# 落盤・崩壊災害の防止に関する研究

吉川 直孝\*1, 伊藤 慎也\*2, 保利 彰宏\*2, 酒井 喜久雄\*3, 平岡 伸隆\*1

トンネル建設工事中の切羽における肌落ち災害を防止するため、掘削後の素掘り面に対して吹付けコンクリートを打設する場合がある.その10数分後には鋼製アーチ支保工を建て込むため、作業員が切羽に立ち入る場合もある.本研究では、地山から剥離した岩石が吹付けコンクリートを押し抜こうとする際の同コンクリートの抵抗力と破壊機構を明らかにすることを目的とし、若材齢のコンクリートおよび繊維補強モルタルを岩石により押し抜く実験装置を開発し、3次元レーザスキャナ等を用いて強度変形特性を評価した.また、押し抜き実験を個別要素法によりシミュレートし、吹付けコンクリートの破壊機構を明らかにした.特に、押し抜き岩石の貫入に伴い、押し抜き岩石左右端の吹付けコンクリートの微小要素の応力状態が引張破壊基準に順次到達し進行的に破壊することが示唆された.そのような破壊機構に基づき、押し抜き強度の算定式を求めた.

**キーワード**:吹付けコンクリート,若材齢,押し抜き,肌落ち,個別要素法

## はじめに

山岳トンネル建設工事中に切羽から肌落ちまたは落盤 があり、作業員が被災する災害が近年においても発生し ている<sup>1),2),3)</sup>. 例えば, 2015年に発生した落盤災害では, 切羽面(鏡)において装薬作業中,高さ約 6.6m,幅約 3.6m, 奥行き約 1.5m もの大規模な柱状の岩塊が落下, 作業員が下敷きとなり死亡している。2016年には、アタ リトリの掘削断面確認のため, 切羽側面に作業員が近づ いたところ、側面の岩塊(高さ約3m,幅約1m,奥行 き約1m)が落下し作業員が死亡している.また,2017 年に発生した落盤災害では、切羽面の面積の4分の3(高 さ約8m,幅約9m,奥行き約0.8m)が崩落,ドリル・ ジャンボのマンケージに搭乗し装薬作業を開始しようと していた作業員が巻き込まれ、マンケージごと崩落岩塊 に埋まり死亡している. さらに、同年、支保工を建て込 む準備のため、切羽側面に作業員が近づいた時、同側面 から肌落ち(高さ約2m,幅約0.7m,奥行き約0.6m) があり、骨盤骨折という重症を負っている.このように、 切羽に近づかなければならない装薬、アタリトリ、支保 工建て込み作業中に肌落ちまたは落盤があり、作業員が 被災する傾向にある.

このように、トンネル切羽においては、支保構造がその機能を発揮するまで切羽は必ずしも安定しているわけではなく、切羽面においても岩石同士の接触面において応力の再配分が生じ、塑性域が時間の経過とともに拡大し変形が進行するという力学的な応力の不均衡がある<sup>40</sup>. そのような応力の不均衡がある切羽に作業員を立ち入らせることは原則的に避けるべきである.

連絡先:〒204-0024 東京都清瀬市梅園 1-4-6 労働安全衛生総合研究所 吉川直孝 E-mail: kikkawa@s.jniosh.johas.go.jp しかしながら,現実的には,装薬,アタリトリ確認, 支保工建て込み等の作業のため,切羽に作業員が立ち入 らなければならない現状にある.そのため,多くの施工 現場では,切羽に吹付けコンクリートを打設し,切羽監 視責任者の監視のもと,作業員が切羽に立ち入っている.

なお,切羽に一次吹きを施して,10数分後には直ぐに 支保工建て込み作業のため,作業員が切羽に立ち入る状 況もある.

この時の吹付けコンクリートの押し抜き強度について は、先駆的な研究として、Bernard (2008 and 2011)<sup>5),6)</sup> がある.吹付けコンクリートの押し抜き実験結果から、 押し抜き強度と圧縮強度の関係を提案しており、ある大 きさの岩石を支持するために必要な押し抜き強度を算出 し、安全に切羽に立ち入る際に必要な待機時間を議論し ている <sup>5),6)</sup>.

当然ながら,前述したような大規模な柱状の岩塊を吹 付けコンクリートのみで支持することは困難であるが, 同コンクリートにより支持できる岩石の重量を明らかに するために作業員が切羽に近づく時の同コンクリートの 押し抜き強度を最低限認識しておく必要がある.

本研究では、肌落ち災害の防止対策に寄与するため、 地山から剥離した不安定な岩石が吹付けコンクリートを 押し抜こうとする際の同コンクリートの抵抗力とその破 壊機構を明らかにすることを本研究の目的とする.

また,近年,繊維補強された吹付けコンクリートや繊 維補強モルタルを吹き付けることにより,引張および曲 げ耐力を向上させた高強度の吹付け材料が実務で多く使 われている.

このような状況を鑑み、本研究では、吹付けコンクリートを用いて圧縮試験および押し抜き実験を実施し、それらの強度変形特性を評価した.また、個別要素法(Discrete Element Method,ここでは「DEM」という.)シミュレーションにより、押し抜き破壊機構の解明を試みた.さらに、押し抜き破壊機構に基づいて吹付けコンクリートの押し抜き強度推定式を提案した.

<sup>\*1</sup> 労働安全衛生総合研究所 建設安全研究グループ.

<sup>\*2</sup> デンカ(株).

<sup>\*3 (</sup>株) エムシーエム.

表1 本研究で用いたコンクリートの配合表 7),8)

		粉体急結剤	
最大骨材寸法		15  mm	
スランプ試験		約 15 cm	
水セメント比 W7C		60 %	
細骨材比 sla		60 %	
単位 体積 重量	水	$216 \text{ kg/m}^3$	
	セメント C	360 kg/m <sup>3</sup>	
	細骨材	$1002 \text{ kg/m}^3$	
	粗骨材	686 kg/m <sup>3</sup>	
急結剤		$25~{ m kg/m^3}$	
		( <i>C</i> ×7%)	
遅延剤		適量	

# 2. 吹付けコンクリートの配合および物理的性質

本章では、本研究に用いたコンクリートおよび繊維補 強モルタルの配合と物理的性質について示す. なお、コ ンクリート、モルタル等の練り混ぜ、供試体作製、養生、 実験等は、全て室内にて実施し、温度は 20±6°C、湿度 は 65±22%であった.

