

Research Reports of the Research Institute
of Industrial Safety, RIIS-RR-93, 1994
UDC 531.781:624.078.45:621.8.035

赤外線応力画像測定法によるガセット溶接継手の実験的応力解析*

吉久悦二**

Experimental Stress Analysis of Gusset Welded Joints by Differential Infrared Thermography*

by Etsuji YOSHIHISA**

Abstract; A change of the state of elastic stress within a solid body produces small changes in temperature leading to the emission of infrared radiation (thermoelastic effect) and the emission can be monitored by the highly sensitive detector used in differential infrared thermography system. Stresses on the surface of the body are in two-dimensional state, and the method of stress measurement based on this technique gives the stress sums for the points on the surface. This method is useful in detecting highly stressed areas in the object body and in analyzing the positional change of the stress state. Some stress-concentrated areas generally exist in any actual structural component. Strength of the components, especially fatigue strength, is ruled by strength of the stress-concentrated areas. Stress concentration factor is an index for the strength of such area and stress intensity factor is that for the strength of the component containing fatigue cracks which frequently initiate in the stress-concentrated area.

A weld toe is considered as a typical stress-concentrated area in the component. In this study, stress pattern analyses by differential infrared thermography were conducted on specimens modeled after actual gusset welded joints, in order to estimate stress concentration factors and stress intensity factors. Measured values on the lines across the weld toes were curve-fitted by least squares method, and stress concentration factors were calculated from the value on the weld toes, given by the fitted curve. The results were 20% lower at the maximum, compared to the results estimated by using both strain gauge method and Heywood's equation derived from the results by photo-elastic experiments. It was considered that separating the stress sums into two principal stresses was necessary to improve the accuracy of stress concentration factor estimated by the thermoelastic method. The thermoelastic signal in the vicinity of a crack-tip is related to stress intensity factor K_I when the crack is under pure mode I loading. The results of K_I for the cracks initiated from the toes of gusset welded joints, obtained by using this relation, were compared to the value calculated by the equation developed by Maddox *et al.* The results by these two methods showed good agreement for in-plane gusset joints. The equation is not necessarily applicable to K_I values for surface positions of the semi-elliptical surface cracks. Finite element analysis shall be required to evaluate the K_I value.

*平成 5 年 11 月 16 日, 機械学会材料力学部門講演会において一部発表

**機械研究部 Mechanical Safety Research Division

Keywords; Thermoelastic effect, Differential infrared thermography, Stress concentration factor, Stress intensity factor, Gusset welded joint

1. 緒 言

機械や構造物に用いられる部材の強度は、その中の平滑な部分の強度ではなく、構造不連続部等の応力集中部の強度によって左右される。したがって、応力集中部近傍の応力分布状態を予め掌握しておくこと、またそこに発生する疲労き裂を早期に発見し、その時の強度を的確に評価することは、機械や構造物の健全性を維持する上で大きな意義があると言える。

機械部材の強度評価法としては、数学的モデルを用いた有限要素法や光弾性模型を用いた光弾性法等があるが、これらはいずれもモデルを用いるものであり、実物を忠実にモデル化するには困難を伴う。また、実物の応力（ひずみ）を測定する方法としては、ひずみゲージを用いるのが一般的であるが、複雑な形状をしたものの応力分布状態を知るには測定点が多数になり手間と費用が膨大になる。このような問題を解決する簡便な方法として、物体の熱弾性効果を利用した赤外線応力画像測定法がある。これは、赤外線カメラを用いて応力分布を温度分布として計測するものであり、測定対象が周期的な負荷状態になければならないという制約はあるが、材質を選ばず、非接触で計測できる等の利点を有している。

本研究では、クレーン等で多用されているガセット溶接継手を模擬した供試体を対象として、ガセット溶接継手の止端部近傍に分布する応力のパターンを赤外線応力画像測定法を用いて計測し、その結果に基づいて、このような溶接継手の強度、特に疲労強度と密接な関係にある溶接止端の応力集中係数、並びに、疲労き裂が発生した場合の部材強度の指標である応力拡大係数の算定を試みたので、その結果について報告する。

2. 測定原理

弾性体に外力が加えられた場合、その各部には応力変化に応じた微小の体積変化を生じ、発熱あるいは吸熱する（熱弾性効果）。その結果、弾性体が断熱状態にある場合には温度変化が発生する。金属のような等方弾性体の場合、この温度変化量と応力の変化量の間には線形の関係があり、次式が成立する。

$$\Delta T = -K_m T \Sigma \Delta \sigma \tag{1}$$

ここで、 ΔT は温度変化量、 K_m は熱弾性係数と呼ばれる材質に固有の定数、 T は絶対温度、 $\Sigma \Delta \sigma$ は応力変化量 $\Delta \sigma$ の和である。

