

Research Report of the Research Institute of
Industrial Safety, RIIS-RR-86, 1986.
UDC 519.2 : 614.8-02

災害発生時間の分布に関する研究 (3)

花 安 繁 郎*

A Study on the Time Intervals between Accidents (3)

by Shigeo HANAYASU*

Abstract ; This paper presents the statistical analysis of the time intervals between occupational accidents in order to discover if there is any significant tendency for changing accident situation in succeeding intervals of time.

The main features of this paper are as follows :

- (1) The accident frequency rate has been widely used as the measurement of safety performance in a working place having a certain accident risk. Statistical inference, therefore, to find out the significant changes of accident situation can be performed by means of the testing hypotheses of the accident frequency rates using time intervals between occupational accidents.
- (2) Depending upon the several investigations of accidents in various industrial fields, the time intervals between occupational accidents were assumed as the exponential distribution and the gamma distribution as well. The testing hypotheses for the accident frequency rate can be achieved after connecting the parameter of these distributions to the accident frequency rate.
- (3) There are two kinds of statistical errors involved in a testing hypothesis for the accident frequency rate using time intervals between accidents. One is the error of rejecting the null hypothesis when the null hypothesis is true and the other is the error of accepting the null hypothesis when the alternative hypothesis is true.
- (4) In conducting the so-called test of significance to explore whether or not the time intervals between accidents is significant under the given accident frequency rate, it is unnecessary to employ the gamma distribution instead of the exponential distribution. Because this test of significance does not commit a type II error.
- (5) To evaluate the testing scheme, the operating characteristic function as well as the power function can be utilized. The critical region whose power function is always greater than others under the specified type I error is called the uniformly most powerful test. Testing hypotheses for the accident frequency rate using the exponential or gamma distribution can facilitate the uniformly most powerful critical region.
- (6) In order to satisfy the requirements on the tolerant risk imposed on the testing hypotheses, a considerable number of observational accidents are needed. This minimum number of accidents were analyzed corresponding to the types of test, discriminant ratios, and specified type I and II errors respectively.
- (7) Another functions characterizing the testing scheme are the average number of accidents to

* 土木建築研究部 Construction Safety Research Division

a decision and the expected time to reach a decision. These functions were calculated in accordance with the types of testing scheme.

(8) Sequential probability ratio tests were also employed for the analyses of time intervals between accidents. This method significantly improves the number of accidents and the length of observational time to reach a decision compared with the aforementioned testing scheme.

(9) According to the analyses of accident situation by testing hypotheses for the accident frequency rate, serious accidents involving more than three persons injured are significantly increasing in the tertiary industry such as the commerce and leisure industry sectors. So far as the types of accidents are concerned, combustible gas explosion as well as the falling accidents are increasing, while goods handling and crane & derrick accidents are decreasing.

Keywords ; Occupational accidents, Statistical analysis

1. はしがき

労働災害発生危険性を評価する指標には、単位労働時間あるいは単位労働力当りの災害発生件数で示される災害発生頻度率が多く事業所などで用いられている。

とくに、単位労働時間数が100万時間のときの頻度率を我が国では度数率と呼んでいる。労働省では、主要産業における労働災害の発生状況を明らかにする目的で、毎年労働災害動向調査を行っているが、そこでの調査項目のひとつに度数率がとりあげられており、その調査結果は産業別などに分類されて報告されている¹⁾。

筆者はこれまで、この度数率に代表される災害発生頻度率が、時間の経過とともに変動する過程を、災害が発生するまでの時間数を用いて評価する方法について検討を加えてきた。その結果、災害発生時間数は、労働災害に関するさまざまな情報の中でも比較的入手しやすい情報であることや、また、災害発生時間数を利用した評価内容も、たとえば、災害発生率の仮説検定によって災害危険性の変動を早く検出出来ることや、あるいは災害発生率の信頼区間を求められることなど、安全性評価を行うのに適した便利な尺度であることを明らかにした²⁻⁴⁾。

ところで、実際に得られた災害データを用いて災害発生率の仮説検定などの統計的推測を行うに当っては、限られた標本を通して母集団の特性値を調べようとするのであるから、そこで得られる結論には、データの変動や誤差などに起因した統計的な判断の誤り(統計的過誤)が必ず含まれることになる。

これまでに、労働災害の発生時間に関するデータが

与えられたとき、データにどのような確率分布式を仮定するかについての問題は、いくつかの災害事例による検討がなされており、また、得られたデータが母集団からランダムに抽出された一様な標本値であるかという均質性についての検定もすでに検討が加えられている⁵⁾。

