

## 5. 一次近似信頼性手法による周方向貫通き裂付き配管の 確率論的弾塑性破壊評価

佐々木哲也\*

### 5. Probabilistic Elastic-Plastic Fracture Analysis of Circumferential Through-Wall-Cracked Pipes Using the First-Order Reliability Method

by Tetsuya SASAKI\*

**Abstract:** To prevent fractures of pressure vessels and pipes, which are widely used at industrial sites like chemical plants, is essentially important to assure safety of workers and a neighborhood. Since fractures of pressure vessels and pipes usually result from cracks contained in materials, any crack-like defects have not been allowed to exist by regulations. However, it is more economical to continue to operate plants ignoring small cracks contained in materials as long as they are not critical, and the recent development of fracture mechanics has already made it possible to realize such damage tolerant operation. In making such economical and technical circumstance to be a background, so-called fitness-for-service standards for pressure vessels and pipes have been developed in the United States, EU countries and Japan. These fitness-for-service standards tend to adopt the two-parameter approach to evaluate structural integrity of components with crack-like flaws. Some probabilistic methods have also been developed to make quantitative assessments of structural reliability based on the two-parameter approach because there exist a large amount of uncertainties in the assessment parameters. However, most of them employ restricted numerical integration or tedious Monte Carlo simulation methods to calculate failure probabilities, and it is difficult to efficiently assess the reliability of many components included in the large-scale system using such methods. In this paper, making use of the first-order reliability method (FORM) is suggested to efficiently and generally compute failure probabilities of circumferential through-wall-cracked pipes subject to bending based on the two-parameter approach. The fracture of a circumferential through-wall-cracked pipe is one of the most important fractures which must be considered to ensure the plant safety. To confirm adequacy of employing FORM, the failure probabilities are computed by FORM and Monte Carlo simulation methods considering uncertainties in major parameters of the two-parameter approach such as crack size, tensional stress, yield stress and fracture toughness. The results show that FORM provides satisfactory estimates for the wide range of fracture mechanics parameters. The effect of a correlation of yield stress and fracture toughness on the failure probability is also investigated. It is revealed that a positive correlation between yield stress and fracture toughness results in the increase of the failure probability.

**Keywords;** Structural reliability, Failure probability, Two-parameter approach, Failure assessment diagram, First-order reliability method, Monte carlo simulation, Importance sampling, Pipe

---

\* 機械システム安全研究グループ Mechanical and System Safety Research Group

## 1. 緒言

圧力容器や配管は化学プラント、発電プラントをはじめとする製造業の現場で広く使用されており、これらの破壊を防止することは現場で作業する労働者や近隣住民の安全確保の観点から極めて重要である。圧力容器や配管の破壊は材料中に何らかの原因で生じたき裂状の欠陥が原因となることが多いため、従来は材料中にき裂状の欠陥が存在することは許容されなかった。しかし、直ちに破壊に至らないような小さな欠陥は許容して運転を継続した方が経済的であるため、破壊力学の発展とともに、近年これを可能にするための維持基準の策定が国内外で進められている。圧力容器や配管の破壊は材料やその大きさに応じて、脆性破壊から塑性崩壊に至るまでの幅広い様式を取る。このため、これらの維持基準においては、き裂状欠陥を有する部材の構造健全性評価に際して、R6法<sup>1)</sup>に代表されるような2パラメータ法を採用することが主流となっている。

実際に2パラメータ法を適用するに当たっては、この方法の主要なパラメータである欠陥サイズ、負荷荷重、材料の破壊靱性・降伏応力等に存在する無視できないばらつきを如何に取り扱うかが問題となる。従来は、これらのばらつきを考慮するために適当な安全率を設定し、保守的な評価を行うようにしてきた。しかし、構造物やプラント等の寿命延伸に対する要求やコストダウンに対する要求に応えるためには過度の保守性は排除する必要がある。特に大規模構造システムにおいては、合理的な指標によって各コンポーネントの信頼度を適切に設定する必要がある。このため、2パラメータ法による破壊評価においても、確率論的なアプローチによって信頼性を定量的に評価することが望まれている。しかし、従来提案されている2パラメータ法に基づく確率論的破壊評価法<sup>2)-7)</sup>は一般性の低い数値積分法や計算時間を要するモンテカルロ法を用いたものが大部分であり、効率的かつ一般的な信頼性評価が困難であった。

