

## 災害発生時間の分布に関する研究 (6)

花安繁郎\*

### A Study on the Time Intervals between Occupational Accidents (6)

by Shigeo HANAYASU\*

*Abstract*; The accident frequency rate has been widely used as a measurement of safety performance in many undertakings over a long period of time.

In order to explore the significant changes in accident situation in succeeding intervals of time, the time intervals between occupational accidents was utilized as a useful indicator to give expression to safety performance in undertakings having a certain accident risk.

This paper deals with the stochastic treatment of the number of accidents and the time intervals between occupational accidents to evaluate the safety performance of working places. Emphasis was placed upon the probabilistic analysis of the number of accidents within a fixed interval of time and the time intervals between accidents considering the damage consequences of occupational accidents.

The damage consequence due to accidents was defined, in this paper, as the number of injured workers involved in an accident, which implies the magnitude of an accident.

The occupational accident under investigation in this study were those serious occupational accidents involving three or more injured workers within an accident, which took place from the year of 1977 to 1990 in Japan.

The main results obtained in this study can be summarized as follows:

- 1) The frequency distributions of accidents agree with the poisson as well as the negative binomial distribution simultaneously.
- 2) The frequency distributions of the magnitude of accidents (number of injured workers involved) agree with the geometric distribution rather than the poisson distribution.
- 3) Hence, the frequency of the number of injured workers or fatalities within a fixed of time, can be obtained by mixing the accident frequency distribution with the magnitude frequency distribution, which yields the generalized poisson-poisson or poisson-geometric distribution.
- 4) The newly developed accident frequency distributions considering the specific lowest value of accident size, had a good agreement with actual accident distributions.
- 5) The frequency of the number of accidents and time intervals between accidents considering the magnitude of accident becomes the poisson and the exponential distribution respectively, whose parameter is the product of the frequency parameter and the magnitude parameter.

*Keywords*; Occupational accident, Magnitude of accident, Generalized poisson distribution, Generalized poisson-geometric distribution, Time interval between accidents

## 1. まえがき

労働災害をはじめとする各種災害の統計分析、評価は、災害の発生頻度に関する分析と、災害の被害程度、規模に関する分析とに大別される。例えば、労働災害に関しては、100万労働時間当りの災害発生数である災害度数率や、1,000人当りの災害発生数である災害千人率は発生頻度に関する分析の代表的なものであり、また、災害による傷害程度に関する分析としては、単位時間（我が国では1,000労働時間）当りの労働損失日数である災害強度率とその代表的なものである<sup>1)</sup>。

事業所における労働安全性を評価する方法は、多くの場合はこのように災害発生頻度と発生強度に分けて分析されており、災害による被害強度と発生頻度を同時に分析することは、災害度数率が休業日数の程度（休業4日以上とそれ以下）や死亡災害に区分して分析されている例<sup>2)</sup>以外は殆ど行われていない。その理由としては、労働災害による被害には人的被害をはじめ物的、経済的損害など様々な形態の被害が存在し、かつそれらの大きさを正確に知ることが多くの場合困難なためであると考えられる。

本研究はそこで、大きさを比較的明確に知ることが出来る被害として、1つの労働災害によって被災する負傷者数を被害規模と定義し、まず、同被害規模の分布特性を明らかにし、その結果をもとに一定期間中での被害個体総数（全被災者数）の確率分布を明らかにすることを試みた。次いで、被害規模分布の知見をもとに、被害規模を考慮した労働災害発生時間数の確率分布式を導出し、導分布式を用いて安全性の評価を行うことを試みた。本論文はそれらの検討結果をまとめたものである。

追って述べるように、筆者はこれまで災害度数率に代表される労働災害発生頻度率が、事業所において作業時間の経過とともに変動する過程を、労働災害が発生するまでの時間数を確率・統計的に分析することによって評価する方法について考察を加えてきた<sup>3-10)</sup>。これまでの分析では、災害発生頻度率には総ての災害を包含した値を考えた、いわば量を記述する指標に着目したもので、被害規模などの災害の質までは考慮していなかった。本研究では、新たに発生頻度の量に関する特性と、被害強度の質に関する特性とを同時に分析することを試みたもので、災害の量と質とをそれぞれ単独に分析・評価していた

これまでの安全性評価法の枠組を更に広げたものと位置づけることが出来る。

本研究で分析の対象とした災害は、1つの労働災害で3人以上の労働者が負傷したいわゆる重大災害と呼ばれる災害で、1977（昭52）～1990（平成2）年の14年間に発生した災害の資料を用いた。重大災害は災害発生後直ちに労働基準監督署、都道府県労働基準局を通して労働本省に報告され、これらが毎年まとめられて資料として発表されている<sup>11)</sup>。

## 2. 労働災害被害規模の分布特性の分析

### 2.1 災害発生数および被災者数の分布

労働災害による被害規模を分析する準備として、労働災害事象そのものの発生数分布をまず考える。一定期間中における労働災害の発生数については、これまでのいくつかの統計調査分析から、その分布が多くの場合ポアソン分布ないしは負の二項分布で記述できることが知られている<sup>10)</sup>。

負の二項分布はポアソン分布のパラメータ（単位期間での事象の平均発生数）がガンマ分布に従うと仮定し、発生数のポアソン分布にパラメータのガンマ分布を複合化することによって得られる。またその極限分布はポアソン分布に収束する。つまり、災害をより柔軟に記述しようとする場合には負の二項分布の方が優れていると言えるが、一方でポアソン分布に比べ複数のパラメータを推定しなければならず、かつ労働災害のようにデータが少ないときはそれらの信頼性も低い。

従って、発生数の分布には多くの場合、近似値としてポアソン分布が使われることが多い。このような理由から、本研究でも、災害発生の分布にはポアソン分布を用いることとする。ポアソン分布の確率分布式は以下に示される。

$$P(x) = \frac{(\lambda t)^x}{x!} \cdot \exp\{-\lambda t\} \quad x = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

$$E(X) = \lambda t, \quad V(X) = \lambda t$$

ここに、 $\lambda$  単位期間の平均発生件数

$E(X)$ : 期待値,  $V(X)$ : 分散

次に産業災害による被害の規模の分布については、前述したとおり、被害の定義のあいまいさなどもあって、火災災害などのいくつかの事例<sup>12)</sup>などを除くと十分な解析が行われている訳ではない。労働災害に

関しても同様に、1:29:300の法則で有名なHeinrichの調査研究事例<sup>13)</sup>や、F. Birdによる分析例<sup>14)</sup>のほか、著者らが先に行った山陽・上越新幹線トンネル建設工事災害での傷害程度の分析や、労働災害補償保険での障害等級の分析、および重大災害の負傷者数を分析した事例<sup>15)</sup>があるが、十分行われている訳ではない。

今回とりあげた重大災害による負傷者数の分布について、先に述べた報告では、べき関数(パレート分布)を適用し良い適合結果を得ている。パレート分布は式の記述が簡単であり、かつそのパラメータが被害規模特性を評価する指標として利用出来ることなどの利点を有している。しかし、被災人数と云う元来離散型変数である被害規模を連続関数で表現しているの、大規模災害はともかく、規模の比較的小さな災害を精度よく推定するにはやや難がある。そこで、ここでは離散型変数によって被害規模分布を記述することを試みた。

労働災害のように被害規模の大きな災害の頻度が少ない一方で、小さいそれが多き事象を離散型変数の確率分布によって記述するのに便利な分布として、本研究ではポアソン分布と幾何分布を取り上げた。

まずポアソン分布の場合について、1つの災害で被災する人数を $k$ とおくと、その確率分布は次式となる。

$$P(k) = \frac{m^k}{k!} \cdot \exp\{-m\} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

$$E(K) = m, \quad V(K) = m, \quad k \geq 0$$

ここに、 $m$ : 1つの災害による平均被災者数

$E(K)$ : 期待値,  $V(K)$ : 分散

ところで、労働災害とは、業務に起因して労働者が負傷し、疾病にかかり、または死亡することと労働安全衛生法第2条で定義されている。従って、1つの労働災害による被災者の数がゼロであることは無く、原則として1人以上である。このような場合( $k \geq 1$ )を記述する式として、

$$P(k) = \frac{m^{k-1}}{(k-1)!} \cdot \exp\{-m\} \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

$$E(K) = m + 1, \quad V(K) = m, \quad k \geq 1$$

とくに、重大災害のように、1つの労働災害で3人以上( $k \geq 3$ )が被災する災害を記述するには次式による。

$$P(k) = \frac{m^{k-3}}{(k-3)!} \cdot \exp\{-m\} \quad k = 3, 4, 5, \dots \quad (4)$$

$$E(K) = m + 3, \quad V(K) = m, \quad k \geq 3$$

より、一般的には、1つの災害による被災者規模の下限值  $h_c = i$  のとき ( $k \geq i$ ) の確率分布は次式による。

$$P(k) = \frac{m^{k-i}}{(k-i)!} \cdot \exp\{-m\} \quad k = i, i+1, i+2, \dots \quad (5)$$

$$E(K) = m + i, \quad V(K) = m, \quad k \geq i$$

これらの式からも分かるように、被害値をポアソン分布で表すときは、被害の下限値に応じて形状の同じ分布が小さい方から大きい方へと移動し、平均値は下限値に応じて増加するが、分散は依然として  $m$  で一定である。

一方、幾何分布の場合についても、ポアソン分布と同様に、被災規模の下限値を  $h_c = 0$  としたときの確率分布は次式で得られる。

$$P(k) = (1-\tau)^k \cdot \tau \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

$$E(K) = \frac{1-\tau}{\tau}, \quad V(K) = \left(\frac{1}{\tau}\right) \cdot \left(\frac{1-\tau}{\tau}\right), \quad k \geq 0$$

ここに、 $\tau$ : 分布のパラメータ

$E(K)$ : 期待値,  $V(K)$ : 分散

普通の労働災害のように、 $k \geq 1$  のときの分布を記述するには、

$$P(k) = (1-\tau)^{k-1} \cdot \tau \quad k = 1, 2, \dots \quad (7)$$

$$E(K) = \frac{1}{\tau}, \quad V(K) = \left(\frac{1}{\tau}\right) \cdot \left(\frac{1-\tau}{\tau}\right), \quad k \geq 1$$

また、重大災害のように  $k \geq 3$  の災害を記述するためには、

$$P(k) = (1-\tau)^{k-3} \cdot \tau \quad k = 3, 4, 5, \dots \quad (8)$$

$$E(K) = \frac{1+2\tau}{\tau}, \quad \dots$$

$$V(K) = \left(\frac{1}{\tau}\right) \cdot \left(\frac{1-\tau}{\tau}\right), \quad k \geq 3$$

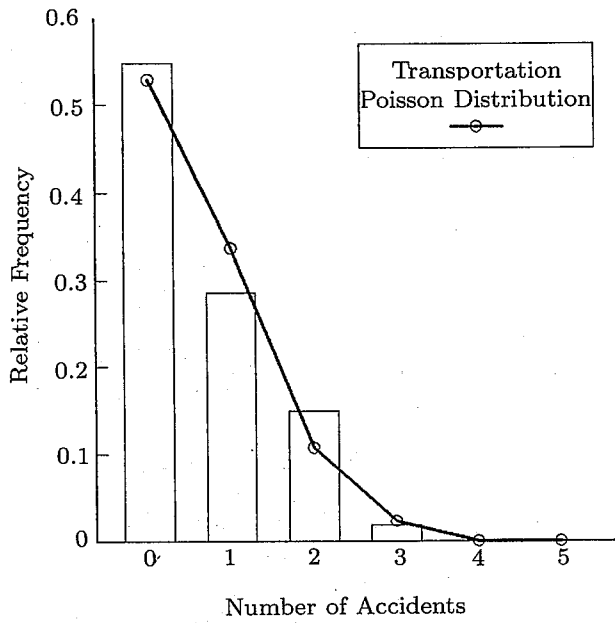


Fig. 1 Frequency distribution of serious accidents in transportation industry  
重大災害発生数の分布 (運輸業災害)