#### 1) コンクリートおよび繊維補強モルタルの配合

本研究では、表1に示す配合のとおりに、粉体急結剤 を用いた吹付けコンクリートの供試体を作製した. 骨材 の最大寸法 do は 15 mm (平均粒径 2mm, 平均半径 1mm)とし、細骨材比 s/a は 60%である. 粉体急結剤を 用いた吹付けコンクリートにおいて、単位セメント量 C は 360 kg/m<sup>3</sup>であり、水セメント比 WICは 60%とした. 粉体急結剤は、単位セメント量に対して 7%である 25 kg/m<sup>3</sup> ほど添加した. 同配合は、一般的に山岳トンネル 建設工事で用いられている配合と同等である.

これらの粉体急結剤を用いた吹付けコンクリートは, 本来であれば吹付け機により吹付けて型枠内に打設した 方が実際を再現しているが,吹付け機が大型であること, 型枠が実際のトンネル切羽に比べ小さいことから,コン クリートと粉体急結剤を練り混ぜた後,直接,型枠内に 流し込むことによって供試体を作製した.そのため,型 枠内にコンクリートを打設する前に,コンクリートの硬 化が始まることを遅延させる目的で,適量の遅延剤を添 加した.

細骨材は姫川水系川砂(表乾密度 2.61 g/cm<sup>3</sup>)を,粗 骨材は姫川水系砕石(表乾密度 2.68 g/cm<sup>3</sup>)を用いた.



図1 コンクリートにおける骨材の粒度分布®)

表 2 コンクリートにおける骨材,セメントおよび水 のカサ密度 8

骨材の カサ密度 <i>y</i> a	骨材,セメント のカサ密度	骨材,セメント, 水のカサ密度 %			
kg/m <sup>3</sup>	$kg/m^3$	kg/m <sup>3</sup>			
1688	2048	2264			

日本工業規格「土の粒度試験方法」(JISA1204:2009) <sup>9)</sup>に基づいて細骨材と粗骨材のそれぞれの粒度分布を計 測し,表1の配合に基づいて混合させた骨材の粒度分布 を計算により求め図1に示す.同図から、本研究で用い た骨材の平均粒径 *D*<sub>50</sub>は2 mm であり、礫分50%、砂 分50%を含むことがわかる.また、同様の粒度分布を有 する骨材の最小・最大力サ密度を地盤工学会基準「礫の 最小密度・最大密度試験方法」(JGS0162-2009)<sup>9</sup>に基 づいて計測したところ、最小力サ密度は*p*<sub>dmin</sub>= 1804 kg/m<sup>3</sup>、最大力サ密度は*p*<sub>dmax</sub>= 2155 kg/m<sup>3</sup> と測定された <sup>10</sup>.

ここで,表1に記載された配合で作製されたコンク リートのうち,コンクリート中に存在する骨材のカサ密 度,骨材およびセメントのカサ密度,骨材,セメントお よび水のカサ密度を表2に示す.

同表から, 骨材の占めるカサ密度は1648~1688 kg/m<sup>3</sup> であり, 骨材の最小カサ密度 1804 kg/m<sup>3</sup>よりも小さい ことがわかる.したがって,配合表に従い作製されたコ ンクリート供試体内において,骨材はセメント水和反応 物中に浮遊しているものが大多数であり,最小の接点数 にて骨格を形成している骨材も存在すると推察される.

次に、繊維補強モルタルは、モルタルの単位体積質量 を1770 kg/m<sup>3</sup>とし、水モルタル比を20%、液体急結剤 をモルタルの質量に対して5%、繊維を標準量ほど配合 した.繊維補強モルタルは、山岳トンネル建設工事のう ち、TBM (Tunnel Boring Machine; トンネルボーリン



 図 2 コンクリートおよび繊維補強モルタルの圧縮強 度と養生時間の関係(ヨーロッパ規格 BS EN 14487-1:2005<sup>11)</sup>との比較)<sup>8)</sup>

グマシーン)工法において多く用いられる吹付け材料で あり、早期に強度が発現し、高強度であり、また繊維が 混入されているため引張に対する耐力もある程度有して いる.本研究では、繊維補強モルタルは、山岳トンネル 建設工事において一般的に用いられる材料ではないもの の、粉体急結剤を用いた吹付けコンクリートとの比較材 料として位置づけた.

2) コンクリートおよび繊維補強モルタルの一軸圧縮強 度

作製されたコンクリートおよび FBDM 供試体(直径 100 mm,高さ 200 mm)を用いて一軸圧縮試験を実施 した.同供試体は押し抜き実験に用いたコンクリートお よび繊維補強モルタルと同一である.同試験から,例え ばコンクリートの場合,一軸圧縮強度  $f_{c}$  = 0.67 N/mm<sup>2</sup> および弾性係数  $E_{c}$ = 330 N/mm<sup>2</sup> が測定された.

吹付けコンクリートに関するヨーロッパ規格 BS EN 14487-1:2005「Sprayed concrete - Part 1: Definitions, specifications and conformity」<sup>11)</sup>に示されている圧縮強 度と養生時間の関係を図2に示す.また,同図には,本 研究で得られた全ての吹付けコンクリートの圧縮強度と 養生時間の関係も合わせて示している.なお,繊維補強 モルタルのみ,プルアウト試験から得られた換算一軸圧 縮強度である.同図から,コンクリートはJ2 クラスで あり,繊維補強モルタルはJ3 クラスである.特に,繊維 補強モルタルの強度が高く,早期に強度が発現すること がわかる.

#### 3. 押し抜き実験概要

本章では、本研究で用いた押し抜き実験装置、同装置 を用いた実験手順を示す.また、3次元レーザスキャナ を用いて岩石やコンクリートの表面形状を連続的かつ面 的に計測したため、その計測方法について概説する.



1) 押し抜き実験装置について

本研究で用いた押し抜き実験装置を図3に示す<sup>8</sup>.同 装置は、内寸600mm×600mmの型枠内に花崗岩を設 置固定し、その上から吹付けコンクリートを打設し、下 から上に向かって花崗岩を取り付けた載荷冶具により同 コンクリートを押し抜く構造である.載荷岩石の直径 D は100mmである.その時の荷重と変位を載荷ジャッキ に接続した荷重計(定格容量5kNおよび100kN)およ び変位計(定格容量50mm)により計測した.