そこで本研究では、汎用性に富むと同時に計算効率に優れた一次近似信頼性手法 (FORM; First-Order Reliability Method) によって2パラメータ法に基づく確率論的弾塑性破壊評価を試みた。解析対象としては、プラントの安全上最も重要な破壊の一つである周方向貫通き裂付き配管の曲げ荷重による弾塑性破壊を取り上げ、FORM評価の妥当性と材料強度特性の相関が破壊確率評価に及ぼす影響について検討した。

## 2. 2パラメータ法の概要

2パラメータ法は小規模降伏状態における応力拡大係数クライテリオンと全断面降伏状態における応力クライテリオンを組み合わせることによって、任意の降伏状態において欠陥からの弾塑性破壊を評価する手法である。

実際に2パラメータ法を適用するためには、まず、応力拡大係数 $K$ 、荷重 $P$ に関する無次元パラメータ $K_r$ 、 $L_r$ を次式で定義する。

$$K_r = \frac{K}{K_{Ic}} \quad (1)$$

$$L_r = \frac{P}{P_y} \quad (2)$$

ここで、 $K_{Ic}$ は平面ひずみ破壊靱性、 $P_y$ はき裂部材の塑性降伏荷重である。そして、Fig. 1に示すように適当な破壊評価線図 (FAD; Failure Assessment Diagram) 上に評価点 ( $L_r$ ,  $K_r$ ) をプロットしたとき、評価点がA点のように破壊評価曲線の内側に位置すれば延性き裂が進展しないと判定され、C点のように外側に位置すれば進展開始すると判定される。評価点がA点の場合、荷重が増大すると評価点はOAの延長上を移動し、破壊評価曲線との交点Bに達すると、延性き裂が進展開始する。このため、荷重の安全裕度 $M$ は、

$$M = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} \quad (3)$$

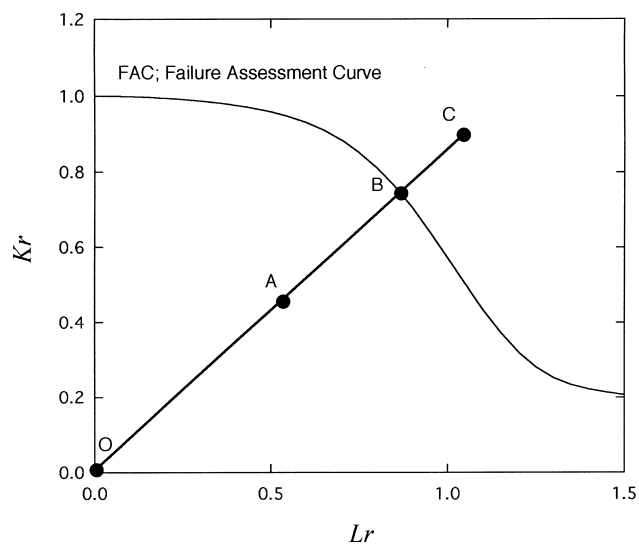


Fig. 1 Evaluation of crack-like defect using a failure analysis diagram.

破壊評価線図によるき裂状欠陥評価

で表される。このように、2パラメータ法は図式的に破壊評価が可能であるという点でも有利である。

2パラメータ法の評価精度は破壊評価曲線に依存するため、これまでに種々の破壊評価曲線が提案されている。正確な破壊評価曲線の導出には材料のひずみ硬化特性を考慮する必要がある。このため、1986年版R6法<sup>1)</sup>のオプション1やBS規格MS7910<sup>8)</sup>のレベル3では、材料の応力-ひずみ関係が不明の場合にも適用可能な簡易破壊評価曲線として、次式が与えられている。

$$K_r = (1 - 0.14L_r^2) \{0.3 + 0.7 \exp(-0.65L_r^6)\} \quad (4)$$

ただし、 $L_r$ には打ち切り(カットオフ)があり、流動応力 $\sigma_f$ に対して $L_r > \sigma_f / \sigma_y$ の場合には、 $K_r = 0$ となる。式(3)の破壊評価曲線は、種々の材料に対して適用可能な保守的な破壊評価曲線である。