したがって、温度変化を生じた時に弾性体表面から放出される輻射熱エネルギー（赤外線）を検出することにより、表面での応力状態を知ることが可能となる。この現象を利用した応力評価法が赤外線応力画像測定法である。

3. 供試体および実験方法

実験に用いた材料は、厚さが 6 mm のボイラ用炭素鋼板 SB410 であり、その機械的性質を Table 1 に示す。鋼板を切断して、Fig. 1 に示す形状をした、各々面内および面外ガセット継手を模擬した 2 種類の供試体を作製した。溶接はガセット側にレ型開先を加工し、直径 4 mm の溶接棒 (JIS D4316) を用い

Table 1 Mechanical properties of ftested steel.
供試材の機械的性質

Yield Strength (MPa)	Tensile Strength (MPa)	Elongation (%)
333	461	29

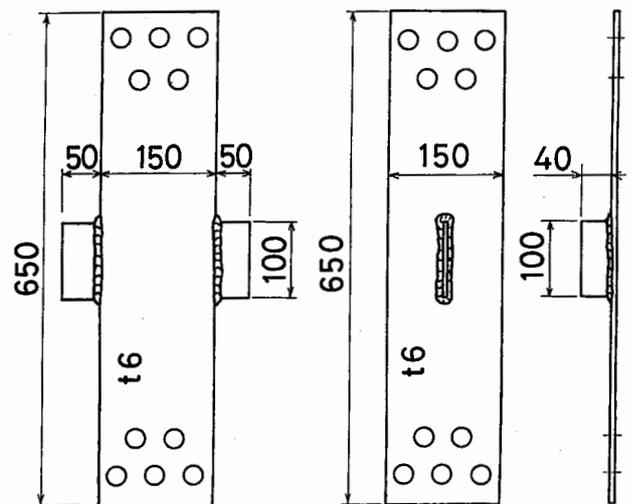


Fig. 1 Shapes and dimensions of specimens.
供試体の形状および寸法

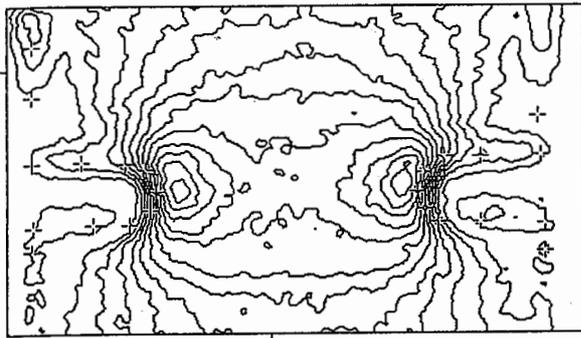


Fig. 2 Aspect of stress sum for U-shaped notch.
U字型切欠き近傍の応力和分布の様相

て、下向き、電流 160A、電圧 25V、入熱 12 kJ/cmで行なった。赤外線応力測定を行う溶接継手近傍の表面は、紙ヤスリによって黒皮を除去・研磨し、その後、赤外線放射率を高めるために黒色・ツヤ消しのシリコン樹脂塗料をスプレーしている。

赤外線応力測定は SPATE 8000 (英国, オメトロン社製) を用いて、測定点が矩形領域内をラスタースキャン方式により移動し、面走査するフレームスキャンにより行った。測定点は直径が約 0.5 mm の円形領域であり、その移動量は測定点直径の 1/2~2/3 程度とした。また、応力勾配の小さいと考えられる溶接継手止端部より十分に離れた位置にゲージ長 2 mm の直交 2 軸のひずみゲージを貼って、その出力から算出した 2 軸の応力の和とゲージの周囲 4 点に対する SPATE 8000 の出力の算術平均との関係を予め求めて置いて、SPATE 8000 の出力と応力の換算に用いた。測定時の負荷としては、油圧サーボ疲労試験機によって周波数 10 あるいは 16 Hz の繰返し引張り荷重を加え、応力比は、応力集中係数を評価する場合には 0.1、応力拡大係数を評価する場合には、き裂がほぼ開口状態となるように 0.85~0.90 とした。

また、一部の試験片について応力集中係数に対する比較用データを得るために、継手止端部のシリコンゴムによる型取り、応力集中ゲージ (5 連, ゲージ長 1 mm, ゲージ間隔 2 mm) を用いた止端近傍のひずみ測定を行った。