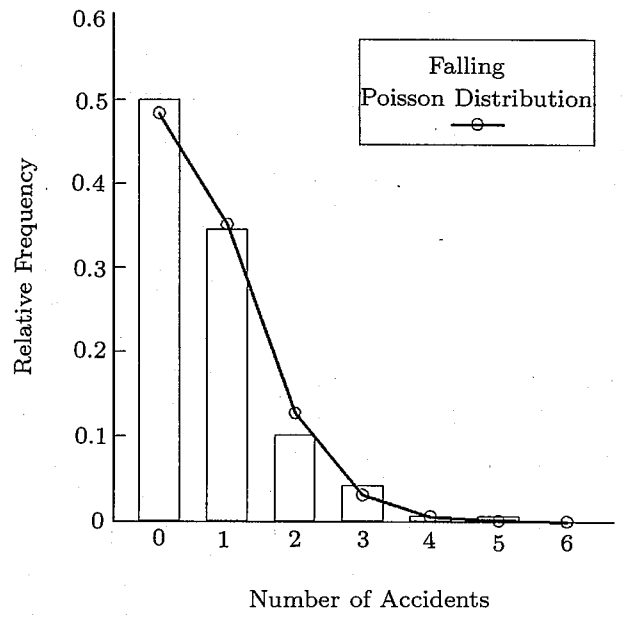


Fig. 3 Frequency distribution of serious accidents due to falling  
重大災害発生数の分布 (墜落災害)

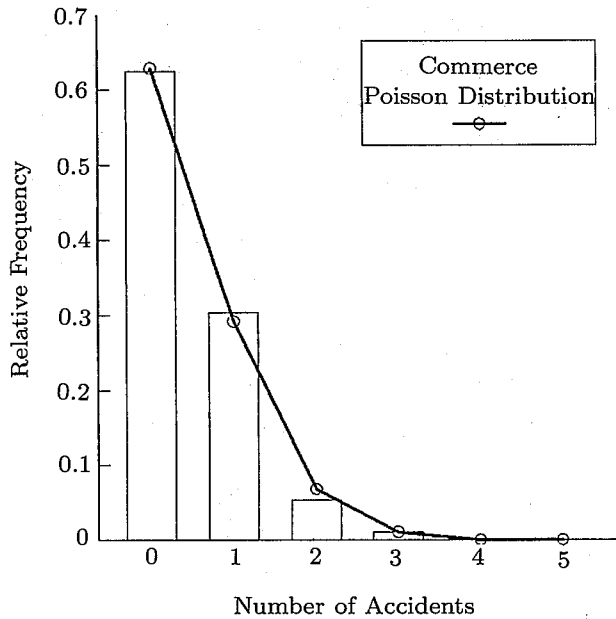


Fig. 2 Frequency distribution of serious accidents in commerce industry  
重大災害発生数の分布 (商業災害)

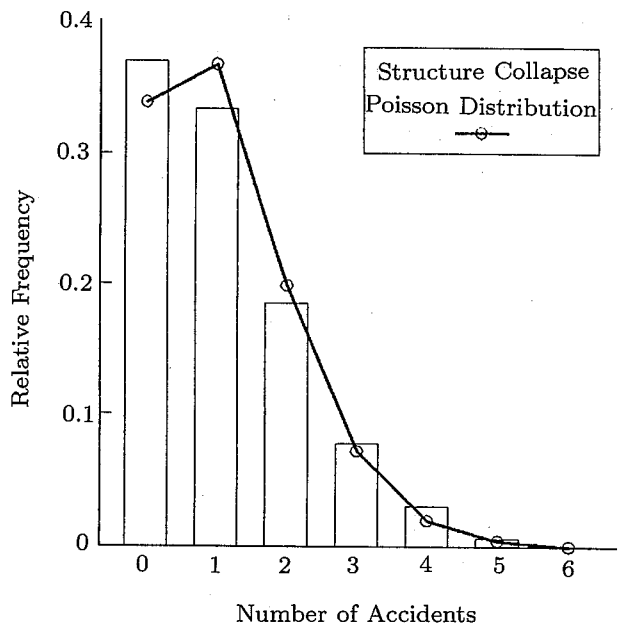


Fig. 4 Frequency distribution of serious accidents due to structure collapse  
重大災害発生数の分布 (構造物倒壊災害)

より一般的に、1つの災害の被災規模の下限値を  $h_c = i$  とすると、その確率分布式は、

$$P(k) = (1 - \tau)^{k-i} \cdot \tau$$

$$k = i, i + 1, i + 2, i + 3, \dots \quad (9)$$

$$E(K) = \frac{1 + (i - 1)\tau}{\tau},$$

$$V(K) = \left(\frac{1}{\tau}\right) \cdot \left(\frac{1 - \tau}{\tau}\right), \quad k \geq i$$

かくして、幾何分布によって被害規模分布を表す

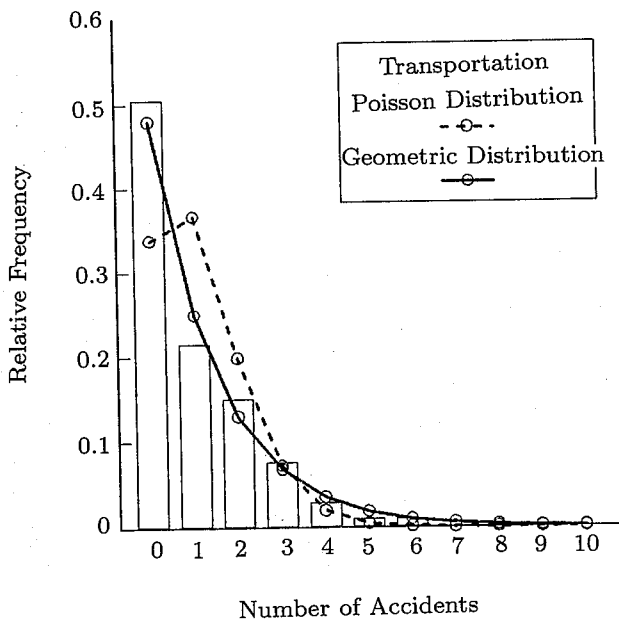


Fig. 5 Magnitude distribution of fatalities by serious accidents in transportation industry  
重大災害での死亡者数の規模分布 (運輸業災害)

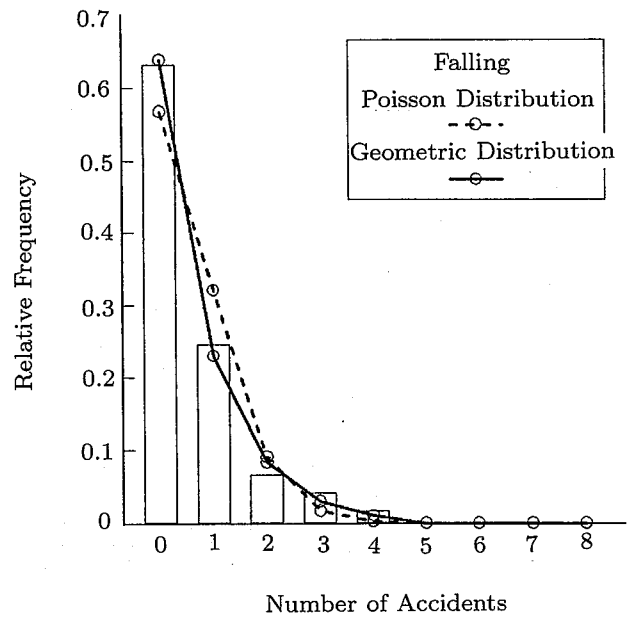


Fig. 7 Magnitude distribution of fatalities by serious accidents due to falling  
重大災害での死亡者数の規模分布 (墜落災害)

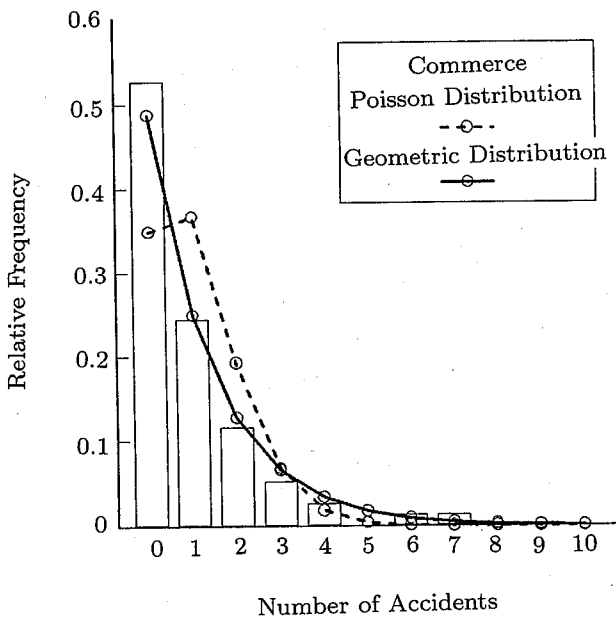


Fig. 6 Magnitude distribution of fatalities by serious accidents in commerce industry  
重大災害での死亡者数の規模分布 (商業災害)

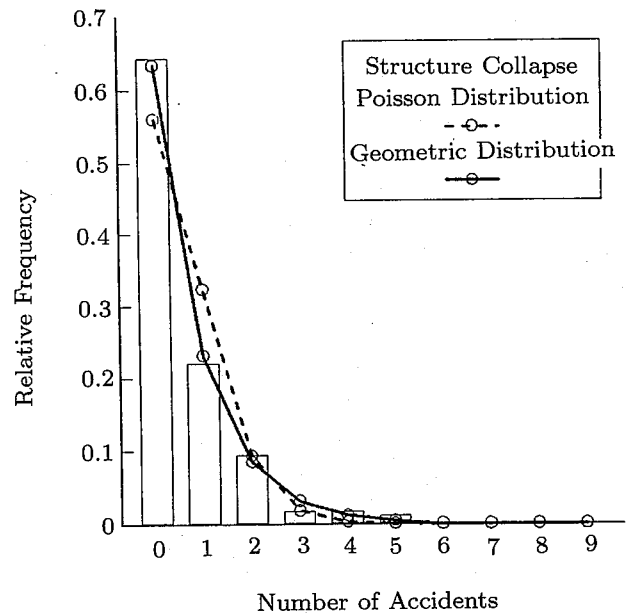


Fig. 8 Magnitude distribution of fatalities by serious accidents due to structure collapse  
重大災害での死亡者数の規模分布 (構造物倒壊災害)