### 3. 2パラメータ法へのFORMの適用

簡単のため、破壊評価曲線として式(4)を用いた場合について、確率変数の分布形状を考慮したFORMの適用を試みる。式(4)においてばらつきが大きい代表的なパラメータは、欠陥サイズ $a$ 、荷重 $P$ 、降伏応力 $\sigma_y$ 、平面ひずみ破壊靱性 $K_{Ic}$ の4個である。そこで、これらを確率変数と見なして基本変数ベクトルを $\mathbf{X} = [a, P, \sigma_y, K_{Ic}]^T$ とする。このとき、保守的な取り扱いとして、延性き裂の進展開始を最終破壊と見なせば、式(4)の破壊評価曲線に基づく限界状態関数 $g(\mathbf{x})$ は、次式で表される。

$$g(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{\sigma_f}{\sigma_y} - L_r & \text{for } L_r > \frac{\sigma_f}{\sigma_y} \\ (1 - 0.14L_r^2) \{0.3 + 0.7 \exp(-0.65L_r^6)\} & \\ -K_r & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

$\mathbf{X}$ ,  $g(\mathbf{x})$ をそれぞれ標準正規確率空間上の $\mathbf{U}$ ,  $G(\mathbf{u})$ に変換し、制約条件付き非線形最適化問題

$$\begin{aligned} \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} &\rightarrow \min. \\ \text{Subject to } G(\mathbf{u}) &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

を解くことにより、原点から限界状態局面までの最短距離として信頼性指標 $\beta$ が求められる。基本変数が非正規変数を含む場合の標準正規化は、Rackwitz-Fiesslerの正規裾野近似<sup>9)</sup>によって可能である。 $\beta$ が得られれば、標準正規確率分布関数 $\Phi(\cdot)$ を用いることにより、FORMによる破壊確率 $P_{f, \text{FORM}}$ は、

$$P_{f, \text{FORM}} = \Phi(-\beta) \quad (7)$$

で与えられる。

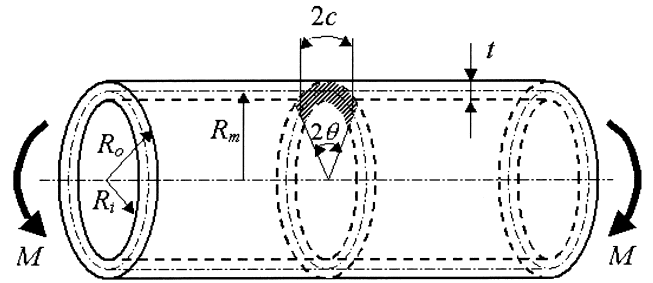


Fig. 2 Circumferential through-wall-cracked pipe subject to bending.  
曲げを受ける周方向貫通き裂付き配管

## 4. 解析モデルと解析方法

### 4.1 解析モデル

解析に使用したモデルは、Fig. 2に示すようなき裂半角 $\theta$ (き裂半長 $c$ )の周方向貫通き裂を有する外半径 $R_o = 354.59$  mm、板厚 $t = 33.77$  mmの配管に曲げモーメント $M$ が作用している場合である。これは、沸騰水型原子炉のオーステナイト系ステンレス鋼製配管のモデルとして、Rahman<sup>10)</sup>が用いているものと同一である。

