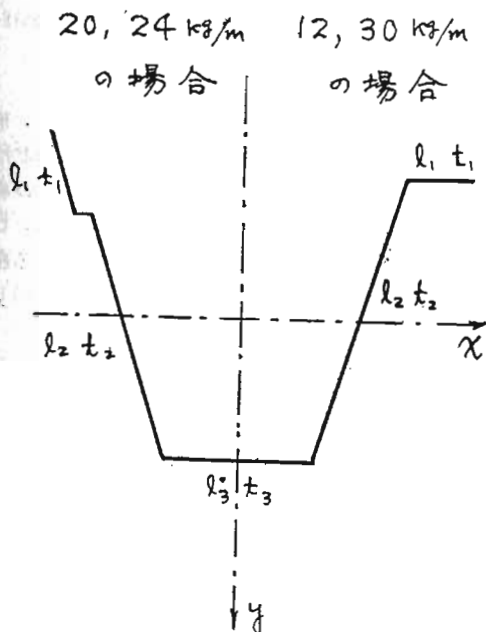
図 6

30 kg/m



この断面を図7に示すように、板材で構成された断面と見做す。12, 30と20, 24 kg/mはタイプが多少異なるので、図7のように区別している。

図 7



3-1 断面の諸値

曲げ振れ座屈の計算に必要な断面の諸値は、断面を構成している各板材をすべて薄肉と仮定して計算した。したがって精密計算の場合に比べて、3%程度の誤差はあるようである。次表はその値である、

	底辺から重心までの距離 cm	y_0 cm ²	A cm ²	I_x cm ⁴	I_y cm ⁴
12kg/m	3.47	5.44	15.30	128	150
20 "	4.01	7.50	24.80	271	325
24 "	4.01	6.82	29.34	300	395
30 "	6.25	9.13	38.18	898	697

	J cm ⁴	C_{b1c} m ⁶	i_x cm	i_y cm	i_p cm
12kg/m	2.62	174.38	2.90	3.10	6.77
20 "	9.79	765.37	3.31	3.62	8.96
24 "	15.29	782.59	3.20	3.66	8.38
30 "	15.84	4758.22	4.85	4.27	11.17

	j_x cm	右端 e_x cm	上端 e_y cm	下端 e_y cm
12kg/m	13.72	5.57	4.25	4.00
20 "	18.92	5.85	5.09	4.61
24 "	20.91	6.15	4.99	4.76
30 "	26.00	7.55	7.01	6.99

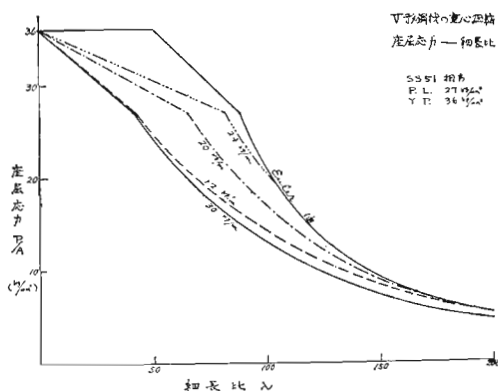
3-2 各種V形鋼材の重心圧縮強度

図8は各種V形鋼が重心圧縮を受けた場合の座屈応力と細長比の関係を図示したものである。

材質はSS51相当なので、計算に当っては、降伏点=36kg/mm²、比例限度=27kg/mm²としている。

比較のために同図に記載してある振れを伴わない座屈の応力については、 $\lambda < 50$ で36kg/mm²、 $\lambda > 87.6$ でオイラ値、 $50 < \lambda < 87.6$ で λ の一次函数としている。

図 8



重心圧縮の場合は前節で述べたように、比例限度以下の応力範囲では、座屈応力は(8)式で与えられる値と考えてよい。ただこの値はオイラ値である P_{ex} か、曲げ振れ座屈値か、いずれか低い方の値をとるわけである。

同図によると P_{ex} と曲げ振れ座屈値が一致するのは、

- 12kg/m材で $\lambda \approx 195$
- 20 " " $\lambda \approx 175$
- 24 " " $\lambda \approx 103$

である。λが上述値以上になると P_{ex} の方が低くなり、振れの影響を受けないことになる。

30 kg/m材のみは様子が異なり、曲げ振れ座屈値の方が常に低くなっている。これはこの材だけが $P_{ey} < P_{ex}$ であるためである。しかしλがかなり大きくなるとオイラ値である P_{ey} と余り差はなくなる。

また同図によると、座屈応力が比例限度に達するのは

- 12kg/m材で $\lambda \approx 43$
- 20 " " $\lambda \approx 64$

24kg/m材で $\lambda \doteq 81$
 30 " " $\lambda \doteq 42$

である。λが上述値以下では、座屈応力を簡単にλの一次関数で表わしているが、これの妥当性については詳細な実験的検討が必要であろう。

以上を要約すると、24 kg/m材は長柱範囲 ($\lambda < 100$) に限りほとんど振れの影響を受けないが、他の場合特に12, 30 kg/m材はλの広範囲にわたり、振れの影響を受け、かなりの強度低下を来たすようである。

3-3 20 kg/m および 24 kg/m 材の偏心圧縮強度

偏心圧縮の場合は前節で述べたように曲げ降伏で材が不安定になるため、(2), (4)式より求められた値は余り正確ではない。しかし傾向を知るためにはこの値も参考になる。

その意味で重心圧縮に対して比較的性能の良かった20, 24 kg/m材について、偏心圧縮を受ける場合の平均座屈応力と細長比との関係を図9および図10に示した。偏心荷重の作用位置は、y軸上の上下端、x軸上の右端の3種類である。同材をアーチに使用する場合には少くともこの程度の偏心を考慮する必要がある。