ときも、ポアソン分布と同様に、被害規模の下限値が異なっても、同一の分散で分布形状が同等な確率分布によって表現でき、その平均値が被害下限

値に応じて変化することが理解される。

Fig. 1 ~ 4 には重大災害を運輸業および商業などの産業別、ならびに墜落災害、構造物倒壊災害など

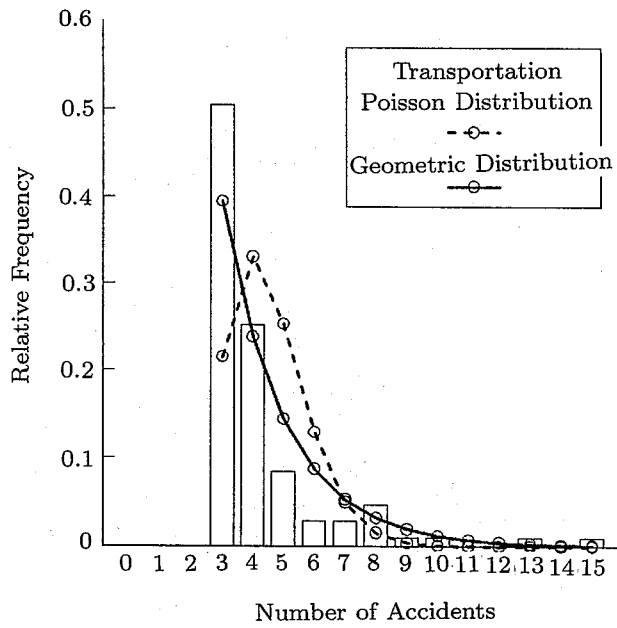


Fig. 9 Magnitude distribution of injuries by serious accidents in transportation industry  
重大災害での負傷者数の規模分布 (運輸業災害)

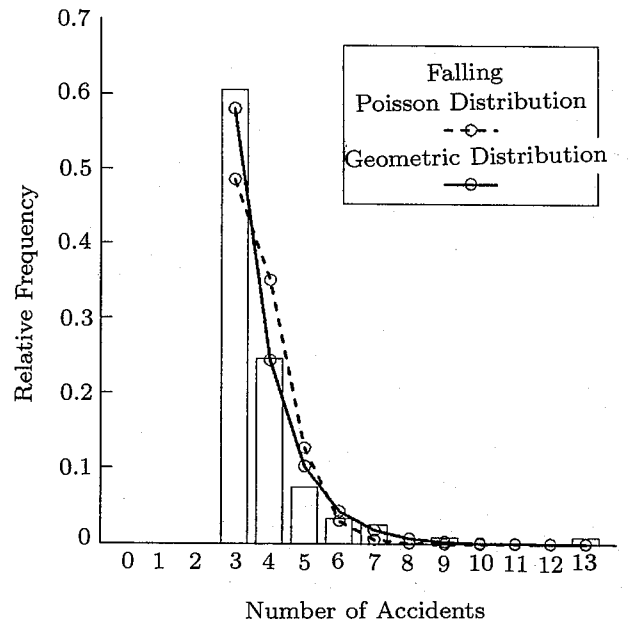


Fig. 11 Magnitude distribution of injuries by serious accidents due to falling  
重大災害での負傷者数の規模分布 (墜落災害)

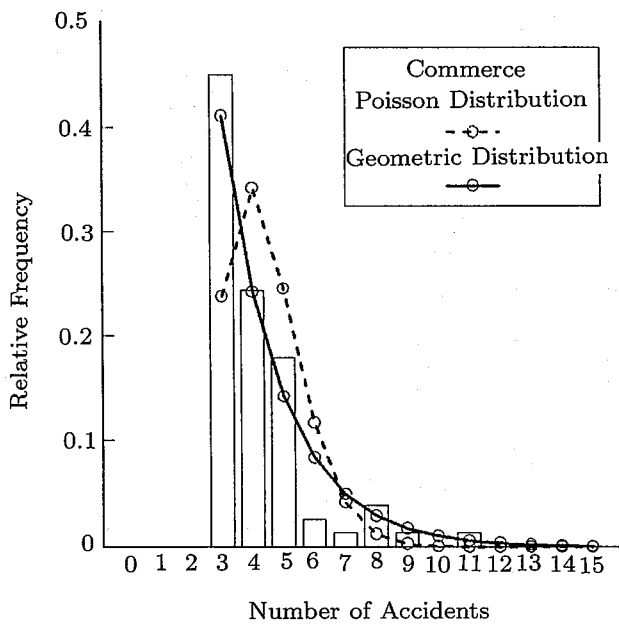


Fig. 10 Magnitude distribution of injuries by serious accidents in commerce industry  
重大災害での負傷者数の規模分布 (商業災害)

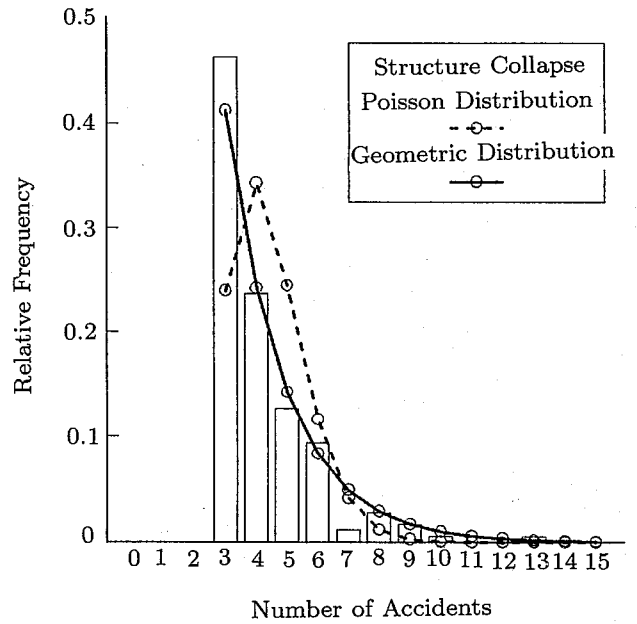


Fig. 12 Magnitude distribution of injuries by serious accidents due to structure collapse  
重大災害での負傷者数の規模分布 (構造物倒壊災害)

の災害種類別に分類して、一定期間（ここでは月をひとつの統計単位とした）での発生数の分布を調べた結果を示した。（図中の棒グラフが実測値、実線が

ポアソン分布による当てはめ）これらの図から、いずれの区分の災害も、その分布はポアソン分布で上手く記述できることがわかる。

一方、1件当たりの労働災害による被災者数の規模を分布を分析した事例として、Fig. 1～4と同じ災害区分について、Fig. 5～8には重大災害1件当たりでの死亡者数の分布について調べた結果を示した。同図でのポアソン分布（図中の破線）のあてはめには被害規模下限値  $h_c = 0$  のときの(2)式を用い、幾何分布（図中の実線）には(6)式を用いて分析を行った。

また、Fig. 9～12には、同じく重大災害1件当たりの負傷者数の分布を調べた結果を示した。同図におけるポアソン分布（図中の破線）の分析には重大災害の被害規模下限値  $h_c = 3$  のときの(4)式を用い、また幾何分布（図中の実線）による分析では(8)式を用いた。これらの図にみられるとおり、1件の重大災害による死亡者数および負傷者数とともに、その被害規模分布はポアソン分布よりも幾何分布の方が旨く適合していることがわかる。

## 2.2 労働災害による被害個体総数の分析

前節において、災害発生件数分布と、災害による被害規模の分布を明らかにすることが出来たので、本節ではこれらの知見を応用して、ある一定期間中での被害個体総数の分布を求めることを試みることにする。本分析によって、ある期間内での災害による被災者総数の予測を行うことが可能となる。

ある期間中での災害による被災者数の確率は、同期間中で発生する災害数の確率と、その災害による被災者数の確率との積を、特定被災者数となる総ての組み合わせについて合計すれば得られる。すなわち、ある期間内での被災者数が  $k$  人である確率  $P(k)$  は、同期間中の災害発生数が  $n$  件である確率を  $P(n)$ 、 $n$  件の災害のもとで被災者が  $k$  人である確率を  $P(k|n)$  とすれば、求める確率  $P(k)$  は、それぞれの確率の積  $P(n) \cdot P(k|n)$  をすべての  $n$  について合計すれば良い。 $n$  の数は災害による被災規模  $h_c$  の下限値に応じて異なる。

具体的な確率分布を求める準備として、まず、 $n$  件災害が起きたとき、この  $n$  件の災害によって  $k$  人の被災者が発生する確率を求める。1件の災害についての被災者の規模の分布は、既に被災規模の下限値に応じてポアソン分布の時は(2)～(5)式で与えられており、幾何分布については(6)～(9)式で与えられている。従って、 $n$  件の災害が起きたときの被害規模分布は、これら個々の被害規模分布の和の分布を考

えればよい。確率変数の和の分布は一般的にはたたみ込み積分によって求められるが、以下の方法によっても得ることができる。

例えば、下限値が  $h_c = 3$  の時のポアソン分布について、まず2個の独立のポアソン分布の和の分布を考えるには、(4)式に従う2つの確率変数を  $X_1$  と  $X_2$  とすれば  $Y = X_1 + X_2$  ( $Y \geq 6$ ) の分布を考えればよく、個々の分布の確率関数を  $P_1$ 、和の分布の確率変数を  $P_2$  とすれば、

$$\begin{aligned}
 P_2(y) &= P_1(3) \cdot P_1(y-3) \\
 &+ P_1(4) \cdot P_1(y-4) \\
 &+ P_1(5) \cdot P_1(y-5) \\
 &\vdots \\
 &+ P_1(y-4) \cdot P_1(4) \\
 &+ P_1(y-3) \cdot P_1(3) \\
 &= \exp\{-m\} \frac{m^{y-6}}{(y-6)!} \cdot \exp\{-m\} \\
 &+ m \cdot \exp\{-m\} \frac{m^{y-7}}{(y-7)!} \cdot \exp\{-m\} \\
 &+ \frac{m^2}{2!} \cdot \exp\{-m\} \frac{m^{y-8}}{(y-8)!} \cdot \exp\{-m\} \\
 &\vdots \\
 &+ \frac{m^{y-7}}{(y-7)!} \exp\{-m\} \cdot m \cdot \exp\{-m\} \\
 &+ \frac{m^{y-6}}{(y-6)!} \exp\{-m\} \cdot \exp\{-m\} \\
 &= \frac{\exp\{-2m\}}{(y-6)!} \left\{ \frac{(y-6)!}{0!(y-6)!} m^0 m^{y-6} \right. \\
 &+ \frac{(y-6)!}{1!(y-7)} m \cdot m^{y-7} \\
 &+ \frac{(y-6)!}{2!(y-8)} m^2 \cdot m^{y-8} \\
 &+ \dots + \frac{(y-6)!}{(y-7)!1!} m^{y-7} \cdot m \\
 &+ \left. \frac{(y-6)!}{(y-6)!0!} m^{y-6} \cdot m^0 \right\} \\
 &= \frac{(2m)^{y-6}}{(y-6)!} \cdot \exp\{-2m\} \tag{10}
 \end{aligned}$$

$$E(Y) = 2(m+3), \quad V(Y) = 2m, \quad y \geq 6$$

となり、期待値および分散が 2 倍のポアソン分布となることがわかる。同じく独立な 3 個のポアソン分布の和の分布は、(4) 式に従うポアソン分布  $X_1$  と、(10) 式で示される 2 個の和の分布  $Y_1$  の和  $Z = X_1 + Y_1$  ( $Z \geq 9$ ) を考えればよく、単独の分布の確率関数を  $P_1$ 、2 個の和の分布の確率関数を  $P_2$ 、3 個の和の分布を  $P_3$  とすると、同様の手続きによって、以下のように求められる。