### 4.2 応力拡大係数解と極限荷重解

この配管に対して、 $K_r$ パラメータを次式で計算した。

$$K_r = \frac{K_1}{(E' J_{Ic})^{1/2}} \quad (8)$$

ここで、 $J_{Ic}$ は弾塑性破壊靱性であり、 $E'$ はヤング率 $E$ とポアソン比 $\nu$ から、次式で定まる。

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (9)$$

また、モードIの応力拡大係数 $K_I$ は、ASMEの解<sup>11)</sup>より、

$$K_I = F_{bg} \frac{M}{\pi R_m^2 t} \sqrt{\pi c} \quad (10)$$

で計算した。ここで、 $R_m$ は配管の平均半径であり、 $F_{bg}$ は、

$$F_{bg} = 1 + A_{bg} \left( \frac{c}{\pi R_m} \right)^{1.5} + B_{bg} \left( \frac{c}{\pi R_m} \right)^{2.5} + C_{bg} \left( \frac{c}{\pi R_m} \right)^{3.5} \quad (11)$$

で表される。ただし、

$$A_{bg} = -3.26543 + 1.52784 \left(\frac{R_m}{t}\right) - 0.072698 \left(\frac{R_m}{t}\right)^2 + 0.0016011 \left(\frac{R_m}{t}\right)^3 \quad (12)$$

$$B_{bg} = 11.36322 - 3.91412 \left(\frac{R_m}{t}\right) + 0.18619 \left(\frac{R_m}{t}\right)^2 - 0.004099 \left(\frac{R_m}{t}\right)^3 \quad (13)$$

$$C_{bg} = -3.18609 + 3.84763 \left(\frac{R_m}{t}\right) - 0.18304 \left(\frac{R_m}{t}\right)^2 + 0.00403 \left(\frac{R_m}{t}\right)^3 \quad (14)$$

である。

次に、 $L_r$  パラメータは Kanninen らによる単軸実断面応力に基づく極限荷重解<sup>12)</sup> を用いて次式で計算した。

$$L_r = \frac{M}{M_y} \quad (15)$$

ただし、

$$M_y = 4\sigma_y R_m^2 t \left\{ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{1}{2} \sin\theta \right\} \quad (16)$$

である。

### 4.3 解析方法

ここでは、3.2 で定義した4個の基本変数を、 $M$ 、 $\theta/\pi$ 、 $\sigma_y$ 、 $J_{Ic}$  に置き換え、式(5)の限界状態関数を用いて破壊確率を評価する。 $M$ 、 $\theta/\pi$ 、 $\sigma_y$ 、 $J_{Ic}$  は、それぞれTable 1に示すような確率特性を有するものとした。以下の解析では、特に断っていない限りこの確率特性を用いている。 $M$ 、 $\theta/\pi$ 、 $\sigma_y$ 、 $J_{Ic}$  の確率分布形状については諸説あり、明確な結論は得られていないため、構造信頼性解析に際してしばしば利用される対数正規分布を用いている。

材料の機械的性質としては、Table 2に示すような3種類を使用した。材料1は288℃におけるステンレス鋼 SUS304 の機械的性質として、Rahman<sup>10)</sup> が用いている値である。材料2は低炭素鋼を代表させるために、材料1の $\sigma_y$ を1.5倍し、 $J_{Ic}$ を1/4倍したものである。また、材料3は低合金鋼を代表させるために、材料1の $\sigma_y$ を2.5倍し、 $J_{Ic}$ を1/9倍したものである。ただし、極限強さ $\sigma_u$ については $L_r$ のカットオフ点を材料2、材料3に対してそれぞれ1.25(低炭素鋼の典型値)、1.15(低合金鋼の典型値)

Table 1 Standard statistical properties of basic variables.  
基本変数の統計的性質

Variable	Mean	C.O.V.	Distribution type
M	1.5 MNm	0.1	Lognormal
$\theta/\pi$	0.16	0.1	Lognormal
$\sigma_y$	As shown in Table II	0.1	Lognormal
$J_{Ic}$	As shown in Table II	0.1	Lognormal

Table 2 Mechanical properties of materials.  
材料の機械的性質

	Yield stress $\sigma_y$ (MPa)	Ultimate strength $\sigma_u$ (MPa)	Fracture toughness $J_{Ic}$ (MPa)
Material 1	152	451	1060
Material 2	228	342	265
Material 3	380	494	118