EFNARC (European Federation for Specialist Construction Chemicals and Concrete Systems) が発 行する吹付けコンクリートに関するヨーロッパ標準 「European Specification for Sprayed Concrete」<sup>12)</sup>に おいても押し抜き実験が記載されている.同実験では, 図4に示すように,600 mm × 600 mm × 100 mm の吹 付けコンクリート供試体を作製し,500 mm × 500 mm の空洞の空いた支持板の上に同供試体を設置する.その 後,同供試体の中央に設置された一辺 100 mm の正方形 プレートにより,上から下に向かって重力方向に押し抜 く実験となっている.その時の変位速度は 1.5 mm/min とある.

正方形の載荷冶具の場合,正方形の4辺の頂点におい て局所的な荷重が発生する懸念もあり,本研究では円形 を採用した.また,若材齢のコンクリートを取り扱うこ





図4 EFNARC の押し抜き実験装置<sup>13)</sup>

表3本研究とEFNARCの押し抜き実験装置の比較

	本研究	EFNARC	
供試体	$600 \times 600 \times t \text{ mm}$	$600\times 600\times 100~\rm{mm}$	
寸法	(tは吹付け厚さで任意)		
載荷面	円形	正方形	
の形状			
載荷面	<i>ø</i> 100 mm	$100 \times 100 \text{ mm}$	
の寸法			
載荷	重力方向と反対	重力方向	
方向			
載荷	2.0 mm/min	1.5 mm/min	
速度			

とから、重力によりコンクリートが型枠から垂れて逸脱 してしまうことを防ぐため、本研究では下から上に向 かって重力方向と反対に載荷する方法とした.本研究お よび EFNARC の押し抜き実験装置の比較を表3にまと める.両実験ともに、吹付けコンクリート等の強度、変 形、靱性等の性能を評価するための材料試験である.

## 2) 押し抜き実験手順について

押し抜き実験に供した吹付けコンクリートは一軸圧縮 試験に供したものと同一であり,表1等の配合に基づき 作製されたものである.

実験に先立ち,内寸 600 mm × 600 mm の型枠内に予め花崗岩を敷設しており,これはトンネル切羽面(鏡) を模擬している.花崗岩の表面は,自然の層理・節理面 となるように成形されている.このため,表面は凹凸を



図5 押し抜き実験装置に敷設した花崗岩



図6 押し抜き実験の断面の様子®)

有しており, 吹付けコンクリートとの付着も良好である. また, 吹付けコンクリート中の骨材は, 花崗岩と同様, 石英を主な鉱物としているため, 骨材と花崗岩の材質に 大きな相違はない. そのため, 吹付けコンクリート中の 骨材とセメント水和物との付着強度と, 吹付けコンク リートと花崗岩の付着強度もほぼ同等であると推察され る. さらに, 花崗岩の表面は, 表面上の塵, 埃等が付着 強度に影響しないよう, エアーダスタガンを用いてそれ らを除去した.

花崗岩を型枠内に固定するため、型枠側面にL字のア ングルをネジ止めし、図5および図6に示すように、L 字のアングルの底面を花崗岩の表面に押し当て型枠内に 花崗岩を固定した.また、載荷冶具の上にも、直径 *D*= 100 mm の花崗岩を貼り付けた.

その後、コンクリートの供試体においては、まず表 1 の配合にしたがってコンクリートを練り混ぜた後、コン クリートを押し抜き実験装置の型枠内に流し込むことに より作製した.型枠上端面とコンクリートの表面が一致 するよう成形し、15分または1時間ほど養生した.コン クリートの目標厚さは 50 mm であり、型枠、花崗岩お よびコンクリートの断面は図6のようである.

一方,繊維補強モルタルの場合,図7に示すように, 小型の吹付け機を用いて型枠内に敷設した花崗岩上に繊 維補強モルタルを吹き付けることにより供試体を作製した.養生時間は,コンクリートと同様に15分とした.繊 維補強モルタルの場合,目標厚さは30mmである.

供試体作製後, 吹付けコンクリートに対する押し抜き 実験は, 載荷冶具上に貼り付けた花崗岩をスクリュー ジョッキにより 2±0.2 mm/min の一定速度で上昇させ,



(a) 繊維補強モルタルの吹付け機



(b) 基盤岩に対して繊維補強モルタルを吹付ける様子
 図 7 吹付け機を用いた繊維補強モルタルの吹付け<sup>7),</sup>
 <sup>8)</sup>

吹付けコンクリートを岩石で押し抜くこととした.これ は岩石の肌落ちを模擬している.

3) 表面形状の3次元計測について

型枠内に敷設された花崗岩の表面形状および花崗岩上 に打設されたコンクリートまたは繊維補強モルタルの表 面形状を計測するため、3次元レーザスキャナによる計 測を実施した<sup>7),8),10)</sup>.計測できる最短距離は1.5mであ るため、コンクリートまたは繊維補強モルタルの表面か ら1.5m以上離した箇所に同スキャナを設置した.

同スキャナにより,載荷冶具直上のコンクリートの打 設厚さが平均47mm,繊維補強モルタルの吹付け厚さが 平均26mmとなり,それぞれの目標厚さ50mmと30 mmにほぼ近い厚さに作製されていることがわかる.

花崗岩の表面形状だけでなく,押し抜き実験中も30秒 に1回のスキャンを実施し、コンクリートまたは繊維補 強モルタルの表面形状を計測した.前述したように、押 し抜き載荷冶具の鉛直変位速度は2mm/minのため、押 し抜きによる鉛直変位に換算すると、鉛直変位1mmに つき1回のスキャンとなる.

# 個別要素法による押し抜き実験のシミュレー ションについて

本章では, DEM を用いて押し抜き実験のシミュレー ションを実施する上で,最も重要となる DEM パラメー タの決定方法とシミュレーション手順を示す.





図9 球要素同士を固結させるボンド<sup>15),16)</sup>

DEM の利点として、材料が破壊し材料同士が離れる 現象も追跡できることが挙げられる<sup>14),15)</sup>. そのため,破 壊時の応力分布や破壊の進展を評価する際に非常に有用 である.本研究では、押し抜き破壊時のセメント水和物 に作用する応力分布を DEM から求め、吹付けコンク リートの押し抜き破壊機構の解明を試みる.

一方, DEM は, ある解析領域に対して要素の大きさ を小さくするほど必要な要素数も多くなり, 各要素同士 の接触判定の計算量が膨大になるため, 要素を実際の粒 子径よりも大きく設定せざるを得ず, そのために変形を 定量的に評価することが難しいという面もある.