$$\begin{aligned}
 P_3(z) &= P_1(3) \cdot P_2(z-3) \\
 &+ P_1(4) \cdot P_2(z-4) \\
 &+ P_1(5) \cdot P_2(z-5) \\
 &\quad \vdots \\
 &+ P_1(z-7) \cdot P_2(7) \\
 &+ P_1(z-6) \cdot P_2(6) \\
 &= \exp\{-m\} \frac{(2m)^{z-9}}{(z-9)!} \cdot \exp\{-2m\} \\
 &+ m \cdot \exp\{-m\} \cdot \frac{(2m)^{z-10}}{(z-10)!} \cdot \exp\{-2m\} \\
 &+ \frac{m^2}{2!} \cdot \exp\{-m\} \cdot \frac{(2m)^{z-11}}{(z-11)!} \cdot \exp\{-2m\} \\
 &\quad \vdots \\
 &+ \frac{m^{z-10}}{(z-10)!} \exp\{-m\} \cdot (2m) \cdot \exp\{-2m\} \\
 &+ \frac{m^{z-9}}{(z-9)!} \exp\{-m\} \cdot \exp\{-2m\} \\
 &= \frac{\exp\{-3m\}}{(z-9)!} \left\{ \frac{(z-9)!}{0!(z-9)!} m^0 \cdot (2m)^{z-9} \right. \\
 &+ \frac{(z-9)!}{1!(z-10)!} m \cdot (2m)^{z-10} \\
 &+ \frac{(z-9)!}{2!(z-11)!} m^2 (2m)^{z-11} \\
 &+ \dots + \frac{(z-9)!}{(z-10)!1!} m^{z-10} (2m) \\
 &\left. + \frac{(z-9)!}{(z-9)!0!} m^{z-9} \cdot (2m)^0 \right\} \\
 &= \frac{(3m)^{z-9}}{(z-9)!} \exp\{-3m\} \tag{11}
 \end{aligned}$$

$$E(Z) = 3(m+3), \quad V(Z) = 3m, \quad z \geq 9$$

上式より、期待値および分散がもとの分布の 3 倍のポアソン分布となることが示される。以下同様な手順によって、 $n$  個のポアソン分布の和の分布は、期待値と分散が  $n$  倍となったポアソン分布となることを示すことが出来る。ポアソン分布はこのように、和の分布が元の分布と同じポアソン分布となる、いわゆる再生性を有していることが大きな特徴である。被害規模の下限值  $h_c = 0, 1, 3$  および  $i$  のときの  $n$  個のポアソン分布の和の分布式を上記の手順に従って求めた結果を以下に示す。 $h_c = 0$  のときのポアソン分布の和の分布、

$$\begin{aligned}
 P_n(k) &= \frac{(nm)^k}{k!} \cdot \exp\{-nm\} \\
 k &= 0, 1, 2, 3, \dots \tag{12}
 \end{aligned}$$

$$E(K) = nm, \quad V(K) = nm, \quad k \geq 0$$

$h_c = 1$  のときのポアソン分布の和の分布、

$$\begin{aligned}
 P_n(k) &= \frac{(nm)^{k-n}}{(k-n)!} \cdot \exp\{-nm\} \\
 k &= n, n+1, n+2, \dots \tag{13}
 \end{aligned}$$

$$E(K) = n(m+1), \quad V(K) = nm, \quad k \geq n$$

$h_c = 3$  のときのポアソン分布の和の分布、

$$\begin{aligned}
 P_n(k) &= \frac{(nm)^{k-3n}}{(k-3n)!} \cdot \exp\{-nm\} \\
 k &= 3n, 3n+1, 3n+2, \dots \tag{14}
 \end{aligned}$$

$$E(K) = n(m+3), \quad V(K) = nm, \quad k \geq 3n$$

$h_c = i$  のときのポアソン分布の和の分布、

$$\begin{aligned}
 P_n(k) &= \frac{(nm)^{k-ni}}{(k-ni)!} \cdot \exp\{-nm\} \\
 k &= ni, ni+1, ni+2, \dots \tag{15}
 \end{aligned}$$

$$E(K) = n(m+i), \quad V(K) = nm, \quad k \geq ni$$

同様に、被害規模の分布を幾何分布と仮定し、その  $n$  個の和の分布を被害規模の下限値が  $h_c = 0, 1, 3$  および  $i$  について求めた結果を示すと以下のとおりである。 $h_c = 0$  のときの幾何学分布の和の分布、

$$\begin{aligned}
 P_n(k) &= \binom{k+n-1}{n-1} \cdot (1-\tau)^k \cdot \tau^n \\
 k &= 0, 1, 2, \dots \tag{16}
 \end{aligned}$$



$$E(K) = n \left( \frac{1-\tau}{\tau} \right), \quad V(K) = \left( \frac{n}{\tau} \right) \left( \frac{1-\tau}{\tau} \right),$$

$$k \geq 0$$

$h_c = 1$  のときの幾何学分布の和の分布,

$$P_n(k) = \binom{k-1}{n-1} (1-\tau)^{k-n} \cdot \tau^n$$

$$k = n+1, n+2, \dots \quad (17)$$

$$E(K) = \frac{n}{\tau}, \quad V(K) = \left( \frac{n}{\tau} \right) \left( \frac{1-\tau}{\tau} \right),$$

$$k \geq n$$

$h_c = 3$  のときの幾何学分布の和の分布,

$$P_n(k) = \binom{k-2n-1}{n-1} (1-\tau)^{k-3n} \cdot \tau^n$$

$$k = 3n, 3n+1, \dots \quad (18)$$

$$E(K) = \frac{n(1+2\tau)}{\tau},$$

$$V(K) = \left( \frac{n}{\tau} \right) \left( \frac{1-\tau}{\tau} \right), \quad k \geq 3n$$

$h_c = i$  のときの幾何学分布の和の分布,

$$P_n(k) = \binom{k-ni+n-1}{n-1} (1-\tau)^{k-ni} \cdot \tau^n$$

$$k = ni, ni+1, \dots \quad (19)$$

$$E(K) = ni + \frac{n(1-\tau)}{\tau},$$

$$V(K) = \left( \frac{n}{\tau} \right) \left( \frac{1-\tau}{\tau} \right), \quad k \geq ni$$

これらの式に示されるように、幾何分布の和は負の二項分布となり、その期待値と分散は分布の和の個数に比例し、被害規模の下限値は分布の期待値（平均値）のみに影響し、分散とは無関係であることが分かる。

以上の準備のもとに、一定期間中での被害総数を求めることとする。被害個体数の分布は、前述したとおり、災害発生数の確率分布と、発生した災害による被害数の確率分布との積を、求める被害個体数となる総ての組み合わせについて合計すればよい。すなわち、観測期間が  $t$  の長さで  $k$  件の災害が起こるのは (1) 式のポアソン分布で与えられ、また、 $k$  件の災害が発生したときの被災者の分布は、被害規模分布が強度  $m$  のポアソン分布のときは  $k$  個のポアソン

分布を合計した強度 ( $mk$ ) のポアソン分布として、その確率分布式が被害規模の下限値に応じて (12) ~ (15) 式によって与えられるので、この2つの確率の積をすべての  $k$  について合計すれば求める確率が得られる。

同様に、被害規模が幾何分布のときも、 $k$  件の災害が発生したときの被災者数の確率分布が負の二項分布として被害規模の下限値に応じて (16) ~ (19) 式で与えられているので、同式で与えられる確率値と発生数の確率値との積をすべての  $k$  について求めればよい。具体的な例として、被害規模分布がポアソン分布で下限値が  $h_c = 0$  の時、被害個体総数が  $x$  人である確率は、災害発生数の確率を  $P_1$ 、被害規模の確率を  $P_2$  とすると、

$$P(X=x) = P_1 (\text{災害件数} = 0)$$

$$+ P_1 (\text{災害件数} = 1)$$

$$\cdot P_2 (1 \text{ 件の災害で } x \text{ 人の被害})$$

$$+ P_1 (\text{災害件数} = 2)$$

$$\cdot P_2 (2 \text{ 件の災害で } x \text{ 人の被害})$$

$$+ P_1 (\text{災害件数} = 3)$$

$$\cdot P_2 (3 \text{ 件の災害で } x \text{ 人の被害})$$

$$\vdots$$

$$= \exp\{-\lambda t\}$$

$$+ (\lambda t) \cdot \exp\{-\lambda t\} \cdot \frac{m^x}{x!} \exp\{-m\}$$

$$+ \frac{(\lambda t)^2}{2!} \exp\{\lambda t\} \cdot \frac{(2m)^x}{x!} \exp\{-2m\}$$

$$+ \frac{(\lambda t)^3}{3!} \exp\{\lambda t\} \cdot \frac{(3m)^x}{x!} \exp\{-3m\}$$

$$\vdots$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k}{k!} \cdot \frac{(km)^x}{x!} \exp\{-\lambda t - km\} \quad (20)$$

$$E(X) = m\lambda t, \quad V(X) = m\lambda t(1+m)$$

上式に示されるように、被害個体数は、発生件数によってたまたみ込まれた被害規模分布を発生件数（ポアソン分布）で複合化することによって導出されており、このような分布は汎ポアソン分布と呼ばれている<sup>16)</sup>。同式は1939年 J. Neyman により最初に導出されたことから Neyman Type A (N.T.A.) 分布

と呼ばれている<sup>17)</sup>。

この NTA 分布は、労働災害統計分析研究の分野において、P. Froggatt らによって提唱された spell モデルに基づいて導出された Long 分布と同一である<sup>18)</sup>。spell モデルとは、災害は、まず各作業員が災害を起こしやすい状態となる作業時間帯 (spell: periods of time) が生じ、そしてその作業時間帯の中で一定規則に従って生起するという仮説で、spell 自体の分布も、またその spell 中に発生する災害もともに稀な事象であり、かつそれぞれが偶然によって生じると仮定している。このモデルでの災害発生数の分布は、ランダムに発生しポアソン分布に従って生起する spell のもとで、各々の spell 内でこれまたポアソン分布に従って発生数の分布を考えればよく、確率分布式としては、NTA 分布と同一であるが、spell モデルのもとでは同式は Long 分布と呼ばれている。また彼らは spell モデルを拡張し、災害が前述の spell 期間以外にもランダムに発生する場合を考え、確率分布式として Long 分布とポアソン分布とをたたみ込んだ分布式を導出し、これを Short 分布と名づけている。C.D. Kump はこれらの分布の計算を容易にするための漸化式を導出している<sup>19)</sup>。(20) 式で示される NTA 分布の漸化式は以下に示される。

$$(X+1)P(X+1) = (\lambda t) \cdot m \cdot e^{-m} \sum_{i=0}^X P(X-i) \cdot \frac{m^i}{i!} \quad (21)$$