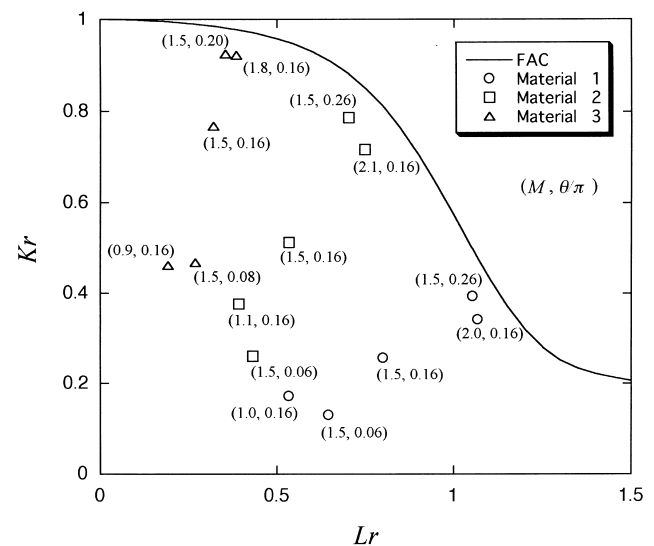


Fig. 3 Assessment points on the failure assessment diagram.  
破壊評価線図上の評価点

と仮定して計算した。

Fig. 3は基本変数が平均値を取るときの評価点と、次節以降での解析における $M$ と $\theta/\pi$ の上限値、下限値に対応する評価点を破壊評価線図上にプロットしたものである。ただし、図中には $L_r$ のカットオフ点は表示していない。材料1、材料2、材料3に対する評価点が、それぞれ塑性崩壊に近い領域、弾塑性領域、線形弾性に近い領域を代表しており、本



解析例によって破壊評価線図上の幅広い領域がカバーされていることがわかる。

実際の数値計算は、著者が開発した構造部材の信頼性評価システム<sup>13)</sup>を拡張することによって行った。このシステムでは、相関を有する非正規基本変数の標準正規化にDer Kiureghianらの近似式<sup>14)</sup>を用いている。FORMによって計算された破壊確率の妥当性を検証するために、原始的モンテカルロシミュレーション及び重点サンプリング・モンテカルロシミュレーションによる破壊確率の評価も行った。その際、重点サンプリング・モンテカルロシミュレーションのサンプリング数は $N_{IS} = 2000$ とし、原始的モンテカルロシミュレーションのサンプリング数 $N_{MCS}$ は次式で決定した。

$$N_{MCS} = \max\left(2000, \left\lceil \frac{500}{P_{f,FORM}} \right\rceil\right) \quad (17)$$

ここで、 $[x]$  は $x$ を越えない最大の整数を表す。ただし、 $N_{MCS}$ が $10^7$ を越えるときは、計算時間の制約から評価を行わなかった。

## 5. 解析結果

### 5.1 FORMの妥当性

FORMによる破壊確率評価の妥当性を検討するために、材料1、材料2、材料3に対して、FORM、原始的モンテカルロシミュレーション、重点サンプリング・モンテカルロシミュレーションで破壊確率を計算した。

Fig. 4は曲げモーメント $M$ の平均値を変化させたときの破壊確率の変化の様子であり、Fig. 5はき裂半角 $\theta/\pi$ の平均値を変化させたときの破壊確率の変化の様子を示している。いずれの場合も、FORM、原始的モンテカルロシミュレーション、重点サンプリング・モンテカルロシミュレーションによって計算された破壊確率には、材料、破壊確率の大きさに関わらず、実用上問題となるような差はないことがわかる。従って、少なくとも本論文の解析例に関しては、FORMによって効率的かつ実用上十分な精度で破壊確率の評価が可能であると言える。