4. 実験結果および考察

4.1 応力集中係数の算定

複雑な形状をした構造部材には応力集中源が存在する。したがって、その強度を評価するには応力集中

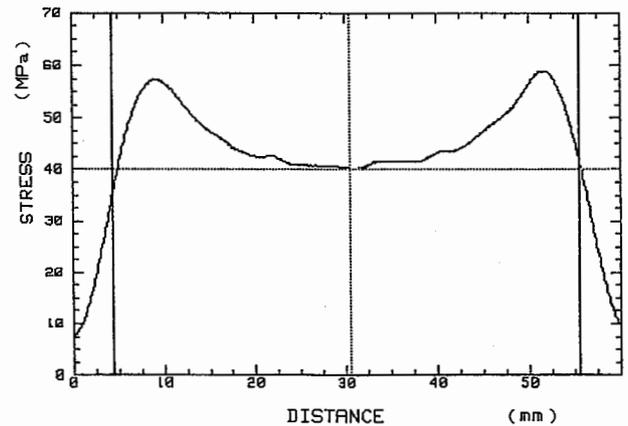


Fig. 3 Line plot through U-shaped notch.
U字切欠きに対するラインプロット

Table 2 *K* for notches, estimated by SPATE 8000.
帯板の切欠きに対する応力集中係数

Specimen	<i>K</i>		Error(%)
	Measured with SPATE 8000	Ref.(2) or (3)	
U-shaped Notch	2.80	2.73	2.5
	2.64		4.3
Semicircular Notch	1.95	2.43	19.7
	2.19		10.0
Circular Hole	2.16	2.39	9.8
	2.01		15.9

係数を考慮に入れる必要があり、特に溶接継手においては不可欠である。そこでガセット継手供試体止端部の応力集中係数の算定を試みた。ガセット継手供試体での測定に先立ち、高精度の応力集中係数が既に求められている以下の三つの試験片 (材質: SM490 A) について赤外線応力画像測定法による応力集中係数 *K* の算定を行った。

- 1) 半径 4 mm の中央円孔付き帯板 (板幅 40 mm)
- 2) 半径 4 mm の両側半円切欠き付き帯板 (板幅 40 mm)
- 3) 先端半径 6 mm, 深さ 24 mm の両側 U 字型切欠き付き帯板 (板幅 100 mm)

3) の場合の応力和分布の様相を等高線表示した者を Fig. 2 に示す (図中の+印は試験片の縁を表している。)。Fig. 2 はスムージング処理を施した後のものであるが、負荷方向 (Fig. 2 では縦方向) に垂直で、U 字型切欠き中央を通る線上のデータをプロット

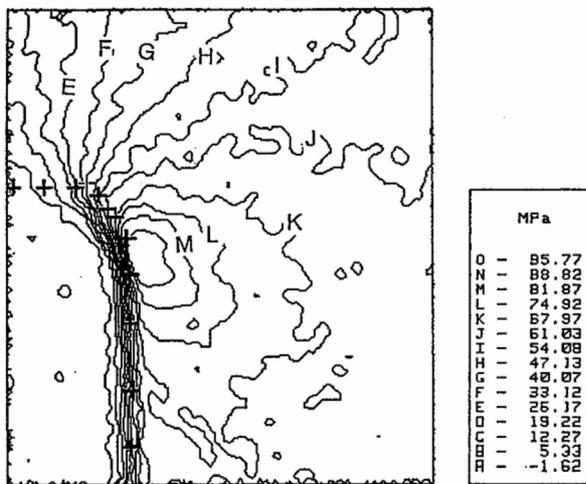


Fig. 4 Stress sum for in-plane gusset weld.
面内ガセット継手の応力和分布

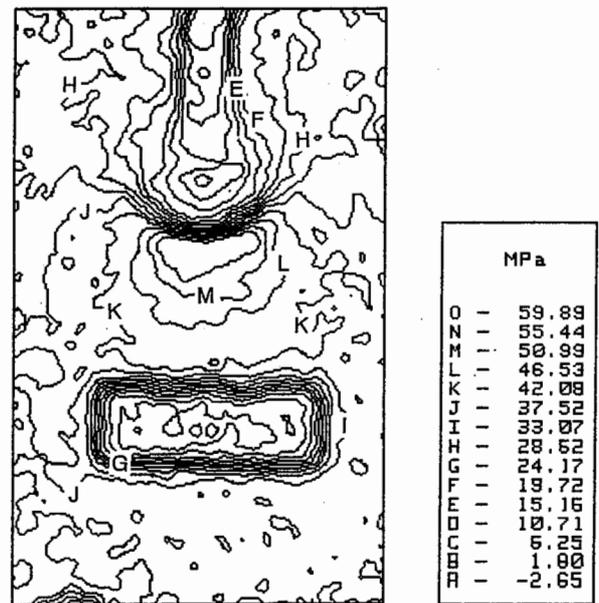


Fig. 5 Stress sum for out-of-plane gusset weld.
面外ガセット継手の応力和分布

したのが Fig. 3 である。測定点の大きさに限界（直径 0.5 mm の領域が最小）があるために、試験片の縁では背景の影響が入って測定値が乱れる。また、スムージング処理によっても測定値の鈍化が起こる。したがって、本来は最も測定値が高いはずの切欠き底（Fig. 3 では左右の縦のカーソル線の位置）で測定値の低下が生じ、この値から応力集中係数を直接求めた場合には誤差が大きくなることは避けられない。したがって、切欠きから離れていて、このような乱れの影響をあまり受けていないと思われる位置のデータを最小 2 乗法を用いて近似し、外挿により切欠き底での応力を推定した。