本稿は、災害発生時間数を用いて統計的推測を行う際に生ずる統計的過誤に関して検討を加えたものであり、まず、災害度数率の仮説検定を行うときに生ずる統計的エラーの種類、その計算法などについて概説し、ついでエラーを所与の水準に設定したときの、検定を行うのに必要な最小標本数を求めた。また、仮説検定での平均的評価件数とその時間数について述べ、さらにより少数の標本しか必要とせず、かつ通常の仮説検定と同程度の危険水準を保証した検定方式である、逐次検定方式について検討を加え、最後に実際に発生した災害のデータを用いて分析を行い、災害動向の変化について調べた結果を述べた。

2. 労働災害発生時間数の分布

実際に得られたデータを用いて、確率・統計的な評価を行う際の第1ステップは、まず、データに適切な確率分布式を仮定することと、データが仮定された確率分布で示された母集団からランダムに抽出された均質なものであるかを調べることである。

このうち、ここでは、労働災害発生時間数の分布に対しどのような確率分布式を仮定するかについて考える。

実際に発生した労働災害について、その発生間隔の分布を調査した例はあまり多くはないが、たとえば Wynn らによる英国での炭坑災害⁶⁾、あるいは筆者による日本

での土木工事での災害⁷⁾, および建築工事での災害⁵⁾などの調査例によれば, 災害はほぼランダムに近い状態で発生していること, すなわち一定期間中における発生数の分布はポアソン分布に従うこと, あるいは災害が発生するまでの時間数の分布が近似的に指数分布に従うことが示されている。

ポアソン分布は単位時間当りの発生頻度率(λ)をパラメータとする分布式である。また, もし発生数の分布がポアソン分布であれば, 個々の災害が発生するまでの時間(発生間隔)分布は指数分布に従い, この逆も成立する。さらに, 発生間隔が指数分布のときは, 複数個の災害が発生するまでの時間分布は, 指数分布の和の分布であるガンマ分布で示され, これらの指数, ガンマの両分布とも, パラメータはポアソン分布のそれと同一である⁸⁾。指数分布, ガンマ分布の密度関数を以下に示す。

指数分布:

$$\left. \begin{aligned} f_1(t) &= \lambda e^{-\lambda t} \\ E_1(T) &= 1/\lambda, \quad V_1(T) = 1/\lambda^2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ガンマ分布 (K 番目災害発生時間分布):

$$\left. \begin{aligned} f_K(t) &= \frac{(\lambda t)^{K-1}}{(K-1)!} \lambda e^{-\lambda t} \\ E_K(T) &= K/\lambda, \quad V_K(T) = K/\lambda^2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ところで, 災害度数率とは 100 万労働時間当りの災害発生数と定義されているので, 上式の指数, あるいはガンマ分布のパラメータ λ とは, 最尤法によって次式のごとく関係づけられる⁴⁾。

$$\lambda = A/100 \quad (3)$$

ただし, A : 災害度数率 (単位: 1/万時間)

したがって, ある度数率 A_0 が与えられれば, A_0 のもとでの災害発生時間(間隔)の確率分布を規定することができるので, その分布と災害発生時間数とのデータとを用いて, 度数率 A_0 の変動を統計的検定法によって評価することが出来る。

以下本稿では, 災害発生時間分布は指数分布, あるいはより一般的にはガンマ分布に従うものとして論議を進めることとする。なお, 母集団分布が指数分布に従う場合の, データの均質性に関する検定法については, 参考文献 5)などを参照されたい。

3. 災害発生時間数による統計的評価

3.1 仮説検定と統計的過誤⁹⁻¹²⁾

ある標本観測値が未知母数を含んだ確率分布に従うことが想定されるとき, 観測値に基づいて母数に関して一定の形式に従って判断を下すことを統計的推測という。

この統計的推測のひとつとして, 統計的仮説検定と呼ばれる推論形式がある。これは, 母集団分布に関してある命題(一般には統計的仮説と呼ばれる)を付与し, 標本観測値に基づいてその仮説の妥当性を検証し, 仮説を棄却したり, あるいは受容したりすることによって母集団分布に関する知見を得ようとする推論形式である。

統計的仮説検定では通常次のような形式に従って検定が行われる。まず, 標本によって張られる空間 W 内に部分集合 R を設け, 標本値が R 内に落ちたときは仮説を棄却し, その他のときには仮説を採択する。この部分集合 R は棄却域と呼ばれる。また, 検定にかけられる仮説は帰無仮説と呼ばれ, 一方帰無仮説が棄却されたときに採択される仮説は対立仮説と呼ばれる。これらの仮説を設定するに当たって, 仮説で付与されるパラメータ数値を単一の状態に限定したものを単純仮説, 範囲などのように複数個以上の内容を含むものを複合仮説という。