### 5.2 材料強度特性の相関が破壊確率に及ぼす影響

一般に、材料の降伏強度 $\sigma_y$ と破壊靱性 $J_{Ic}$ の統計的データには何らかの相関があると考えられる。そこで、両者に相関係数 $r = +0.5$ ,  $r = -0.5$ の相関がある場合の破壊確率を重点サンプリング・モンテカルロシミュレーションで計算し、相関がない場合の

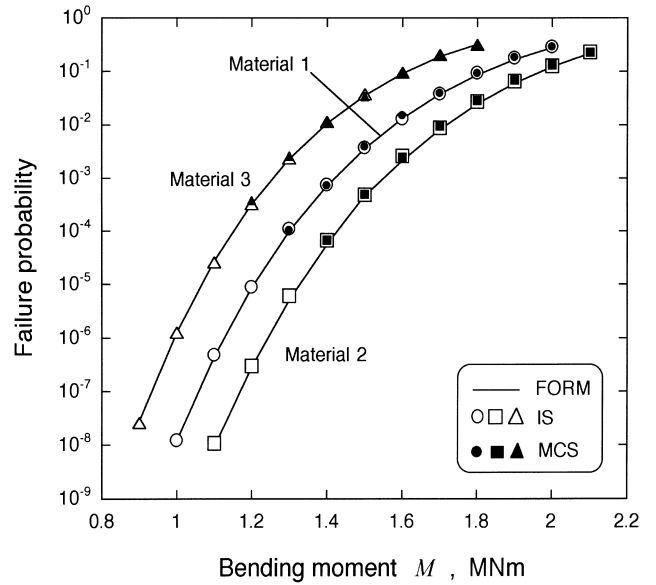


Fig. 4 Relationship between failure probability  $P_f$  and bending moment  $M$  for different coefficients of correlation between  $\sigma_y$  and  $J_{Ic}$ .  
種々の計算方法による破壊確率 $P_f$ と曲げモーメント $M$ の関係

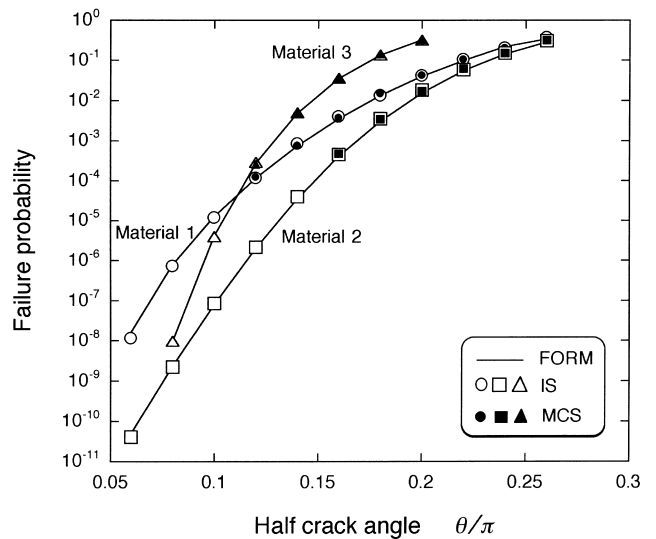


Fig. 5 Relationship between failure probability  $P_f$  half crack angle  $\theta/\pi$  by various methods.  
種々の計算方法による破壊確率 $P_f$ とき裂半角 $\theta/\pi$ の関係

破壊確率と比較した。

Fig. 6, Fig. 7はそれぞれ曲げモーメント $M$ の平均値、き裂半角 $\theta/\pi$ の平均値を変化させたときの破壊確率の変化を各相関係数ごとに示したものである。材料3については、 $\sigma_y$ と $J_{Ic}$ の相関が破壊確率に及ぼす影響はほとんどないことがわかる。一方、材料1と材料2については、 $\sigma_y$ と $J_{Ic}$ に正の相関がある場合