無限板中の円孔近傍の応力和は、円孔中心からの距離を R として $(1/R)^2$ の 1 次式で与えられる¹⁾。応力集中係数算定にあたっては、いずれの試験片に対してもこの関係を準用して、切欠き中央を通り試験片長手方向（負荷方向）に垂直な線上のデータを $D(=X+\rho, X$: 切欠き底からの距離, ρ : 切欠き曲率) を用いて $(1/D)^2$ の一次式で近似し、切欠き底の値を負荷荷重から得られた長手方向応力で除して求めた。得られた応力集中係数 K を高精度の解と考えられる光弾性法²⁾およびひずみゲージによる結果³⁾と併せて示したのが Table 2 である。赤外線応力画像測定法による K は、これらの結果から 2~20% の誤差の範囲に入っており、ほぼ満足できる値が得られた。

続いて行った面内および面外ガセット供試体の溶接継手止端部近傍の応力和の測定例を、等高線表示し

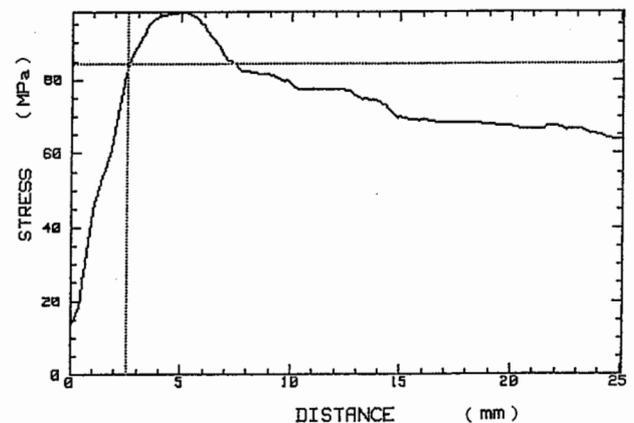


Fig. 6 Line plot for in-plane gusset weld.
面内ガセット継手についてのラインプロット

て Fig. 4 および Fig. 5 に示す。Fig. 5 でガセット板下方にある特に応力和の低い矩形領域は、マーキングのために供試体に貼付けた方眼紙の部分である。両図共にスムージング処理を行った後のものであるが、止端部近傍に出力の高い領域が認められ、応力状態が最も厳しくなっていることが分かる。Fig. 4 で止端を通り、供試体長手方向に垂直な線上での応力和分布を示したのが Fig. 6 である（止端の位置をカーソル線で示す）。止端での測定値は背景の影響により低下しているのが分かる。同様の現象は、止

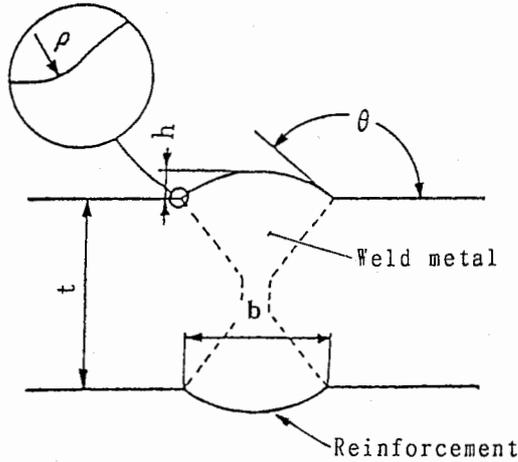


Fig. 7 Reinforcement of welded joint.
余盛り突出部

端で主板から溶接ビードにかけて応力荷が急変する面外ガセット供試体でも発生する。そこで、前述した切欠き付き帯板の場合と同じく、乱れ等の影響をあまり受けていないと思われる、止端から離れた位置のデータを曲線近似し、外挿によって止端での応力を推定した。

面内ガセット供試体では、Fig. 5のデータを $r(= X+h, X$: 止端からの距離, h : ガセット側脚長) の (-2乗) の一次式で最小2乗近似した。一方、ガセット板が主板に垂直となっている面外ガセット供試体では適当な近似式がないことから、次式で止端を横切る供試体長手方向の線上のデータを近似した。

$$S = a \cdot e^{-bx} + c \quad (2)$$

ここで、 S は SPATE 8000 の出力、 X は止端からの距離、 e は自然対数の底、 a, b, c は定数である。なお、曲線近似に用いたデータは止端から 15 mm 以内の距離のもので、応力集中係数 K は帯板の場合と同様に、止端での値を負荷から求めた応力で除して求めた。