#### 1) DEM パラメータの決定方法について

本シミュレーションでは、球要素および球要素同士の 接触面に付与したボンドにより、コンクリートを表現し た.球要素の接触点における剛性、ダッシュポット、ス ライダーを図8に、球要素同士の接触面に付与したボン ドを図9に模式的に示す<sup>14),15),16)</sup>.押し抜き実験時の荷 重変位関係だけでなく、コンクリートの破壊機構を適切 に把握するためには、同図に記載された各種パラメータ を適切に求めることが重要になる.各種パラメータの決 定方法は参考文献に詳しい<sup>8)</sup>.

本研究で用いたDEMパラメータの一覧を表4に示す. 球要素の密度は、表1に示す配合で用いた細骨材および 粗骨材の表乾密度の質量平均として2630 kg/m<sup>3</sup>とした. また、球要素の平均半径は5mm、平均粒径10mmであ 表4 押し抜き実験シミュレーションで用いたパラメータ
 (最大球要素半径 *r*<sub>max</sub>=6.66mm, 球要素の最大最小
 半径比 *r*<sub>max</sub>/*r*<sub>min</sub>=2.0)<sup>8)</sup>

1 1	- /		
DEM パラメータ	記号	値	単位
球要素の密度	$ ho_{sphere}$	2630	kg/m <sup>3</sup>
球要素の平均半径	r <sub>mean</sub>	5	mm
球要素の法線方向の	$k^n$ .	1200	kN/m
剛性	<sup>R</sup> sphere		
球要素の接線方向の	$k^{s}$ .	430	kN/m
剛性	<sup>R</sup> sphere		
球要素の摩擦係数	μ	0.5	-
球要素の減衰定数	$\beta^n, \beta^s$	0.8	-
ボンドと球要素の	7	1.0	-
半径比	λ		
ボンドの法線方向の	$L^n$ $(\Lambda)$	15	GN/m <sup>3</sup>
剛性	K bond / Abond		
ボンドの接線方向の	LS IA	5.5	GN/m <sup>3</sup>
剛性	hbond/Abond		
ボンドの法線方向の	<b>G</b> hund	340	kN/m²
引張強度	Obond		
ボンドの接線方向の	τ	340	kN/m <sup>2</sup>
甘ん断強度	L bond		

※ボンドの剛性は、ボンドの断面積 Abond で除した値で ある.

り、図1の骨材の粒度分布と比較すると、通過質量百分率にすると約80%通過粒径である.

2) 押し抜き実験のシミュレーション手順

押し抜き実験のシミュレーション手順について示す. DEM 供試体作製方法として, 600 mm × 600 mm × 100 mm の直方体の壁要素の中に球要素を発生させる. 球要素は、平均半径 rmean (= 5 mm) の球要素において 単純立方格子構造となるよう発生させるが、その時、球 要素の半径 rを最小半径 rmin から最大半径 rmax までラン ダムに変化させた.最大半径と最小半径の比は 2.0 とし た. 球要素発生後, 球要素の動きが落ち着くまで計算さ せた. その時, 600 mm × 600 mm × 100 mm の直方体 の中の球要素の集合体としてのカサ密度は、約 1530 kg/m<sup>3</sup>であった.これは、表2に示す型枠内に占める骨 材のカサ密度よりも著しく小さいが、シミュレーション では球要素の骨格構造を優先させた. つまり, 2 章で述 べたように、実際のコンクリート内の骨材の集合体のカ サ密度は,最小カサ密度よりもわずかに小さいことから, 骨材はセメント水和反応物中に浮遊するか、または最小 の接点数にて骨格を形成する骨材も存在するような状態 にあると推察される. したがって、シミュレーションで は、最小の接点数となる単純立方格子構造17)となること を優先させた.この時,実際の集合体のカサ密度と差が あるのは、球要素がほぼ均一な粒径で構成されているた めである.



図10 シミュレーションにおける供試体作製状況<sup>8)</sup>

次に,球要素同士の接触面にボンドを付加した.その後,載荷冶具の範囲外の供試体下部 600 mm × 600 mm × 50 mm の領域を岩石として,変位・回転しないよう速度・回転を0に固定した.つまり,岩石の厚さ50 mm,コンクリートの厚さ50 mm となる.

前述したように、吹付けコンクリート中の骨材とセメ ント水和物との付着強度と、吹付けコンクリートと花崗 岩の付着強度もほぼ同等であると推察されることから、 球要素間のボンドは、岩石およびコンクリートともに同 等とした.

載荷は、供試体中心部 D 100 mm × H 50 mm の範囲 にある球要素を載荷冶具とし、同範囲内の球要素を鉛直 に 10 mm/sec の速度で上昇させることで行った. その 際、載荷冶具が鉛直方向 zのみに変位するよう同範囲内 の球要素の水平面 (x, y)の速度を 0 に固定した. シミュ レーションにおける立体図および断面図を図 10 に示す.

# 5. 吹付けコンクリートの押し抜き破壊機構とその強度推定式

本章では実験結果とシミュレーション結果を示し,両 者の比較により,吹付けコンクリートの押し抜き破壊機 構について考察し,強度推定式を検討する.



図11 押し抜き実験における荷重と変位の関係®

1) 吹付けコンクリートの押し抜き実験結果

押し抜き実験時の押し抜き荷重と鉛直変位の関係を図 11 に示す.同図から,各材料の最大荷重を示す値に着目 すると、コンクリート(15分養生)の最大荷重は約1700 N であり、その時の鉛直変位は0.37 mm であった.繊 維補強モルタルを見ると、モルタル厚さがコンクリート 厚さよりも薄いにもかかわらず、コンクリートよりも強 度が高く、最大荷重約4400 Nとなり、コンクリートの およそ2.6倍もある.その時の鉛直変位は0.27 mm で あった.これは、コンクリート(1時間養生)の最大荷 重約4000 Nよりも大きく、繊維補強モルタルの強度が 高く、また早期に強度が発現することがわかる.

コンクリートの最大荷重の値から,実際のトンネル切 羽を考え,もし仮に直径 100mmの岩石が肌落ちしよう としていた場合,厚さ 50mmの吹付けコンクリートを打 設した 15 分後においては,約 170 kg 未満の岩塊,1時 間後においては約 400 kgf 未満の岩塊であれば切羽に留 めておくことができる可能性がある.また,その時の押 し出し変位も0.37 mmまたは0.52 mmであることから, 肌落ちの予兆を捉えるため,少なくとも破壊時の変位の 10 分の1 程度である 0.01mm 程度の微小な変位を計測 できる機器が必要である.