次に、一般の労働災害のように、少なくとも 1 人が負傷する事象のように、被害規模の下限値が  $h_c = 1$  の場合を考えると、

$$\begin{aligned} P(X=0) &= P_1 \text{ (災害件数 = 0)} \\ P(X=x) &= P_1 \text{ (災害件数 = 1)} \\ &\quad \cdot P_2 \text{ (1 件の災害で } x \text{ 人の被害)} \\ &\quad + P_1 \text{ (災害件数 = 2)} \\ &\quad \quad \cdot P_2 \text{ (2 件の災害で } x \text{ 人の被害)} \\ &\quad + P_1 \text{ (災害件数 = 3)} \\ &\quad \quad \cdot P_2 \text{ (3 件の災害で } x \text{ 人の被害)} \\ &\quad \quad \quad \vdots \\ &= P_1 \text{ (災害件数 = } x) \\ &\quad \quad \cdot P_2 \text{ (} X \text{ 件の災害で } x \text{ 人の被害)} \end{aligned}$$

であるので、数式的には、

$$\begin{aligned} P(0) &= \exp\{-\lambda t\} \\ P(X=x) &= (\lambda t) \cdot \exp\{-\lambda t\} \\ &\quad \cdot \frac{m^{x-1}}{(x-1)!} \cdot \exp\{-m\} \\ &\quad + \frac{(\lambda t)^2}{2!} \cdot \exp\{-\lambda t\} \\ &\quad \cdot \frac{(2m)^{x-2}}{(x-2)!} \exp\{-2m\} \\ &\quad + \frac{(\lambda t)^3}{3!} \cdot \exp\{-\lambda t\} \\ &\quad \cdot \frac{(3m)^{x-3}}{(x-3)!} \exp\{-3m\} \\ &\quad \quad \quad \vdots \\ &\quad + \frac{(\lambda t)^{x-1}}{(x-1)!} \cdot \exp\{-\lambda t\} \\ &\quad \cdot (x-1) \cdot m \cdot \exp\{-(x-1)m\} \\ &\quad + \frac{(\lambda t)^x}{x!} \cdot \exp\{-\lambda t\} \cdot \exp\{-xm\} \\ &= \sum_{k=1}^x \frac{(\lambda t)^x}{k!} \cdot \frac{(km)^{x-k}}{(x-k)!} \\ &\quad \cdot \exp\{-\lambda t - km\} \quad (22) \end{aligned}$$

$$E(X) = \lambda t(m+1),$$

$$V(X) = m\lambda t + \lambda t(m+1), \quad x=0 \text{ and } \geq 1$$

上式も (20) 式同様汎ポアソン分布であるが、下限値  $h_c = 1$  であるために、和の項数が有限となっている。同式は 1949 年 M. Thomas によって導出されたことにちなみ Thomas 分布と呼ばれている<sup>20)</sup>。同様に重大災害のように被害規模下限値  $h_c = 3$  のときは、

$$\begin{aligned} P(X=0) &= P_1 \text{ (災害件数 = 0)} \\ P(X=x) &= P_1 \text{ (災害件数 = 1)} \\ &\quad \cdot P_2 \text{ (1 件の災害で } x \text{ 人の被害)} \\ &\quad + P_1 \text{ (災害件数 = 2)} \\ &\quad \cdot P_2 \text{ (2 件の災害で } x \text{ 人の被害)} \\ &\quad + P_1 \text{ (災害件数 = 3)} \end{aligned}$$

・ $P_2$  (3 件の災害で  $x$  人の被害)

⋮

+  $P_1$  (災害件数 =  $L$ )

・ $P_2$  ( $L$  件の災害で  $x$  人の被害)

ここに  $L$  は、 $L \leq x/3$  を満足する最大整数でガウス記号法によれば  $[x/3]$  と記述される。数式表現では、

$$P(0) = \exp\{\lambda t\}$$

$$P(X = x) = (-\lambda t) \cdot \exp\{-\lambda t\}$$

$$\begin{aligned} & \cdot \frac{m^{x-3}}{(x-3)!} \cdot \exp\{-m\} \\ & + \frac{(\lambda t)^2}{2!} \cdot \exp\{-\lambda t\} \\ & \cdot \frac{(2m)^{x-6}}{(x-6)!} \cdot \exp\{-2m\} \\ & + \frac{(\lambda t)^3}{3!} \cdot \exp\{-\lambda t\} \\ & \cdot \frac{(3m)^{x-9}}{(x-9)!} \cdot \exp\{-3m\} \\ & \quad \vdots \\ & + \frac{(\lambda t)^L}{L!} \cdot \exp\{-\lambda t\} \\ & \cdot \frac{(Lm)^{x-3L}}{(x-3L)!} \cdot \exp\{-Lm\} \\ & = \sum_{k=1}^{[x/3]} \frac{(\lambda t)^k}{k!} \cdot \frac{(km)^{x-3k}}{(x-3k)!} \\ & \quad \cdot \exp\{-\lambda t - km\} \end{aligned} \quad (23)$$

$$E(X) = \lambda t(m+3),$$

$$V(X) = m\lambda t + \lambda t(m+3)^2, \quad x=0 \text{ and } \geq 3$$

より一般的に、被害規模の下限値が  $i$  の時の確率分布は、上式と同様な手順によって、次式の如く得られる。

$$\begin{aligned} P(0) &= \exp\{-\lambda t\} \\ P(x) &= \sum_{k=1}^{[x/i]} \frac{(\lambda t)^k}{k!} \cdot \frac{(km)^{x-ki}}{(x-ki)!} \\ & \quad \cdot \exp\{-\lambda t - km\} \end{aligned} \quad (24)$$

$[x/i]$  :  $L \leq x/i$  を満足する最大整数 (ガウス記号)

$$E(X) = \lambda t(m+i),$$

$$V(X) = m\lambda t + \lambda t(m+i)^2, \quad x=0 \text{ and } \geq i$$

これらガウス記号を用いた分布の一般的な名前はないので、ここでは一般化ポアソン分布 (Generalized poisson-poisson distribution) と呼ぶこととする。

同様な手順で、災害による被害規模分布が幾何分布に従うときの、被害個体総数の分布は、被害規模の下限値  $h_c$  に応じて以下のとおりに求められる。

$h_c = 0$  の時の被害者数の分布 ( $x \geq 0$ ),

$$\begin{aligned} P(x) &= \exp\{-\lambda t\} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k}{k!} \binom{x+k-1}{k-1} \\ & \quad \cdot (1-\tau)^x \tau^k \end{aligned} \quad (25)$$

$$E(X) = \frac{\lambda t(1-\tau)}{\tau}$$

$$V(X) = \left(\frac{\lambda t}{\tau}\right) \left(\frac{1-\tau}{\tau}\right) + \frac{(\lambda t)(1-\tau)^2}{\tau^2}$$

通常の労働災害のように、 $h_c = 1$  の時の分布は、和の項数が有限となり、

$$\begin{aligned} P(0) &= \exp\{-\lambda t\} \\ P(x) &= \exp\{-\lambda t\} \sum_{k=1}^x \frac{(\lambda t)^k}{k!} \binom{x-1}{k-1} \\ & \quad \cdot (1-\tau)^{x-k} \tau^k \end{aligned} \quad (26)$$

$$E(X) = \left(\frac{\lambda t}{\tau}\right)$$

$$\begin{aligned} V(X) &= \left(\frac{\lambda t}{\tau}\right) \left(\frac{1-\tau}{\tau}\right) + \frac{(\lambda t)}{\tau^2}, \\ & \quad x \geq 0 \end{aligned}$$

上記の分布も、前述の分布同様、幾何分布をたたみ込んだ分布 (負の二項分布) を発生件数によって複合化したもので、汎ポアソン分布の一種である。上式のうち (26) 式は一般に Polya-Aeppli 分布と呼ばれる<sup>21)</sup>。

次に重大災害のように、 $h_c = 3$  の時の分布は、

$$P(0) = \exp\{\lambda t\}$$

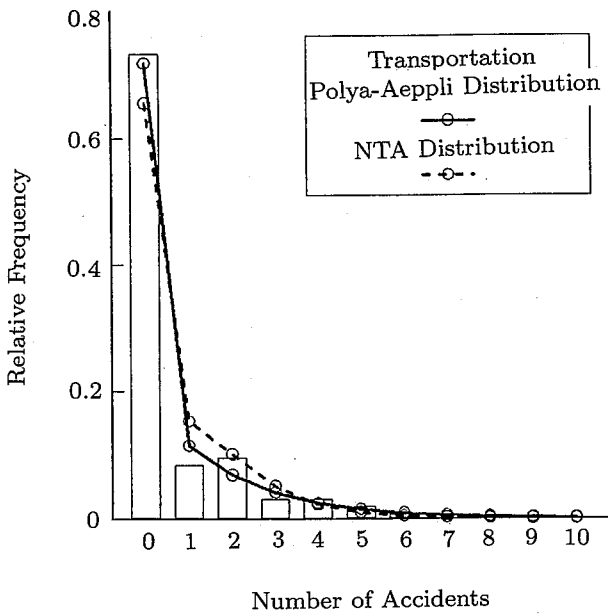


Fig. 13 Frequency distribution of fatalities by serious accidents in transportation industry  
重大災害による死亡者数の分布 (運輸業災害)

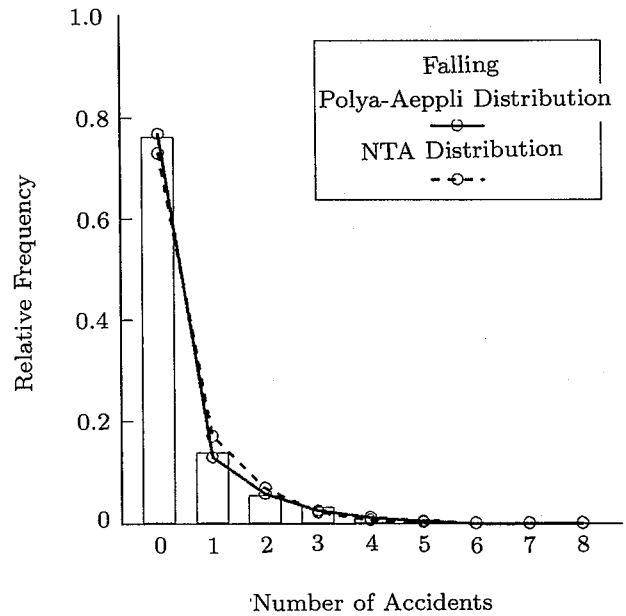


Fig. 15 Frequency distribution of fatalities by serious accidents due to falling  
重大災害による死亡者数の分布 (墜落災害)

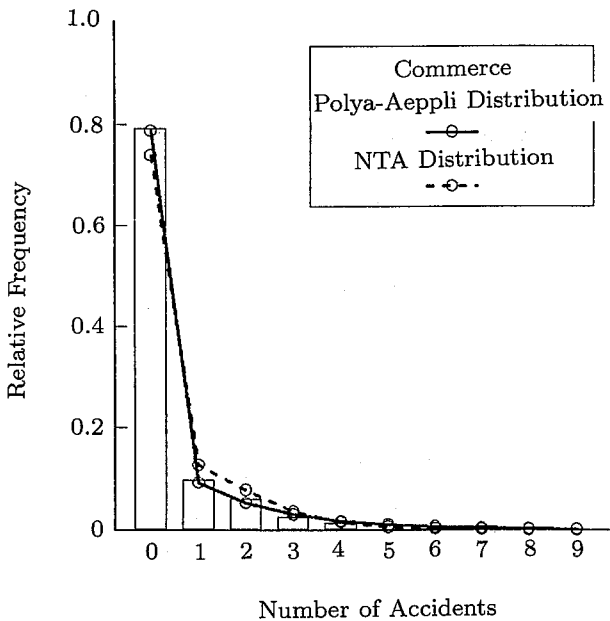


Fig. 14 Frequency distribution of fatalities by serious accidents in commerce industry  
重大災害による死亡者数の分布 (商業災害)