ガセット継手止端部の K を直接に実験的に求める確かな方法は見あたらないが、 K を推定する場合に度々用いられる方法の一つに、 K が溶接ビードの形状による局所的応力集中係数 K_b と断面積変化による構造物応力集中係数 K_{ts} の積で与えられるとするもの⁴⁾がある。赤外線応力画像測定法による結果と比較するために、この手法を用いて K の算定を行った。 K_b の算出には、Fig. 7のような突合わせ溶接の

余盛り突出部に対して Heywood が光弾性実験で求めた実験式⁵⁾ にフランク角と板幅変化による終生を加えた次の計算式⁶⁾ が使用されることが多い。

$$K_b = 1 + f_1(\theta) \cdot f_2(b) \cdot \left[\frac{1}{2.8\{1 + 2h/t\}^2} \cdot \frac{h}{\rho} \right]^{f_3(b)} \quad (3)$$

ここで、

$$f_1(\theta) = \frac{1 - \exp \left[-0.9 \cdot \frac{\pi\theta}{180} \sqrt{1 + (t/2h)} \right]}{1 - \exp \left[-0.9 \cdot \frac{\pi}{2} \sqrt{1 + (t/2h)} \right]}$$

$$f_2(b) = 1 - 0.48 \exp(-0.74b/t)$$

$$f_3(b) = 0.65 - 0.1 \exp(-0.63b/t)$$

本研究では、式 (3) の値を算定するに当たって、 h をガセット板側の脚長、 b をガセット板長とガセットの両側にある主板側脚長の和として、型取りで得た測定結果の平均値 (止端曲率半径 $\rho = 0.85$ mm, フランク角 $\theta = 135^\circ$, $h = 6.1$ mm および $b = 116.2$ mm) を用いた。

一方、 K_{ts} は止端に接して貼り付けた応力集中ゲージにより出力より求めた。ゲージは2枚を連続させて、面内ガセット供試体では側面上に貼り、負荷方向 (供試体長手方向) のひずみを取り込んだ。また、面外ガセット供試体では上下の止端部表面に貼り、各々負荷方向、負荷と直角方向のひずみを測定した。

Fig. 8 は負荷方向応力に比例するひずみ成分と止端からの距離 X の関係を示した物で、 ϵ_V は体積ひずみ、 m はポアソン数である。面外ガセット供試体では、長手方向に垂直な応力の影響を考慮したが、面内ガセット供試体では、板厚が薄いことからゲージを貼った側面では1軸の応力状態を仮定した。Fig. 9 に見られるように、止端の極く近傍のひずみは局部的応力集中の影響で急増している。 K_{ts} は、この影響を受けていないと考えられる止端からの距離が6~14 mm のデータを止端に線形外挿することにより求めた⁷⁾。

赤外線応力画像測定法により得られた応力集中係数の値を、先の応力集中ゲージ測定結果および式 (3) を用いて求めたものと併せて Table 3 に示す。赤外線応力画像測定法により求めたものは最大で 20% 程度低めの値となった。応力集中ゲージ等による方法

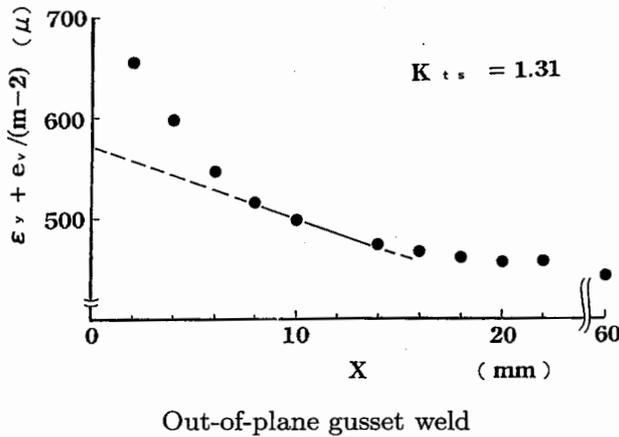
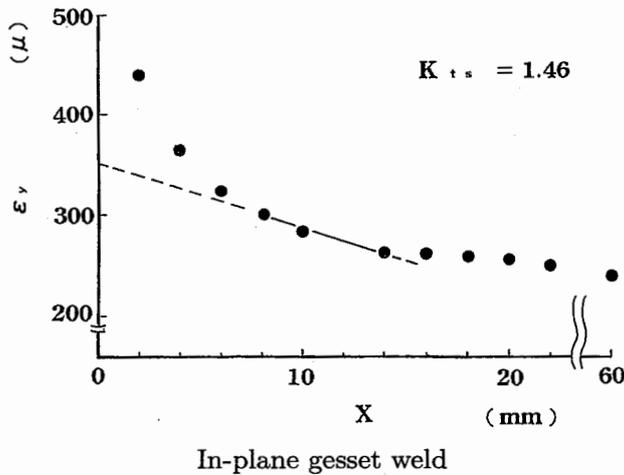