次に,押し抜き実験時のコンクリート(15分養生)の 表面の画像と鉛直変位分布を図12に示す.載荷前のコ ンクリート表面を3次元レーザスキャナにより任意の点 群データとして計測し、5mm間隔の格子状に補間する ことで3次元座標を取得した.続く載荷中の表面も同様 に5mm間隔の格子状に座標値を補間した.載荷中の各 節点の座標から載荷前の各節点の座標を差し引いて鉛直 変位を算出している.鉛直変位が正の値を示す場合,コ ンクリート表面が盛り上がり,岩石によりコンクリート が押し抜かれようとしていることを示す.同図(a)の左の 写真を見ると,鉛直変位においては,未だ表面の亀裂が明 瞭でないことがわかる.しかしながら,3次元レーザス キャナで見ると,供試体の中央付近が1mm近く盛り上 がり,押し抜きの影響が見てとれる.同図(b)の左の写真 から,鉛直変位 4.3 mm では、よく観察するとわずかに 亀裂が見てとれ、3 次元レーザスキャナでは供試体の中 央付近,およそ直径 300 mm の範囲が明確に押し抜かれ ようとしている.さらに、同図(c)の左の写真を見ると、 鉛直変位 7.4 mm において表面に亀裂が明確に見てとれ、 亀裂の形状と3次元レーザスキャナによる鉛直変位の分 布がよく一致している.このように表面の亀裂が円周状 に次第に進展・拡大し、表面の亀裂がほぼ閉合した鉛直 変位は 7.4 mm であった.亀裂の閉合とは、ここでは、 コンクリート表面の亀裂が進展・拡大し円形に繋がるこ とをいう.この時、コンクリートは完全に抵抗を失うた め、切羽から岩石が落下することとなる.一方、3 次元 計測結果を見ると、載荷岩石の直径 *D*= 100 mm の約 3 倍の直径 *D*def= 312 mm 程度に変形領域が及んでいるこ とがわかる(同図(c)の右図参照).

このように亀裂発生に伴って、コンクリートまたは岩 石の小片が落下する可能性もあり、それらの落下物を検 知する計測機器も有用である<sup>18),19)</sup>. さらには、ドリル・ ジャンボの削孔エネルギー等を用いて、予め切羽前方地 山の硬軟を3次元的に把握する技術<sup>20)</sup>,切羽における岩 盤の亀裂の密度を画像計測する技術<sup>21)</sup>等も開発されて いる. 今後は、これらの技術を組み合わせて肌落ちによ るリスクをできる限り低減することが望まれる.

ー方, コンクリート(1時間養生)の変形領域は, D<sub>def</sub>= 355 mm と計測され, 吹付け材料の押し抜き抵抗の増加 に伴って, 変形領域も拡大していることがわかる.

# コンクリートの押し抜き実験のシミュレーション結果と破壊機構

コンクリート(養生 15分)の押し抜き実験およびシ ミュレーションの荷重変位関係の比較を図 13 に示す. 同図から,最大荷重については,ボンドのせん断および 引張強度をパラメトリックに変化させ,実験値と一致さ せている.一方,最大荷重を示すまでの荷重変位関係の 傾きについては,シミュレーション結果と実験結果がほ ぼ一致しており,一軸圧縮試験から計測される弾性係数 等を用いて算出された球要素およびボンドの剛性の妥当 性を示している<sup>8,10</sup>.

一方,最大荷重を示した後の荷重の低下については, シミュレーション結果の方が著しい.これは,骨材を模 擬している球要素間のボンド(ここではセメント水和物 を模擬している.)に作用するせん断または引張応力が, ボンドのせん断または引張強度を超えるとボンドが消失 してしまうためと推察される.実際の実験では,セメン ト水和物が消失することなく,荷重が最大値を示した後 もセメント水和物および骨材が押し抜きに対して抵抗し 応力を受け持つ.そのため,実験時の荷重変位関係は最 大荷重を示した後も緩やかに減少するものと推察される.

例えば、Bažant & Oh (1983)<sup>22)</sup>、堀井(1989)<sup>23)</sup>、Horii
 & Ichinomiya<sup>24)</sup>は、コンクリート・岩石等の脆性材料に
 おける引張破壊領域をフラクチャープロセスゾーン
 (Fracture Process Zone)と呼び、生じている破壊メカ



(a) 鉛直変位 1.1 mm (左図:実験時のコンクリート表面の様子,右図:3次元計測による鉛直変位分布図)



(b) 鉛直変位 4.3 mm (左図:実験時のコンクリート表面の様子,右図:3次元計測による鉛直変位分布図)



(c) 鉛直変位 7.4 mm(左図:実験時のコンクリート表面の様子,右図:3 次元計測による鉛直変位分布図)
 図 12 コンクリート(養生 15 分,厚さ 45 mm)のコンクリート表面の様子と鉛直変位分布図<sup>8)</sup>

ニズムとして、マイクロクラックの発生・成長と、骨材、 セメント水和物等による巨視的クラック面での応力伝達 (ブリッジング)であることを示した.フラクチャープ ロセスゾーンの模式図を図14に示す. 堀井(1989)<sup>23)</sup>の定 義を引用すると、『引張破壊開始後,初期の段階で卓越し ているのはマイクロクラックの発生・成長であり、開口 変位が大きくなり伝達応力が小さくなるに従い、主要な メカニズムはブリッジングに移行する.この遷移がフラ



図 13 コンクリート(粉体急結剤,養生 15分)の押 し抜き実験およびシミュレーションの荷重変 位関係の比較<sup>8)</sup>

クチャープロセスゾーンの先端から順に起こっていると 考えられる.前者の卓越している領域をマイクロクラッ キングゾーンと呼び、後者の卓越している領域をブリッ ジングゾーンと呼ぶ.両者を合わせたものがフラク チャープロセスゾーンである.目に見える巨視的なク ラックも骨材等によって応力の伝達されている部分はフ ラクチャープロセスゾーンに含まれる.このように定義 すればフラクチャープロセスゾーンの寸法がかなり大き いことが理解される.』とある.