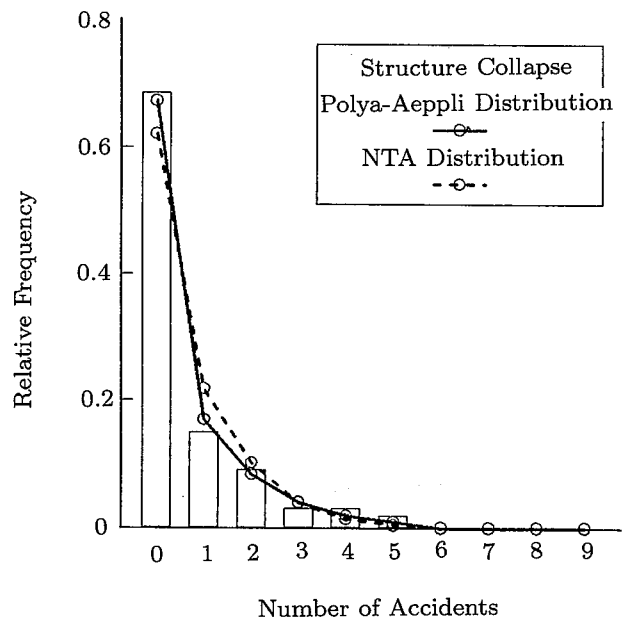


Fig. 16 Frequency distribution of fatalities by serious accidents due to structure collapse  
重大災害による死亡者数の分布 (構造物倒壊災害)

$$P(X = x) = \exp\{-\lambda t\} \sum_{K=1}^{[x/3]} \frac{(\lambda t)^k}{k!} \binom{x-2k-1}{k-1} \cdot (1-\tau)^{x-3k} \tau^k \quad (27)$$

$$E(X) = \frac{\lambda t(1-2)\tau}{\tau},$$

$$V(X) = \left(\frac{\lambda t}{\tau}\right) \left(\frac{1-\tau}{\tau}\right) + \frac{\lambda t(1+2\tau)^2}{\tau^2},$$

$X = 0 \text{ and } \geq 3$

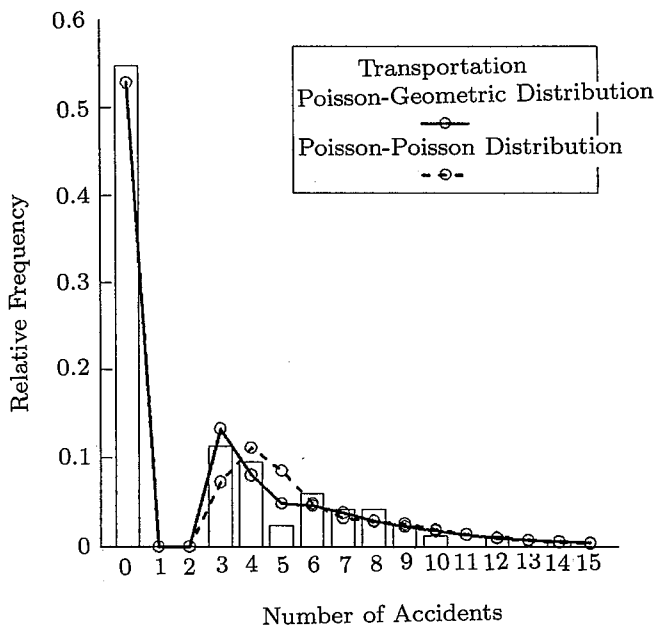


Fig. 17 Frequency distribution of injuries by serious accidents in transportation industry  
重大災害による負傷者数の分布 (運輸業災害)

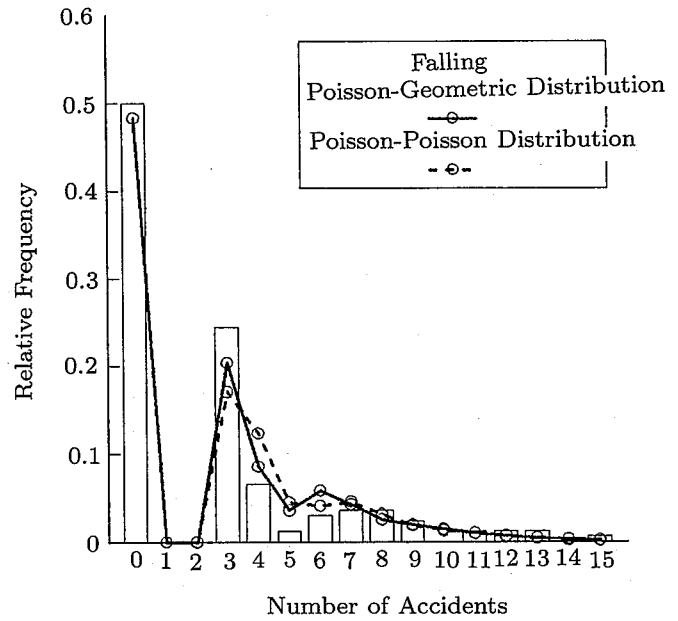


Fig. 19 Frequency distribution of injuries by serious accidents due to falling  
重大災害による負傷者数の分布 (墜落災害)

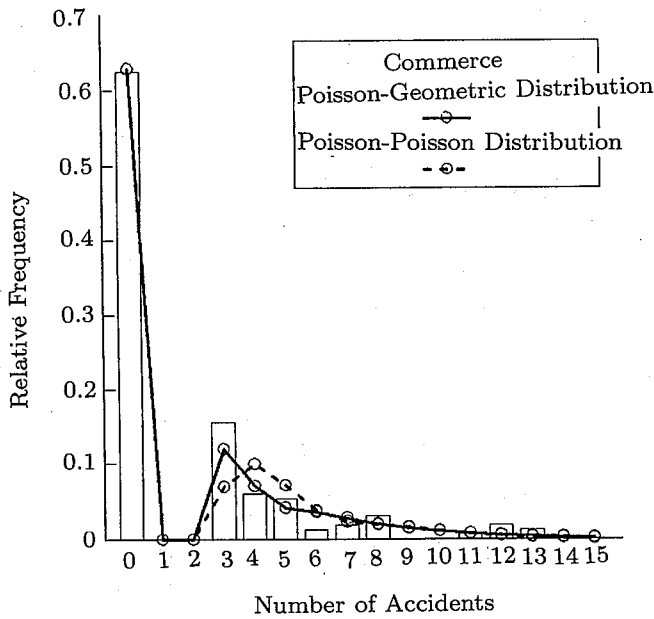


Fig. 18 Frequency distribution of injuries by serious accidents in commerce industry  
重大災害による負傷者数の分布 (商業災害)

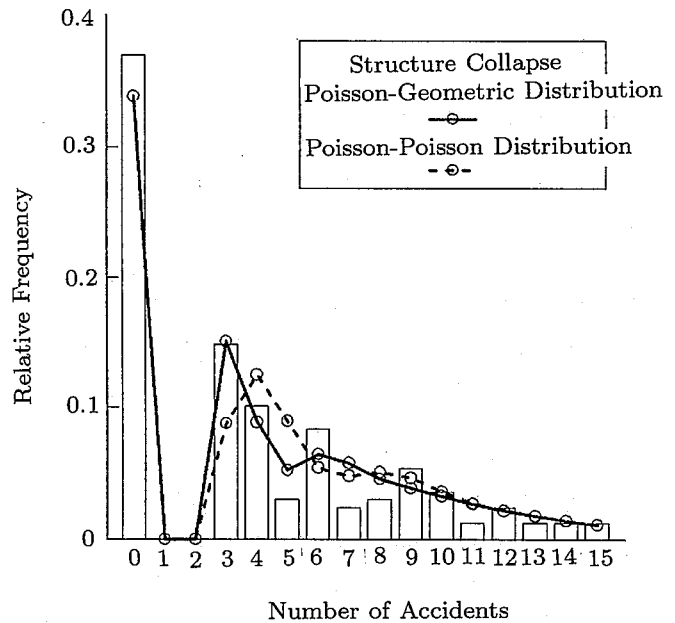


Fig. 20 Frequency distribution of injuries by serious accidents due to structure collapse  
重大災害死傷者数の分布 (構造物倒壊災害)

より一般的な、下限値  $h_c = i$  の時の被害個数  $X$  の分布は、

$$P(0) = \exp\{-\lambda t\}$$

$$P(X = x) = \exp\{-\lambda t\} \sum_{K=1}^{\lfloor x/i \rfloor} \frac{(\lambda t)^K}{K!} \binom{x - ki + k - 1}{k - 1} \cdot (1 - \tau)^{x - ki} \tau^k \quad (28)$$

Table 1 Parameters of the poisson-geometric distribution classified by industrial sectors  
ポアソン・幾何分布のパラメータ (産業別分類)

Industrial sector	Whole industry	Construction	Manufacture	Transportation	Agriculture & forestry	Commerce	Others
$\lambda$	15.792	7.690	3.801	0.640	0.542	0.464	0.643
Fatality $\tau$	0.580	0.598	0.630	0.480	0.700	0.487	0.568
All injury $\tau$	0.322	0.409	0.297	0.395	0.266	0.411	0.218

Table 2 Parameters of the poisson-geometric distribution classified by types of accidents  
ポアソン・幾何分布のパラメータ (災害種類別分類)

Accident Type	Traffic accident	Gas explosion	Poisoning	Fire	Structure collapse	Soil collapse	Falling
$\lambda$	7.054	0.803	1.369	1.125	1.083	0.839	0.726
Fatality $\tau$	0.625	0.532	0.578	0.528	0.634	0.422	0.639
All injury $\tau$	0.307	0.175	0.307	0.288	0.412	0.564	0.581

$$E(X) = \frac{\lambda t \{1 + (i-1)\tau\}}{\tau}$$

$$V(X) = \left(\frac{\lambda t}{\tau}\right) \left(\frac{1-\tau}{\tau}\right) + \frac{(\lambda t)[1 + (i+1)\tau]^2}{\tau^2}$$

$x = 0 \text{ and } \geq 3i$

$[x/i]$  :  $L \leq x/i$  を満足する最大整数 (ガウス記号表示)

上式のように下限値が  $h_c > 1$  の場合で、ガウス記号で積和の上限が与えられる分布については特に定められた名前はないので、ここでは一般化ポアソン・幾何分布 (Generalized poisson-geometric distribution) と呼ぶこととする。

かくして、災害発生数がポアソン分布に従い、災害による被害規模がポアソン分布あるいは幾何分布に従い、かつ被害規模が特定の下限値を有するとき、一定期間中での被害総数の確率分布をそれぞれ求めることが出来た。

Fig. 13 ~ 16 には、前節で区分して調べた重大災害について、一定期間中での死亡災害総数の分布を調べた結果を示した。重大災害は定義にもある通り、負傷者の数が 3 人以上の災害であり、被災者全員が傷だけで済む場合もかなりあり、死亡災害が必ずしも含まれている訳ではない。従って、死亡者総数の分布の分析にはその被害下限値が  $h_c = 0$  である (20) 式および (25) 式を用いて行った。