Fig. 8 Strain near toe of gusset welds.
ガセット継手止端近傍のひずみ分布

Table 3 *K* for cracks from toe of gusset weld.
ガセット継手止端の応力集中係数

Gusset Specimen	Measured with SPATE 8000	Estimated by the Method in Ref.(4)
In-Plane	3.4~3.9	4.2
Out-of-Plane	1.9~2.0	2.2

の精度が明らかでないために、ここで用いた赤外線応力画像測定法による *K* の値の誤差は必ずしも明らかではないが、予備的に行った帯板の結果も考えあわせると、20%程度の誤差はあるものと思われる。供試体の表面は2軸の応力状態にあり、赤外線応力画像測定法では直交する二つの応力の和が求められるが、ここで用いた応力集中係数の算定法では、応

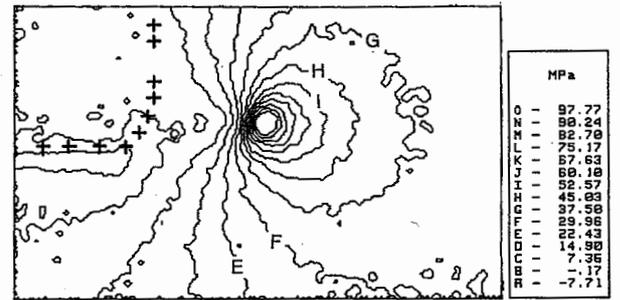


Fig. 9 Stress sum for toe with fatigue crack (In-plane gusset weld).
疲労き裂周辺の応力和 (面内ガセット)

力の分離を行っていない。誤差の一因としてこのことが考えられるが、今後、さらに多様な供試体を対象に測定を行って、その結果を検討する必要がある。

4.2 応力拡大係数の算定

溶接継手止端部等の応力集中部に疲労き裂が発生した場合の継手強度を支配するのは応力拡大係数であり、実際の機械や構造物において、その精度の高い推定を行うことは重要な課題となっている。面内ガセット継手供試体に生じた疲労き裂周辺で測定した応力和の様相を Fig. 9 に示す。止端から離れて内部に入った位置に、同心円状の顕著に測定値が高くなっている領域が認められる。これはき裂先端前方の領域に特徴的なものである。一方、き裂が入ったことにより、き裂面に垂直方向の拘束が無くなることから、き裂先端後方では赤外線出力が大幅に低下している。

き裂先端を原点とする極座標 (r, θ) 系をとれば、モード I 型のき裂の先端近傍では、SPATE 8000 の出力と応力拡大係数の間に式 (4) が近似的に成立する⁸⁾。

$$A \cdot S = \Sigma \Delta \sigma = \sqrt{2} \Delta K_I / \sqrt{\pi r} \cdot \cos(\theta/2) \quad (4)$$

ここで、 $\Delta \sigma$ は繰り返し応力の全振幅、 ΔK_I は応力拡大係数の範囲、*S* は SPATE 8000 の出力、*A* は比例定数であり、また θ はき裂延長線を 0 とする。

$y = r \sin(\theta)$ と置き、き裂面に平行な線上 (*y* が一定である。) で、式 (4) の *S* が最大となる点を求めると、 $dS/d\theta = 0$ より $\theta = \pm 60^\circ$ が得られ、その位置では式 (5) が成立する。

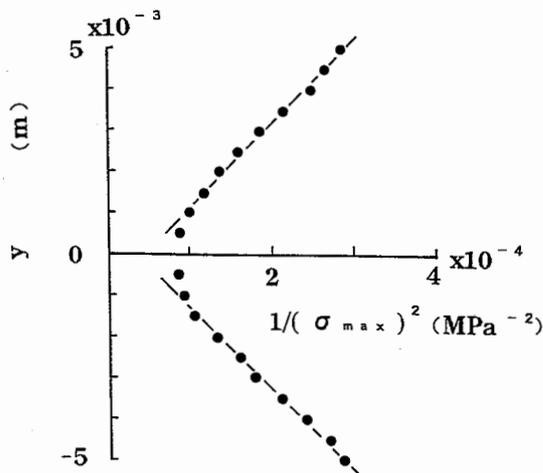


Fig. 10 Relation between y and $1/(\Sigma\Delta\sigma)_{\max}^2$ (In-plane gusset weld).
 y と $1/(\Sigma\Delta\sigma)_{\max}^2$ の関係 (面内ガセット継手)