したがって、実際のコンクリート内のフラクチャープ ロセスゾーンにおいては、骨材とセメント水和物の間ま たはセメント水和物同士の間で、図 14 の左上に示した 引張軟化曲線のように応力を伝達するのに対し、DEM シミュレーションにおけるボンドは、引張破壊後、瞬間 的に応力が 0 となるため、同図の引張軟化曲線のように 徐々に伝達応力が減少するのではなく、応力の伝達を直 ちに一切しなくなるということである.したがって、そ の応力は、直ちに、より上方のボンドが受け持つことと なる.このため、図 13 に示すように、荷重変位関係も急 減な引張軟化挙動を呈していると考えられる.

次に、シミュレーションにおいて、ボンドに作用する 引張応力と圧縮応力およびせん断応力の分布を図 15 に 示す.同図(a)から、載荷岩石の上昇に伴い、載荷岩石の 左右端から引張応力が集中していることが見てとれる. 次に、最大荷重を示す直前、同図(b)から、左右の引張応 力が卓越している箇所から半球状にコンクリート表面に まで引張応力が分布していることが見てとれる.一方、 せん断応力のコンターの絶対値は引張応力と一致させて いるが、コンターの分布を見ると、せん断応力は引張応 力の値に比べて小さい.同図(c)の最大荷重を示した後を 見ると、載荷岩石の左右端に卓越していた引張応力が少 しだけ斜め上方に移動していることがわかる.また、最 大荷重を示す前と比べ、半球状の引張応力の分布もその 半球の半径を拡大しつつ、コンクリートの厚さがその半 径よりも小さいため、途中でその半球が途切れた形と



図 14 フラクチャープロセス (マイクロクラッキング およびブリッジング)ゾーンと引張軟化曲線<sup>20)</sup> <sup>に加筆,10)</sup>

なっている.その後,鉛直変位の増加とともに,同図(d), (e)および(f)を見ると,引張応力の卓越している箇所が斜 め上方に移動していき,終にはコンクリート表面に到達 している.半球状の引張応力の分布もその半径を拡大し つつ,ついには表面に到達する.

これらのことから,以下の事項が考えられる.押し抜 き岩石の上昇に伴い,岩石の左右端から引張応力が卓越 し,その引張応力がボンドの引張強度を超えるとボンド が消失,より上方のボンドがその引張応力を受け持つ. しかしながら,上方のボンドもその引張応力に耐え切れ ず,除々に亀裂が斜め上方に進展していくこととなり, 終には亀裂が表面に到達すると推察される.

押し抜き荷重が最大荷重に達するときの引張および圧 縮応力の分布(図15(b)の左図)とその時のコンクリート 内部の微小要素を図16に簡略化してみる.同図(a)に示 すように,載荷岩石を直径とする半球の周面上に引張応 力が卓越していることが見てとれる.次に,同図(b)に示 すように,載荷岩石を直径とする半球状の周面に位置す る微小なコンクリート要素を考える.例えば,載荷岩石 の左端の要素を要素1とする.ここで,要素1について 考えると,載荷岩石がコンクリートを押し抜こうと上方 へ変位すると,要素1においては,要素下端が底盤の岩 石と付着しているため基盤岩石が要素を下方に引っ張り, 要素上端では押し抜き力のため上方に要素は引っ張られ る.

Barrett and McCreath<sup>25)</sup>もその論文の中で述べてい るように, 吹付けコンクリートの押し抜き実験において は, "Thus, the slab actually fails in tension rather than in shear", 結局のところ, 吹付けコンクリートスラブは せん断よりもむしろ引張により破壊するという主張を本 研究結果も支持する.

3) 吹付けコンクリートの押し抜き強度推定式





吹付けコンクリートは、押し抜きに対して最大抵抗を 発揮するとき、押し抜き岩石を直径とする半球状に引張 応力が分布すること、その後、押し抜き岩石の左右端か ら引張亀裂が発達することがわかった.

したがって,押し抜き岩石を直径とする半球状の表面 積が押し抜き力を受け持つとして,以下の式により,押 し抜き強度を定義する.

$$f_p = \frac{F_p}{\pi D t} \quad \left(t \le \frac{D}{2}\right) \tag{1}$$

ここで, *f*<sub>6</sub>: 吹付け材料が有する押し抜き強度 (N/mm<sup>2</sup>), *F*<sub>p</sub>: 吹付け材料の押し抜き抵抗力 (N), *D* 押し抜き岩石 の直径 (mm), *t* 吹付け厚さ (mm)である. 式(1)は、押し抜き抵抗力を押し抜き岩石の上部にある 吹付け材料の半球状の表面積で除すものである. 直径 *D* の半球状の表面積 *A* は、吹付け厚さ *t* が押し抜き岩石の 半径 *r*(= *D*/2) 以下のとき、図 17 のようになり、次式に より表現される.

$$A = \int_0^{\theta_1} 2\pi r \cos\theta \cdot r d\theta = 2\pi r^2 [\sin\theta]_0^{\theta_1}$$
$$= 2\pi r^2 \cdot \frac{t}{r} = 2\pi r \cdot t = \pi Dt \qquad (2)$$

したがって、吹付け厚さ tが押し抜き岩石の半径 rより も小さい場合、半球の上部が欠けたような形状となるが、 その場合でも表面積  $A=\pi Dt$ となる.この表面積は、押 し抜き岩石と同等の直径を有する高さ tの円柱の表面積



 (a) DEM シミュレーションにおける押し抜き最大荷 重直前のボンドに作用する引張応力の分布



(b) 押し抜き時のコンクリート内部の微小要素

 図 16 押し抜き荷重が最大荷重に達するときの引張 および圧縮応力の分布とその時のコンクリー ト内部の微小要素<sup>8)</sup>

と等しい. また,式(1)は, Bažant & Cao (1987)<sup>26)</sup>が示 した押し抜き破壊時の名目上のせん断応力と同様である.

このように算出された押し抜き強度と圧縮強度の関係 を図 18 に示す. 同図中には, 土木学会発行のコンクリー ト標準示方書<sup>27)</sup>に記載されているコンクリートの引張 強度と圧縮強度の関係式も合わせて示している. これら の式は圧縮強度の設計基準強度に対する引張強度である が, 圧縮強度とも同様の関係にあるとすると, 以下のと おりである.

$$f_t = 0.23 f_c^{\prime 2/3} \tag{3}$$

ここで, *f*: 引張強度 (N/mm<sup>2</sup>), *f*': 圧縮強度 (N/mm<sup>2</sup>) である.

同図から、コンクリートの押し抜き実験から得られた 押し抜き強度のプロットは、式(3)の引張強度と圧縮強度 の関係式に最も近いことがわかる.これは前述したよう に、結局のところ、押し抜き岩石の左右端の要素が引張 により破壊することを支持している.