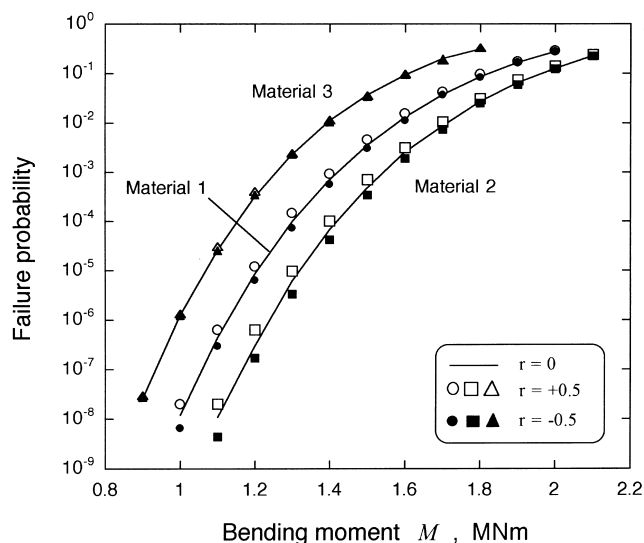


Fig. 6 Relationship between failure probability  $P_f$  and bending moment  $M$  for different coefficients of correlation between  $\sigma_y$  and  $J_{IC}$ .  
異なる $\sigma_y$ と $J_{IC}$ の相関係数に対する破壊確率 $P_f$ と曲げモーメント $M$ の関係

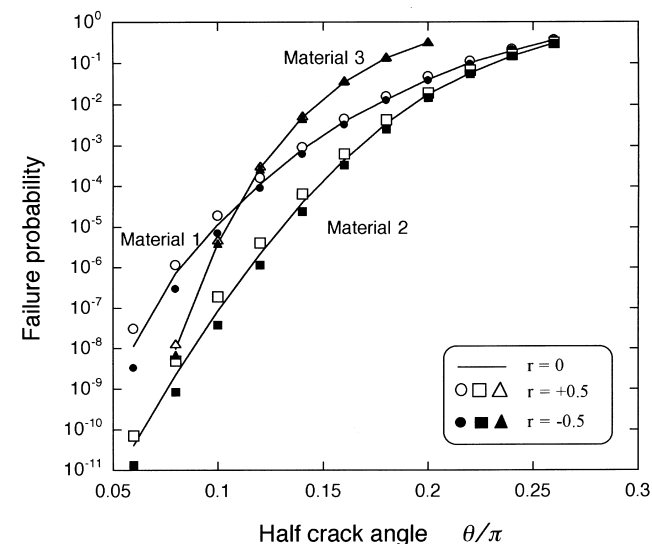


Fig. 7 Relationship between failure probability  $P_f$  and half crack angle  $\theta/\pi$  for different coefficients of correlation between  $\sigma_y$  and  $J_{IC}$ .  
異なる $\sigma_y$ と $J_{IC}$ の相関係数に対する破壊確率 $P_f$ とき裂半角 $\theta/\pi$ の関係

には、相関がない場合に比べて破壊確率が大きくなり、負の相関がある場合には相関がない場合に比べて破壊確率が小さくなる。そして、その差は破壊確率が小さいほど大きくなっている。従って、 $\sigma_y$ と $J_{IC}$ の間に強い正の相関がある場合に相関を無視した破壊確率の評価を行うと、弾塑性領域や塑性崩壊に近い領域では非保守的な評価となるため、注意が必要

である。なお、限界状態曲面が平面で、全ての確率変数が正規分布に従う場合には、材料強度相互間の正の相関が信頼性を低下させることを長が示している<sup>15)</sup>。本研究の解析例では、FORMが適用できることから限界状態曲面を平面近似することが可能であり、同様の理由によって $\sigma_y$ と $J_{IC}$ の間の相関が破壊確率に及ぼす影響が説明できると考えられる。

## 6. 結 論

周方向貫通き裂を有する配管の曲げ破壊を対象として、2パラメータ法に基づく確率論的弾塑性破壊評価へのFORMの適用性、並びに材料強度特性の相関が破壊確率に及ぼす影響を調べた結果、以下の結論を得た。