$$y = \frac{3\sqrt{3}\Delta K_I^2}{4\pi(\Sigma\Delta\sigma)_{\max}^2} \quad (5)$$

$$= \frac{3\sqrt{3}\Delta K_I^2}{4\pi A^2 \cdot S_{\max}^2}$$

すなわち、き裂に平行で、き裂面から距離 y 離れた直線上での S の最大値 S_{\max} の 2 乗の逆数と y の間には線形の関係があり、直線の傾きから応力拡大形数範囲 ΔK_I が決定できる。実際の測定値にはバラツキがあることから、 $\theta = \pm 60^\circ$ の点が必ずしも S_{\max} を与えるものではないが、その近傍にある S_{\max} を読みとり、複数点の y と $1/S_{\max}^2$ の関係をプロットすれば、その傾きから ΔK_I を推定できる。このことは、き裂先端を厳密に確認しなくても、 ΔK_I をある程度の精度で推定できることを示しており、実用上の目安を付ける上での利点と思われる。Fig. 10 は、SPATE 8000 によって求めた $(\Sigma\Delta\sigma)_{\max}$ 、即ち $A \cdot S_{\max}$ を用いて、 y と $1/(\Sigma\Delta\sigma)_{\max}^2$ との関係を示したものである。き裂先端に極く近い位置では直線関係からの逸脱がみられるが、これはき裂先端の塑性域の影響によるものである。また、き裂先端から遠く離れた場合 (Fig. 10 のプロットの範囲外) にも同様の傾向を呈するが、これは式 (4) 中で考慮しなかった $(1/r)$ の高次の項の影響によるものである。このような領域のデータを除けば、直線上にデータが乗っているのが分かる。

面外ガセット供試体の止端に表面き裂が発生した時に求めた応力和等高線図を Fig. 11 (+印は溶接ビードの縁) に示す。疲労き裂が存在しない時点で止端中央にあった高出力域が消失し、その左右に出力の高い

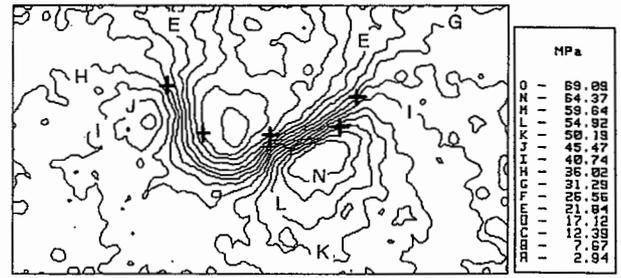


Fig. 11 Stress sum for toe with fatigue crack (Out-of-plane gusset weld).
 疲労き裂周辺の応力和 (面外ガセット継手)

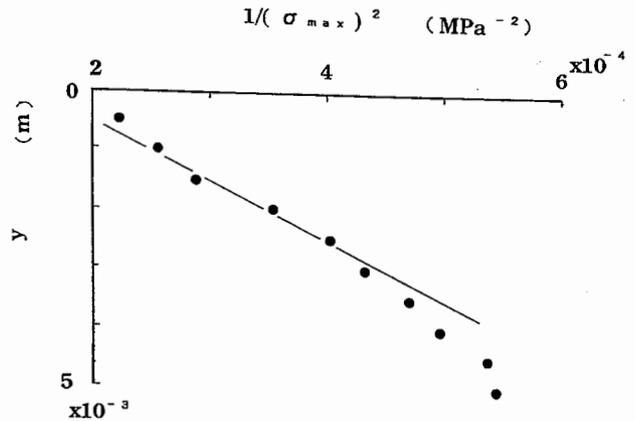


Fig. 12 Relation between y and $1/(\Sigma\Delta\sigma)_{\max}^2$ (Out-of-plane gusset weld).
 y と $1/(\Sigma\Delta\sigma)_{\max}^2$ の関係 (面外ガセット継手)

領域が出現している。これが供試体表面でのき裂先端前方の領域である。しかし、表面き裂の上面側にはガセット板、溶接ビードが存在し、そこでは応力が急速に低下するため等高線はゆがむ。したがって面内ガセット供試体での貫通き裂の場合ほど整った様相は認められなかった。き裂上方側のデータは、ガセット板、溶接ビード等の影響を受けていることから ΔK_I を求めるのに適していない。また、左側のき裂先端は溶接の際に生じたアンダーカットの中に入っており、はっきりとしていない。そこで、 y と $1/(\Sigma\Delta\sigma)_{\max}^2$ の関係は、き裂右側先端に対して、き裂下方側のデータのみを用いて求めた。結果を Fig. 12 に示す。面内ガセット供試体の場合に比べると、データの乱れが大きい、ほぼ一直線上に乗っていると言える。