このように、コンクリートの押し抜き強度は、引張強 度と圧縮強度の関係式と同様に以下の式により簡便に評 価できると考えられる.

$$f_p = 0.23 f'_c^{2/3} \tag{4}$$

一方, Bažant & Cao (1987)<sup>26</sup>は、引張側鉄筋を有する
 厚さ = 25.4 ~ 101.6 mm の円盤状のコンクリートスラ



図 17 肌落ち岩石の直径 Dを直径とする半球状の表 面積の算出(吹付け厚さ t が半球の半径 r 以 下の場合)



ルタルについてはプルアウト試験からの換算 圧縮強度を圧縮強度とした.)<sup>8)</sup>

ブを直径 *D*= 25.4 ~ 101.6 mm の押し抜きプラグにより 押し抜き,コンクリートの押し抜き強度の寸法効果を以 下のように定式化している.

$$f_{p\_SE} = C \left( 1 + \frac{t}{\lambda_0 d_0} \right)^{-1/2}$$
(5)

$$C = k_1 f_c' \left( 1 + k_2 \frac{t}{D} \right) \tag{6}$$

ここで、 $f_{0.5E}$ : 寸法効果を考慮したコンクリートの押し 抜き強度 (N/mm<sup>2</sup>), *C*: 寸法効果を考慮していない押し 抜き強度の推定式 (Bažant & Cao (1987)<sup>26</sup>は,式(6)に 示す修正されたクーロンの破壊基準に基づいた極限釣り 合い解析による理論的な押し抜き強度推定式を与えてい る.),  $\lambda_0$ : 対象物の形状を特徴づける経験的なパラメー タ,  $d_0$ : コンクリートの最大骨材寸法 (mm),  $k_1, k_2$ : 経 験的なパラメータである.

Bažant & Cao (1987)<sup>26)</sup>は、コンクリートスラブの押 し抜きにおける寸法効果を調べた実験結果から、 $\lambda_0$ = 28.5、 $k_1$ = 0.155、 $k_2$ = 0.35を求めている.  $k_1$ および  $k_2$ の値、 = 50 mm, D= 100 mm を式(6)に代入し、寸法効 果を考慮していない押し抜き強度 Cと圧縮強度との関係 を図 18 に合わせて示している. 同図から圧縮強度 2 N/mm<sup>2</sup>付近までは、Bažant & Cao (1987)<sup>26)</sup>による関係 式が、式(3)および(4)よりも低い押し抜き強度を与えるが、 それ以降は、その関係が逆転し直線的に押し抜き強度が 増加している.また、式(6)は、圧縮強度1 N/mm<sup>2</sup>以下 であれば本研究の実験結果を適切に評価しているが、1 N/mm<sup>2</sup>以上の場合は本研究で示した式(4)が適切である.

#### **6**. まとめ

トンネル建設工事において、1次吹付け作業の後、約 10数分後には支保工を建て込むため作業員が切羽に立 ち入る場合もある.その時の吹付けコンクリートの強度 変形特性を把握するため、本研究ではコンクリートおよ び繊維補強吹付けモルタルに対して押し抜き実験を実施 した.また、吹付けコンクリートの押し抜き破壊機構を 明らかにするため、個別要素法を用いたシミュレーショ ンを実施した.さらに、押し抜き破壊機構から、吹付け コンクリートの押し抜き強度と圧縮強度の関係を検討し た.

以下に得られた知見を示す.

- 押し抜き実験結果から、養生 15 分のコンクリート は、約 1600 N の押し抜き抵抗であり、その時の押 し出し変位量も 0.37 mm と微小な変位量であった. このため、実際のトンネル切羽において、吹付けコ ンクリートの押し出し量から肌落ちの予兆を捕らえ ようとすると、少なくとも 0.01mm 程度の高い精度 の計測機器が必要になり、切羽監視責任者の目視に よる監視を補助するような計測機器の開発が必要で ある.
- 2) また、同コンクリートの表面の亀裂に着目すると、 表面に亀裂が発生する押し出し変位量は画像で確認 できる限り約 4.3 mm であり、亀裂が閉合する押し 出し変位量は約 7.4 mm であった. 亀裂の閉合とは、 ここでは、コンクリート表面の亀裂が進展・拡大し 円形に繋がることをいう. この時、コンクリートは 完全に抵抗を失うため、切羽から岩石が落下するこ ととなる.
- 3) 個別要素法による押し抜き実験のシミュレーション 結果から,押し抜き載荷初期には、コンクリートお よび繊維補強モルタル内に、載荷岩石の直径と同等 の直径を有する半球状の周面に引張応力が発生して いることが明らかとなった.載荷岩石の貫入に伴い、 載荷岩石左右端のコンクリート要素の応力状態が引 張側の破壊基準に順次到達し進行的に破壊するため、 結局のところ載荷岩石上部のコンクリートがコーン 破壊されることが考えらえる.
- 4) 押し抜き抵抗力が最大となる時、載荷岩石の直径と 同等の直径を有する半球状の周面に引張応力が発生 していることから、押し抜き強度は、押し抜き抵抗 力を半球状の周面積で除すことにより次式のように 算出できる。

$$f_p = \frac{F_p}{\pi Dt} \quad \left(t \le \frac{D}{2}\right)$$

ここで、 f: 吹付け材料が有する押し抜き強度

(N/mm<sup>2</sup>), *F*<sub>p</sub>: 吹付け材料の押し抜き抵抗力 (N), *D*. 押し抜き岩石の直径 (mm), *t*. 吹付け厚さ (mm)で ある.

「1. はじめに」でも述べたように、切羽周面を含む切 羽面に対して吹付けコンクリートを打設しない場合,地 山は掘削とともに応力緩和し変形が微小でも進行してい く. つまり、変形が進行していくということは、応力の 釣り合いが保たれていないことになり、そのような地山 が不安定な場所に作業員を近づけることは、許容できな いリスクに作業員を晒していることになり、安全学的な 観点からは許容されない.

以上のようなことから、本論文中に示した図 18 に示 すように、吹付けコンクリートの押し抜き強度以上の肌 落ちが想定される場合には、積極的に鏡ボルト、先受け 工等の補助工法を採用する必要がある.加えて、切羽前 方探査、切羽の変状モニタリング、切羽監視責任者によ る監視等を多重防護的に実施することが望まれる.