同様に、重大災害による負傷者数の分布を調べた

結果を Fig. 17 ~ 20 に示した。分析には被害下限値  $h_c = 3$  である (23) 式および (27) 式によった。

これらの図に示した通り、一定期間中の被災者数の分布は、 $h_c = 0$  のときは NTA 分布よりも Polya-Aeppli 分布の方が、また、 $h_c \neq 0$  のときは一般化ポアソン分布よりも一般化ポアソン・幾何分布の方が実測値に旨く適合していることが分かる。ここで、これらの分布を規定する上で分布の重要なパラメータについて、モーメント法によって調べた結果を Table 1 および Table 2 に示した。Table 1 には業種別の分析結果、Table 2 には災害種類別に分析した結果を示した。これらの値を用いて、一定期間中での被災者数の確率的評価や推定を行うことができる。

### 3. 被害規模を考慮した災害発生時間数の分布

本章では、前章で得た知見をもとに災害による被害規模を考慮した災害発生時間数の分布を検討する。事業所での労働安全性の評価には、前述した災害度数率や災害千人率などの災害発生頻度率が用いられることが多い。筆者はこれまで、労働災害が発生する迄の時間数が、災害発生頻度率が時間の経過と共に変動する過程を確率統計的に分析、評価するのに適した尺度であり、時間数を用いた評価法は、1) 簡明なデータであること、2) 評価時期に柔軟性があること、3) 従来の分析法とも整合性があること、4) 災害危険性の経時的変化を評価できること、など多くの利点を有していることを明らかにした<sup>3-10)</sup>。

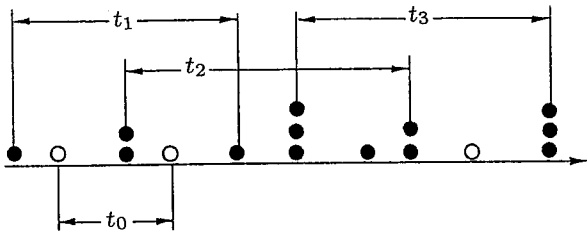


Fig. 21 Time intervals between accidents considering the magnitude of accidents  
災害規模を考慮した発生時間間隔

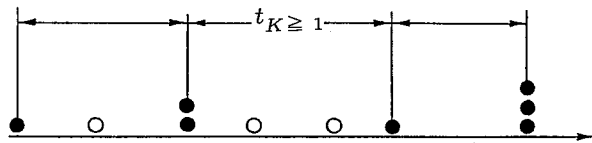


Fig. 22 Time intervals between accidents involving more than one injured worker  
負傷者 1 名以上の発生時間の分布

ところで、ひとつの労働災害と言っても、これまで見てきたとおり、そこで被災する人数は 1 人のこともあれば 2 人以上のこともある。これまでの分析では、被害規模は考慮せず、総ての災害についての発生時間を評価することを試みてきた。そこでここでは、被害規模を考慮した、いわば災害の量と質を同時に分析することを新たに検討した。

労働災害事象そのものの発生時間分布は、これまでの多くの災害事例の調査結果から、個々の労働災害が発生するまでの時間分布は指数分布に従い、また複数件の災害が発生するまでの時間分布は、指数分布の和の分布であるガンマ分布に従うことが明らかにされている<sup>3)</sup>。指数分布およびガンマ分布の確率密度関数を以下に示す。

$$f_1(t) = \lambda \cdot \exp\{-\lambda t\}$$

$$E_1(T) = 1/\lambda, V_1(T) = 1/\lambda^2 \quad (29)$$

$$f_k(t) = \frac{(\lambda t)^{k-1}}{(k-1)!} \lambda \cdot \exp\{-\lambda t\}$$

$$E_k(T) = k/\lambda, V_k(T) = k/\lambda^2 \quad (30)$$

また、ひとつの労働災害における被害規模（負傷者数）の分布は、ここでは簡単のためにポアソン分布に従うと仮定する。

すると、モデルとしては、Fig. 21 に示すように、時間軸上において、平均発生間隔が  $1/\lambda$  (or 単位時

間当りの平均発生数が  $\lambda$ ) の割合で災害が発生し、かつ各災害ごとに強度  $m$  で被害規模  $h_c = 0$  のポアソン分布に従って被災者が発生している事象を考えればよいこととなる。

同図において、ある時点で  $K$  人の負傷者を有した災害（以降  $K$  人災害と略称する）が発生し、次の  $K$  人災害までの時間数を  $t_K$  と書くと、災害規模を考慮した発生時間数を求めることは、この  $t_K$  の分布を考えることと同じである。解析的には  $t_K$  の分布を以下の手順で求めることが出来る。

まず、ある災害が発生して、それが  $K$  人災害である確率を  $h_K$  とする。また、災害が発生することを統計的試行と見なせば、ある  $K$  人災害が起こった後次の  $K$  人災害が起こるまでの試行回数  $X$  は、それぞれの試行が独立であるから、

$$P_K(X) = h_K(1-h_K)^{X-1} \quad X = 1, 2, \dots \quad (31)$$

の幾何分布に従うことが導かれる。更に、事象が発生するまでの時間分布は、 $X = 1$  のときは指数分布により、また  $X \geq 2$  のときは式のガンマ分布で与えられる。従って、 $t_K$  の分布は、 $K$  人災害が起こるまでの試行回数  $X$  の確率  $P_K(X)$  と、そのときの時間数分布  $f_X(t)$  との積を求め、これを試行回数  $X$  について  $1 \sim \infty$  まで合計すれば求めることが出来る。

$$g_K(t) = \sum_{X=1}^{\infty} h_K(1-h_K)^{X-1} \times \frac{(\lambda t)^{X-1}}{(X-1)!} \lambda \cdot \exp\{-\lambda t\}$$

$$= \lambda h_K \cdot \exp\{-\lambda t\} \sum_{X=1}^{\infty} \frac{\{(1-h_K)\lambda t\}^{X-1}}{(X-1)!}$$

$$= \lambda h_K \cdot \exp\{-\lambda t\} \cdot \exp\{(1-h_K)\lambda t\}$$

$$= \lambda h_K \cdot \exp\{-\lambda h_K t\} \quad (32)$$

$$E_K(T) = 1/(\lambda h_K), V_K(T) = 1/(\lambda h_K)^2$$

上式より、被害規模を考慮した災害発生時間数の分布は、基本的には指数分布となっていることがわかる。また  $K$  人災害である確率  $h_K$  は強度  $m$  のポアソン分布から  $h_K = m^K/K! \cdot \exp\{-m\}$  となるので、これを (32) 式に代入すると、 $K$  人災害発生時間数分布の確率密度関数が次式で求められる。

$$g_K(t) = \lambda \frac{m^K}{k!} e^{-m} \cdot \exp\left\{-\frac{m^K}{K!} \lambda t e^{-m}\right\} \quad (33)$$

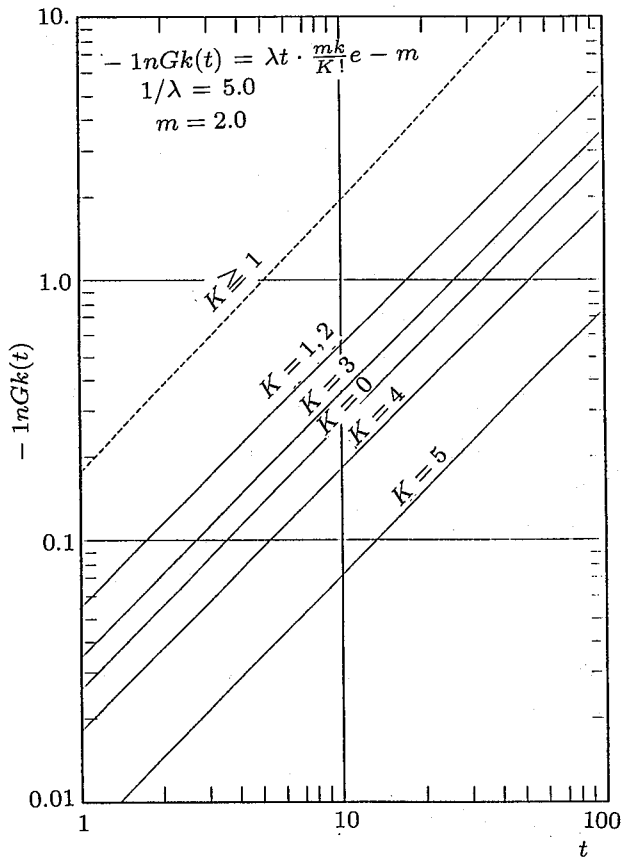


Fig. 23 Time intervals between accidents considering the accident magnitude by poisson distribution  
 ポアソン分布による災害規模を考慮した発生時間分布

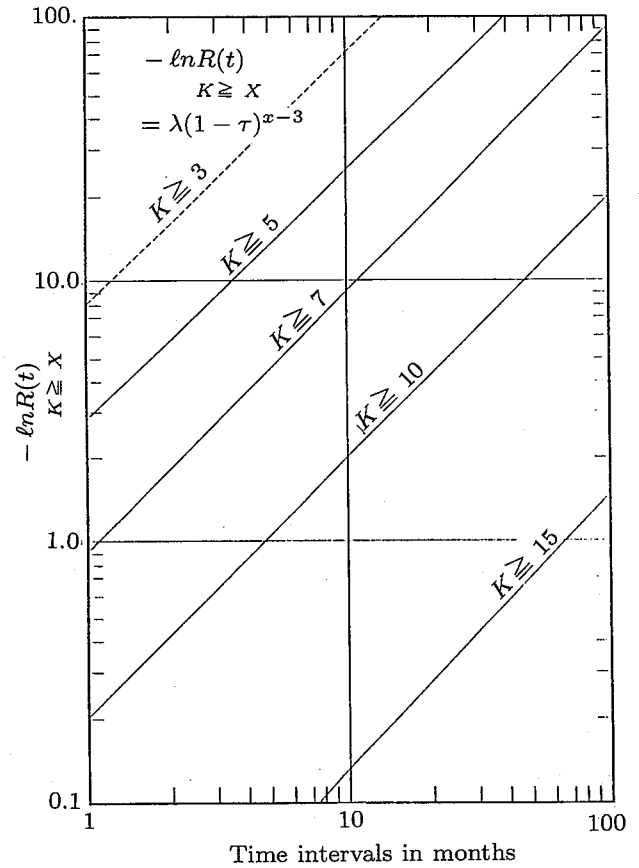


Fig. 24 Time intervals between accidents considering the accident magnitude by geometric distribution  
 幾何分布による災害規模を考慮した発生時間分布

従って、上式の対数分布関数（より正確には上側分布関数の逆数の対数）を求めると次式となる。

$$\ln\{1/G_K(t)\} = \frac{m^K}{K!} \lambda t \cdot \exp\{-m\} \quad (34)$$

Fig. 23 には、労働災害の平均発生間隔  $1/\lambda = 5.0$ 、被害強度パラメータ  $m = 2.0$  として、 $K$  人災害の発生時間数の対数分布関数を求めた結果（図中の実線）を示した。図中の  $K$  値は災害の被害規模を示す負傷者数を示している。

ところで、Fig. 23 に  $K = 0$  の直線が示されているが、これは被災者がなかった災害をさしている（Fig. 21 における○印）。つまり物損だけですんだ災害や、労働者の負傷には至らなかった軽微な災害などを対応づけて考えればよい。