- 1) FORM, 原始的モンテカルロシミュレーション, 重点サンプリング・モンテカルロシミュレーションによる破壊確率には、破壊様式や破壊確率に関わらず、実用上問題となるような差はなかった。従って、FORMによって実用十分な精度で効率的に破壊確率の評価が可能である。
- 2) 線形弾性に近い領域では、降伏応力 $\sigma_y$ と弾塑性破壊靱性 $J_{IC}$ の相関が破壊確率に及ぼす影響はほとんどない。一方、弾塑性領域や塑性崩壊に近い領域では、降伏応力 $\sigma_y$ と $J_{IC}$ の間に正の相関がある場合は、相関のない場合と比較して破壊確率は大きくなり、負の相関がある場合は、相関のない場合と比較して破壊確率は小さくなる。従って、 $\sigma_y$ と $J_{IC}$ の間に強い正の相関がある場合に相関を無視した破壊確率の評価を行うと、弾塑性領域や塑性崩壊に近い領域では非保守的な評価となるため注意が必要である。

## 参考文献

- 1) Milne, I., Ainsworth, R. A., Dowling, A. R. and Stewart, A. T., Assessment of the Integrity of Structures Containing Defects, International Journal of Pressure Vessel and Piping, 32 (1988), 3-104.
- 2) Gates, R. S., The Relation between Load and Failure Probabilities Determined from a Full Elastic-Plastic Probabilistic Fracture Mechanics Analysis, International Journal of Pressure Vessel and Piping, 13 (1983), 155-167.
- 3) Gates, R. S., Probabilistic Elastic-Plastic Fracture Mechanics Analysis Based on the R6 Methodology, International Journal of Pressure Vessel and Piping, 18 (1985), 1-34.
- 4) Gates, R. S., An Assessment of Failure Probability

- in Elastic-Plastic Conditions Where Stable Tearing Has Occured, *International Journal of Pressure Vessel and Piping*, 18 (1985), 91-110.
- 5) Wilson, R. and Ainsworth, R. A., A Probabilistic Fracture Mechanics Assessment Procedure, *Procedure of 11th Int. Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*, G (1991), 325-330.
- 6) Guohua, C. and Shuho, D., Study on the Reliability Methodology for Pressure Vessels Containing Defects, *International Journal of Pressure Vessel and Piping*, 69 (1996), 273-277.
- 7) Xing, J., Zhong, Q. P. and Hong, Y. J., A Probabilistic Fracture Mechanics Assessment Based on the R6 Procedure, *International Journal of Pressure Vessel and Piping*, 73 (1997), 161-163.
- 8) British Standard Institution, Guide on Methods for Assessing the Acceptability of Flaws in Fusion Welded Structures, MS 7910:1999 (1999).
- 9) Rackwitz, R. and Fiessler, B., Structural Reliability under Combined Random Load Sequences, *Computers and Structures*, 9 (1978), 489-494.
- 10) Rahman, S., A Stochastic Model for Elastic-Plastic Fracture Analysis of Circumferential Through-Wall-Cracked Pipes Subject to Bending, *Engineering Fracture Mechanics*, **52**-2 (1995), 265-288.
- 11) Tada, H., Paris, P. and Irwin, G., *The Stress Analysis of Cracks Handbook*, (1973), Del Research Corporation.
- 12) Kanninen, M. F., Broek, D., Marschall, C., Rybicki, E., Sampath, S., Simonen, F. and Wilkowski, G., *Mechanical Fracture Predictions for Sensitized Stainless Steel Piping with Circumferential Cracks*, EPRI/NP-192 (1976), Electric Power Research Institute.
- 13) 佐々木哲也, 構造部材の信頼性評価システムの開発, 第4回構造物の安全性・信頼性に関する国内シンポジウム論文集, (2000), 337-342.
- 14) Der Kiureghian, A. and Liu, P.-L., Structural Reliability under Incomplete Probability Information, ASCE, *Journal of Engineering Mechanics*, **112**-1 (1986), 85-104.
- 15) 長 尚, 基礎知識としての構造信頼性設計, (1993), 105-110, 山海堂.

(平成 14 年 1 月 21 日 受理)