## 謝 辞

本研究を遂行するにあたり,共同研究者の堀智仁氏, 山際謙太氏には,貴重な助言をいただきました.また, 実験を実施するにあたって,デンカ株式会社の入内島克 明氏,三島俊一氏,岩崎昌浩氏の他,多くの方々の御協 力をいただきました.さらに,3次元レーザースキャナ 計測に際して,株式会社フィールドテックの福森秀晃氏, 清水哲也氏に補助いただきました.ここに記して感謝の 意を表します.

#### 参考文献

- 厚生労働省:山岳トンネル工事の切羽における肌落ち災 害防止対策に係るガイドラインの解説(平成 30 年 1 月改 正 版), https://www.mhlw.go.jp/stf/seisakunitsuite/ bunya/0000149309.html, 2018 年 9 月 10 日閲覧
- 吉川直孝,伊藤和也,堀智仁,玉手聡,豊澤康男:トンネ ル切羽の肌落ちによる死傷災害の調査分析と安定対策の 検討,土木学会論文集 F6 (安全問題), Vol. 67, No. 2, pp. I\_125-I\_130, 2011.
- Kikkawa, N., Itoh, K., Hori, T., Toyosawa, Y. and Orense, R. P.: Analysis of labour accidents in tunnel construction and introduction of prevention measures, Industrial Health 2015, Vol. 53, pp. 517-521, 2015.
- 4) Hoek, E.: Support for very weak rock associated with faults and shear zones, Distinguished lecture for the opening of the International Symposium on Rock Support and Reinforcement Practice in Mining, Kalgoorlie, Australia, 20p., March 14-19, 1999.
- 5) Bernard, E. S.: Early-age load resistance of fibre reinforced shotcrete linings, Tunnelling and

Underground Space Technology, Vol. 23, pp. 451-460, 2008.

- 6) Bernard, E. S.: Influence of geometric factors on the punching load resistance of early-age fibre reinforced shotcrete linings, Tunnelling and Underground Space Technology, Vol. 26, pp. 541-547, 2011.
- 7) Kikkawa, N., Hiraoka, N., Itoh, K. and Orense, R. P.: Study on strength and deformation characteristics of early age shotcrete in tunnel face, World Tunnel Congress 2019, Tunnels and Underground Cities: Engineering and Innovation meet Archaeology, Architecture and Art – Peila, Naples, Italy, pp. 4882-4891, 2019.
- 8) Kikkawa, N., Ito, S., Hori, A., Sakai, K. and Hiraoka, N.: Punching fracture mechanism and its strength formulation of early-age shotcrete, Tunnelling and Underground Space Technology. (submitted)
- 地盤工学会地盤調査法改訂編集委員会:地盤材料試験の 方法と解説,社団法人地盤工学会,pp.115-136,pp. 198-225,2009.
- 10) 吉川直孝, 平岡伸隆, 伊藤和也: 若材齢ベースコンクリートの押し抜き実験とその個別要素シミュレーション, 土木学会論文集 F1(トンネル工学), Vol. 75, No. 1, pp. 56-74, 2019.
- BS EN 14487-1:2005 "Sprayed concrete Part 1: Definitions, specifications and conformity", 2005.
- 12) EFNARC: European Specification for Sprayed Concrete, ISBN 0 9522483 1 X, 1996.
- 13) Carmona, S., Molins, C. and García, S.: Application of Barcelona test for controlling energy absorption capacity of FRS in underground mining works, Construction and Building Materials 246 (2020), pp. 1 – 12, 2020.
- Cundall, P. A. and Strack, O. D. L.: A discrete numerical model for granular assemblies, Gèotechnique, Vol. 29, No. 1, pp. 47-65, 1979.
- Potyondy, D. O. and Cundall, P. A.: A bonded-particle model for rock, International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, Vol. 41, pp. 1329-1364, 2004.
- 16) 吉川直孝, 堀智仁, 伊藤和也, 三田地利之: 固結粒状材料 における個別要素法パラメータの決定方法の検討, 地盤 工学ジャーナル, Vol. 8, No. 2, pp. 221-237, 2013.

- 17) 最上武雄編著, 土木学会監修: 土質力学, 技報堂出版, 1048p., 1969.
- 18) Tani, T., Koga, Y., Hayasaka, T. and Honma, N.: A novel watcher system for securing works at tunnel face, World Tunnel Congress 2019, Tunnels and Underground Cities: Engineering and Innovation meet Archaeology, Architecture and Art – Peila, Naples, Italy, pp. 4974-4983, 2019.
- 19) 藤岡大輔,中岡健一,西山哲:背景差分法を活用したトン ネル切羽の崩落検知システムの開発,土木学会第73回年 次学術講演会, VI-018, pp. 35-36, 2018.
- 20) 白鷺卓, 戸邉勇人, 宮嶋保幸, 山本拓治: 切羽崩落事故ゼロのための IoT によるリアルタイム切羽崩落予測システム, 土木学会第73回年次学術講演会, VI-016, pp. 31-32, 2018.
- 戸邉勇人,宮嶋保幸,白鷺卓,山本拓治,川端淳一:画像 処理解析による山岳トンネルの切羽剥落危険度予測シス テムの開発,土木学会第73回年次学術講演会,III-557,pp. 1113-1114,2018.
- 22) Bažant, Z. P. and Oh, B.H.: Crack band theory for fracture of concrete, Materials and Structures, Vol. 16, pp. 155-177, 1983.
- 23) 堀井秀之:フラクチャープロセスゾーン問題とコンク リート・岩石・セラミックスに対する破壊力学の体系化, 構造工学論文集, Vol. 35A, pp. 309-320, 1989.
- 24) Horii, H. and Ichinomiya, T.: Observation of fracture process zone by laser speckle technique and governing mechanism in fracture of concrete, International Journal of Fracture, Vol. 51, pp. 19-29, 1991.
- 25) Barrett, S. V. L. and McCreath, D. R.: Shotcrete support design in blocky ground: towards a deterministic approach, Tunnelling and Underground Space Technology, Vol. 10, No. 1, pp. 79-89, 1995.
- 26) Bažant, Z. P. and Cao, Z.: Size effect in punching shear failure of slabs, ACI Structural Journal, pp. 44-53, Jan.-Feb. 1987.
- 27) 土木学会コンクリート委員会、コンクリート標準示方書 改訂小委員会、委員長 魚本健人:2007制定 コンクリート 標準示方書[設計編]、社団法人土木学会、丸善(株)、pp. 34-35, 2007.