図 9

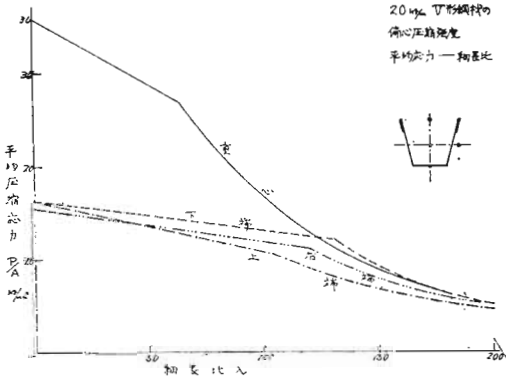
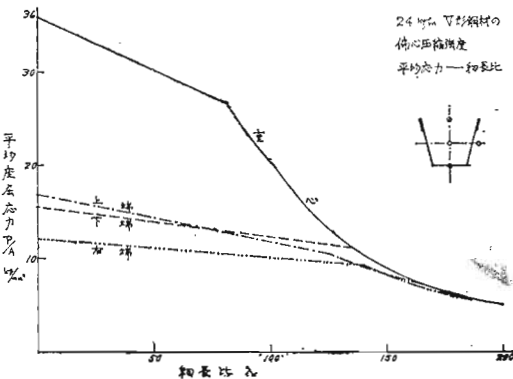


図 10



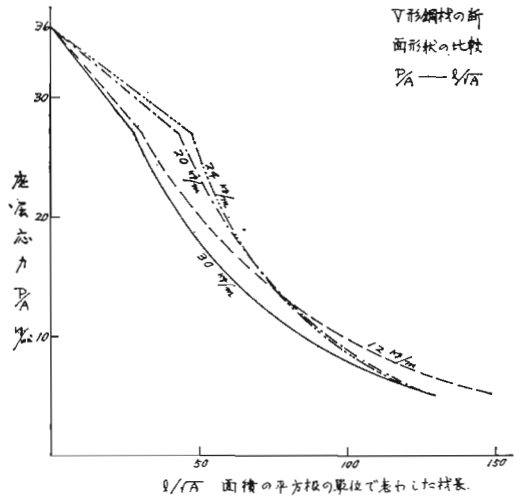
さて同図における各線の直線部分の左端は、断面全体が降伏した状態に対応し、右端は断面の一部に降伏が始った状態に対応する。

同図によると材長がある限度以上になると、下端に偏心荷重を作用させた方が、重心圧縮の場合より強度が高いことになるが、この妥当性については実験的に再検討の要があるように思われる。

3-4 断面形状の比較

以上の4種の断面は、断面積が異なるばかりでなく、形状も相似でない。したがって圧縮材としてどの形状が有利であるかを調べるためには、各材の断面積および材長を一定に揃えて、その強度を比較する必要がある。このような意味で図11において、縦軸に重心圧縮による座屈応力 P/A をとり、横軸に断面積の平方根を単位にした材長 l/\sqrt{A} をとり、両者の関係を図示している。

図 11



同図より $l/\sqrt{A} < 75$ のように材長が余り長くない範囲では、圧縮材としては24kg/m材が最もすぐれ、20kg/m材がこれに次ぎ、30kg/m材は圧縮材としては余り有利な形状でないことが分る。

あとがき

以上V形鋼材の圧縮特性特に振れを伴う座屈について述べたのであるが、同材を構造材として使用するためには、曲げ特性特に振れを伴う曲げについても研究する必要がある。この点については後日に委ねたい。

Impact Strength of Wire Rope (1st report)

by E Akiyama
T. Kondo
T. Hakamazuka
S. Tonsyo

For the prevention of wire rope accidents, not only the static strength but the impact strength of rope is essential factor. To study it, we made a new type of shock load testing machine. A large steel disk, weight 1,700kg, revolves about a horizontal axis. Both sides of the disk fit up with two claws, which keep inside usually, but project from the disk only at the testing time. A wire rope test piece, previously extended by the proper static load, is struck on its holder by the claw, and broken down. The shock load of rope at the impact moment, is measured with the strain meter, and recorded on the oscillograph together with the elongation of rope.

We tested flawless wire ropes, under the different shock speed and the different test piece length. Besides, we tested various kinds of intentional damaged ropes, and compared with flawless ropes. We certified that damaged ropes are more weakened on the impact strength than the static strength.

On the Compressive Strength of V-Beam

by Yoshitada Mori

The straight bar of V-beam which is mainly used for a yieldable support of a tunnel buckles by a compressive force, usually sooner than a ordinary buckling bar.

This phenomenon seems to be based on the fact that the bar of V-beam buckles by both torsion and flexure.

The investigations concerning the torsional and flexural buckling of a bar of open thin-walled section with one symmetrical axis have done by many persons.

In this report, the compressive strength of four types of V-beam on the market has been calculated on the theory of torsional and flexural buckling, on the assumption that V-beam has a open thin-walled section with one symmetrical axis.

In the result, the thinner the wall of section, the smaller the moment of inertia of section around the symmetrical axis in relation to the other moment of inertia, and the shorter the bar, the more is effect of torsion on the buckling strength. In such a case that the wall of section are thick and both moments of inertia of section are equal to each other, this effect can be considered to be negligible.

On shearing strength of Kanto-Loam

I. Mae

Shearing strength of soil is the most important factor for analysis of stability of earth slopes and of man-made cuts.