しかし、一般に労働災害とは、少なくとも 1 人以

上の被災者があった災害をさすので、ここでは時間数  $t_{K \geq 1}$  の分布を求め、これを一般でいう災害発生時間分布と考えることとする。（Fig. 22 参照）そのためには、被害規模が強度  $m$  のポアソン分布において、負傷者数が少なくとも 1 人以上である確率は  $1 - \exp\{-m\}$  なのでこの値を (32) 式に代入すると、 $t_{K \geq 1}$  の確率密度関数として次式が得られる。

$$g_{k \geq 1}(t) = \lambda \{1 - e^{-m}\} \cdot \exp\{-\lambda t(1 - e^{-m})\} \quad (35)$$

よって、同式の上側分布関数、対数上側分布関数は以下の式となる。

$$G_{K \geq 1}(t) = \exp\{-\lambda t(1 - e^{-m})\} \quad (36)$$

$$\ln\{1/G_{K \geq 1}(t)\} = \lambda t \{1 - e^{-m}\} \quad (37)$$



Fig. 23 において,  $\lambda = 1/5.0$ ,  $m = 2.0$  のときの  $t_{K \geq 1}$  の分布の対数分布式を破線によって示した。

同様に, 被害規模が幾何分布に従うときの発生時間の分布を考える。まず通常の労働災害のように被害規模下限値  $h_c = 1$  の場合を考える。このときの被害規模分布は (7) 式で与えられるので, 同式を用いて被害規模を考慮した時間分布は以下のように求められる。

すなわち, ある災害の被害規模が  $(k-1)$  人以下である確率は,

$$\begin{aligned} P(K \leq k-1) &= P(1) + P(2) + P(3) \cdots \\ &\quad + P(k-1) \\ &= \tau + \tau(1-\tau) + \tau(1-\tau)^2 + \cdots \\ &\quad + \tau(1-\tau)^{k-2} \\ &= \tau\{1 + (1-\tau) + (1-\tau)^2 + \cdots \\ &\quad + (1-\tau)^{k-2}\} \\ &= 1 - (1-\tau)^{k-1} \end{aligned}$$

より,

$$P(K \geq k) = 1 - P(K \leq k-1) = (1-\tau)^{k-1} \quad (38)$$

従って, 被害規模が  $K$  人以上の災害の発生時間の確率密度関数は,

$$g_{\geq K}(t) = \lambda(1-\tau)^{k-1} \cdot \exp\{-\lambda t(1-\tau)^{k-1}\} \quad (39)$$

よって, 同式の上側分布関数, 対数上側分布関数は以下の式となる。

$$G_{\geq K}(t) = \exp\{-\lambda t(1-\tau)^{k-1}\} \quad (40)$$

$$\ln\{1/G_{\geq K}(t)\} = \lambda t(1-\tau)^{k-1} \quad (41)$$

$$E_1(T) = 1/(\lambda(1-\tau)^{k-1}),$$

$$V_1(T) = 1/(\lambda(1-\tau)^{k-1})^2$$

同様に, 重大災害のように, 被害規模下限値  $h_c = 3$  のときの, 被害規模を考慮した発生時間数の確率密度関数, 上側分布関数, および対数上側分布関数はそれぞれ以下の式となる。

$$g_{\geq K}(t) = \lambda(1-\tau)^{k-3} \cdot \exp\{-\lambda t(1-\tau)^{k-3}\} \quad (42)$$

よって, 同式の上側分布関数, 対数上側分布関数は以下の式となる。

$$G_{\geq K}(t) = \exp\{-\lambda t(1-\tau)^{k-3}\} \quad (43)$$

$$\ln\{1/G_{\geq K}(t)\} = \lambda t(1-\tau)^{k-3} \quad (44)$$

$$E_3(T) = 1/(\lambda(1-\tau)^{k-3}),$$

$$V_3(T) = 1/(\lambda(1-\tau)^{k-3})^2$$

同様に, 被害下限値  $h_c = i$  のときの, 被害規模を考慮した発生時間分布は以下の式となる。

$$g_{\geq K}(t) = \lambda(1-\tau)^{k-i} \cdot \exp\{-\lambda t(1-\tau)^{k-i}\} \quad (45)$$

$$G_{\geq K}(t) = \exp\{-\lambda t(1-\tau)^{k-i}\} \quad (46)$$

$$\ln\{1/G_{\geq K}(t)\} = \lambda t(1-\tau)^{k-i} \quad (47)$$

$$E_1(T) = 1/(\lambda(1-\tau)^{k-i})$$

$$V_i(T) = 1/(\lambda(1-\tau)^{k-i})^2$$

Fig. 24 には, 建設工事での重大災害について, いくつかの規模の災害について, その発生時間数の分布を求めた結果を示した。同図を用いて, 被害規模に応じた災害発生時間数の確率的評価や予測を行うことが出来る。

以上の考察から, 災害事象そのものがランダムに発生していれば, 災害規模を考慮した発生時間分布は, 分布のパラメータ値が災害規模の発生確率に応じて変動はするものの, 基本的には指数分布に従うことが明らかにされた。また, 災害規模をここではポアソン分布や幾何分布としたが, 他の非負の連続分布関数を仮定しても, この性質は失われない。

また災害発生時間同様に, 災害強度を考慮した災害発生数の分布も, 同じく単位期間の平均発生数と被害規模の確率との積をパラメータとしたポアソン分布となることを示すことができる。すなわち, 被害規模下限値  $h_c = i$  の災害で  $K$  人以上の被災規模の災害が期間  $t$  で  $x$  件発生する確率を  $P(x|K_i)$  と記すと, 同確率分布式は次式で示される。

$$\begin{aligned} P(x|K_i) &= \frac{(\lambda t(1-\tau)^{k-i})^x}{x!} \\ &\quad \cdot \exp\{-\lambda(1-\tau)^{k-i}t\} \end{aligned} \quad (48)$$

$$E_{ki}(X) = \lambda t(1-\tau)^{k-i},$$

$$V_{ki}(X) = \lambda t(1-\tau)^{k-i}$$

以上の分析結果より、これまで行ってきた発生時間数および災害発生数による安全性の評価法を、災害規模を含めた分析にも利用でき、災害発生頻度と災害強度とを同時に分析することが可能であることを明らかにすることが出来た。

#### 4. 結 論

本研究は、1つの労働災害によって被災する負傷者数を被害規模と定義し、同被害規模の分布特性を明らかにし、その結果をもとに一定期間中の被害個体総数（全被災者数）の確率分布や、被害規模を考慮した労働災害発生時間数の確率分布式を導出し、同分布式を用いて安全性の評価を行うことを試みた。それらの検討結果をまとめると以下のようである。

- (1) 一定期間中の重大災害発生件数の分布は、多くの場合ポアソン分布あるいは負の二項分布で記述できる。
- (2) 一方、重大災害による被災者数の頻度分布は、死亡者数、負傷者（全被災者）数とともに、ポアソン分布よりも幾何分布が旨く適合している。また複数の災害による被災者数の分布は、個々の災害による被災者数を加えた、たたみ込みによるポアソン分布あるいは負の二項分布となる。
- (3) 従って、一定期間中の被害個体総数（全負傷者数又は全死亡者数）の分布は、発生数の分布（ポアソン分布）と被災者数の分布（たたみ込み後のポアソン分布あるいは負の二項分布）とを複合化したいわゆる汎ポアソン分布となる。
- (4) 重大災害の被災者数のように、下限値を有する事象も記述できるように、一般化した汎ポアソン分布式を導出した。これらの分布式を実際の被害者数の分布に適用したところ、比較的よい適合結果が得られた。
- (5) 災害事象そのものがランダムに発生していれば、被災者数規模を考慮した災害の発生時間数の分布は、被害規模を考慮しない場合と同様に指数分布となる。被害規模を考慮した時間分布は単位期間当たりの全災害の平均発生数と、被害の大きさが特定規模以上である確率との積を新たなパラメータとした分布式で記述される。
- (6) 災害強度を考慮した災害発生数の分布も、同じく単位期間の平均発生数と被害規模の確率との積をパラメータとしたポアソン分布となる。

これらの被害規模を考慮した発生数、発生時間数

の分布を用いることによって、発生頻度と災害強度の両特性を同時に分析することが可能となる。

（平成5年5月10日受理）

#### 参 考 文 献

- 1) 岡部晃三：わかりやすい労働統計，pp. 164-170，労働法令協会，昭和60年。
- 2) たとえば，労働災害動向調査報告（平成2年），労働大臣官房政策調査部，1991。
- 3) 花安繁郎：災害発生間隔の分布に関する研究，労働省産業安全研究所研究報告，RIIS-RR-26-3，1977。
- 4) 花安繁郎：災害発生時間による安全水準の評価について，土木学会論文報告集，第301号，pp. 105-113，1980。
- 5) 花安繁郎：災害発生時間の分布に関する研究(2)，労働省産業安全研究所研究報告，RIIS-RR-32-4，1984。
- 6) 花安繁郎：労働災害発生系列の均質性に関する研究，建築学会構造系論文報告集，第352号，pp. 1-9，1985。
- 7) 花安繁郎：災害発生時間の分布に関する研究(3)，労働省産業安全研究所研究報告，RIIS-RR-86-6，pp. 69-92，1986。
- 8) 花安繁郎，災害発生時間の分布に関する研究(4)，労働省産業安全研究所研究報告，RIIS-RR-88-3，pp. 23-40，1988。
- 9) 花安繁郎：五十嵐日出夫：逐次確率比検定法による労働災害発生率の統計評価に関する研究，土木学会論文集，第409号／VI-11，pp. 47-56，1989。
- 10) 花安繁郎：災害発生時間の分布に関する研究(5)，労働省産業安全研究所研究報告，RIIS-RR-89-5，pp. 39-54，1989。
- 11) 例えば，労働安全衛生年鑑（平成4年版），pp. 212-218，中央労働災害防止協会，1992。
- 12) 泉太一郎：リスク評価に関する一考察（その1～その7），損保企画，No. 331-339，1987。
- 13) Heinrich, H.W., et al: Industrial Accident Prevention (5th ed.), McGraw-Hill, 1980.
- 14) Bird, Jr. F.E. and Germain, G.L.: Damage Control, pp. 11-66, American Management Association. 1966.
- 15) 花安繁郎：建設工事労働災害の被害強度・規模特

- 性に関する統計分析, 土木学会論文集, 第 462 号 / VI-18, pp. 131-140, 1993.
- 16) 増山元三郎: 少数例のまとめ方 II, 竹内書店新社, p. 589, 1976.
- 17) J. Neyman: On a New Class of "Contagious" Distributions Applicable in Entomology and Bacteriology, *Annals Mathematical Statistics*, Vol. 10, pp. 35-57, 1939.
- 18) W.L. Gresswell, P. Froggatt: Accident Prone-ness, or Variable Accident Tendency?, *Journal of Stati. Sol. Ing. Sol. Ireland*, Vol. 20, No. 5, pp. 152-171, 1962.
- 19) C.D. Kewp: On a Contagious Distribution suggested for Accident Data, *Biometrics*, Vol. 23, pp. 241-255, 1967.
- 20) M. Thomas: A Generalization of Poisson's Biomial Limit for Use in Ecology, *Biometrika*, Vol. 36, pp. 18-25, 1949.
- 21) M. Kendall and A. Stuart: *The Advanced Theory of Statistics*, Vol. 1, p. 155 (4th ed.), Charles Griffin, 1977.