Fig. 10 および Fig. 12 の結果を最小 2 乗法により直線近似して K_I の値を求め、横縁突合わせ溶接継手や十字隅肉溶接継手止端部のき裂に対して、Maddox 等が有限要素法による結果に基づいて定めた近似

Table 4 K_I for cracks from toe of gusset weld.
ガセット継手止端のき裂に対する K_I

Gusset Specimen	MPa \sqrt{m})	
	Measured with SPATE 8000	Calculated by the Equation ⁹⁾
In-Plane	6.80, 7.06	6.74
Out-of-Plane	4.98	3.14

式⁹⁾による計算値と併せて、Table 4に示す。面内ガセット継手に対する結果は、き裂上方、下方のデータから求めたもの共に計算値との差が約5%以内で、よく一致した。

一方、面外ガセット継手の場合は、前記したようにき裂左側がアンダーカットに入っており、読取り顕微鏡を通して判然しなかったために、アンダーカット中央に先端があるものとして、表面長さを推定した。なお、アスペクト比 $a/2b$ (a :き裂深さ, $2b$:表面でのき裂長さ) は、同種の供試体で破面上に残っていたピーチマークの観察結果より、0.8とした。赤外線による結果と計算結果との間には大きな隔りがある。このような結果が得られた原因としては、き裂寸法推定の際の誤差と共に、SPATE 8000のデータでは止端の応力集中部に埋もれたき裂に対して、その存在による応力上昇を確実に捉え切れていないこと、Maddox等の与えている式が必ずしも表面き裂の表面端での K_I の評価を目的としたものでないこと等が挙げられる。赤外線による K_I 推定法の精度を検証するには、より綿密な測定結果と有限要素モデル等による数値解析が必要と考えられるが、今後の検討課題である。

5. 結 言

機械等の部材の強度は部材中の応力集中源に強く影響されることから、応力集中状態を評価することが重要である。本研究では、赤外線応力画像測定法を用い、トラス構造のクレーン等に多用されるガセット溶接継手止端の応力集中係数、そこに発生した疲労き裂に対する応力拡大係数の算定を試み、以下の結果を得た。

1) 止端の応力集中係数を赤外線応力が像測定により得た応力和分布を曲線近似して求めた。得られた結果を従来から用いられている応力集中ゲージ法等によるものと比較したところ、最大20%低

目であった。誤差推定のために測定を行った円孔付き帯板等での算定誤差が20%程度であることを考えあわせると、この程度の誤差はあるものと思われ、誤差の一因としては応力の分離を行っていないことが考えられる。

2) 止端に発生した疲労き裂について、応力拡大係数 K_I を求めたところ、応力集中源である止端からき裂先端が離れている面内ガセット継手の場合には、Maddox等の与えている式によるものと5%以内の差の高精度の値が得られた。一方、止端応力集中部にき裂先端のある面外継手では、赤外線による K_I が、Maddox等の与えている式によるものよりもかなり大きくなった。測定値の精度を検証するには、数値解析等が必要である。

(平成6年5月19日受理)

参 考 文 献

- 1) 例えば、Timoshenko, S.P. and Goodier, J.N., Theory of Elasticity, 3rd. ed. (1970), 90~42, McGraw-Hill.
- 2) Flynn, P.D. and Gilbert, J.T., Further Work on Stress Concentration in U-Shaped Grooves, Proc. JSME 1967 Semi-Intn. Symp. (1967), 141.
- 3) Kikukawa, M., Factors of Stress Concentration for Notched Bar under Tension and Bending, Proc. 10th IUTAM (1962), 237.
- 4) 例えば、山田・牧野・馬場・菊池, 疲労亀裂の進展挙動に注目したガセット継手の疲労強度解析, 土木論, 303 (1980), 31~41.
- 5) Heywood R.B., Designing by Photoelasticity, (1952), 177, Chapman and Hall.
- 6) 例えば、砂本・山内・的場, 溶接継手の疲れ強さに関する新しい評価法の検討, 三菱重工技報, 16-3, (1979), 283~291.
- 7) 田村, 溶接継手の構造的応力集中係数の解析に関する簡易手法の提案, 溶論, 6-2 (1988), 296~300.
- 8) Pukas, S.R., Theoretical Consideration for Determining Stress Intensity Factors via Thermoelastic Stress Analysis, Preprints of Papers, 2nd Intn. Conf. on Stress Analysis by Thermoelastic Techniques (1987), 9・1~

- 9・12. PD6943: 1980, Welding Inst. Rep. 3873/I/86
9) Maddox, S.J., Lechoki, J.P. and Andrew, R.M., Fatigue Analysis for the Revision of (1986).