仮説検定時に生ずる判断の誤り(統計的過誤)には, i) 帰無仮説が真であるにもかかわらず, これを棄却してしまう誤りと, ii) 帰無仮説が真でないにもかかわらず, これを採択してしまう(対立仮説が正しいにもかかわらず, これを棄却してしまう)誤りと2種類がある。前者を統計的仮説検定における第1種の誤り, 後者は第2種の誤りと呼ばれている。第1種の誤りの確率は, しばしば有意水準と呼ばれ, 記号では α で書かれることが多く, 第2種の過誤は記号では β と記されることが多い。

また, あるパラメータ値のもとで, 標本値が棄却域 R に落ちる確率を棄却域 R の検出力と言う。検出力をパラメータ値の関数とみなし, 検出力関数と呼ぶこともある。従って, パラメータ値が帰無仮説値と等しいときの検出力は, 帰無仮説が正しいにもかかわらず, これを棄却する確率, すなわち第1種の過誤 α に相当し, また, パラメータ値が対立仮説値のときの検出力は, 帰無仮説が成立しないときこれを棄却する確率,

すなわち、第2種の過誤を起こさない確率 $(1-\beta)$ を表わしている。また、検出力とは逆に、あるパラメータ値が真のもとで、帰無仮説を採択する確率を、パラメータ値の関数とみなして作用特性関数と呼ぶことがある。パラメータ値が対立仮説での値と等しいときの作用特性関数の値は、第2種過誤 β に等しい。

前記の過誤のもとでの望ましい検定方式には、検出力が帰無仮説時では0、その他の時は1となるものが理想であるが、このような検定方式は存在しない。そこで一般には、まず、第1種過誤の確率すなわち、有意水準の α をあらかじめ決めておき、 α を一定にする検定のなかで、検出力が大きい（第2種過誤の確率が小さい）検出法を選ぶ方法がとられる。このうち、検出力が最大となる検定を最強検定と呼び、帰無および対立の両仮説が単純仮説のときは、Neyman-Pearsonの定理によって、尤度比検定が最強検定であることが示される。さらに、最強検定のうちで、棄却域の選び方が対立仮説のパラメータ値に依存しない検定法があれば、それを（有意水準 α の）一様最強検定、または最良検定と呼んでいる。

さて、統計的仮説検定に関する以上の考察を踏まえ、災害発生時間数を用いて災害度数率の変動を統計的に評価するには、以下の考え方、および手順で検定を行なうこととなる。

すなわち、ある度数率のもとで、確率値が大変小さな統計的にはまれな長い発生時間（間隔）、あるいは逆の短い時間で災害が発生したとき、そのまれな事象を、たまたま起こった事象としてそのまま認めるのではなく、その事象はむしろ、災害が発生した集団での度数率が、もとの度数率に比べて小さく、あるいは大きく変化した結果生じたと考え、その妥当性を確率値によって保障しようとする考え方である。つまり、災害が発生するまでの時間が非常に長ければ、その期間中での度数率は低減していることを期待し、また逆に発生時間間隔がきわめて短ければ、その期間での度数率は増加していると予想し、その判断を、災害発生時間数の確率分布より計算された確率値を基準にして下そうとする方法である。

手順としては以下のとおりである¹³⁾。まず、変動が予想されるもとの度数率を用いて帰無仮説 H_0 を設定し、

$$H_0: A = A_0 \quad (A_0: \text{もとの度数率})$$

ついで、帰無仮説が棄却されたときに採択される対立仮説を定める。対立仮説の設定の仕方には、“度数率は大きくなっていないか？”を検定する、

$$H_1: A = A_1 > A_0$$

あるいは、“度数率は小さくなっていないか？”を考える、

$$H_1: A = A_1 < A_0$$

などの、標本統計分布の左側、あるいは右側のみに有意水準に対応した棄却域を設ける片側検定方式のほか、“度数率には変化がないか？”を検定する、

$$H_1: A = A_1 \neq A_0$$

で示される、両側検定方式による仮説設定法がある。

上記の3つの対立仮説のうち、第2種の過誤の確率で安全上とくに問題となるのは、実際の度数率が帰無仮説で設定された値に比べて大きいにもかかわらず、帰無仮説を採択してしまう場合なので、検定方式には、まず、“度数率は大きくなっていないか？” ($A_1 > A_0$) を考え、このときの災害発生時間の棄却域、および検出力を求めることとする。まず、(2)式より災害件数が K 番目の発生時間の下側確率分布関数を求め、帰無仮説での A_0 と有意水準 α とを用い、次式を満足する t_i を求め、

$$F_K(t_i) = 1 - \sum_{i=0}^{K-1} \left(\frac{A_0 t_i / 100}{i!} \right)^i \cdot e^{-\frac{A_0}{100} t_i} = \alpha \quad (4)$$

実際の K 件目災害発生時間 t が、

$$t \leq t_i \quad (5)$$

であれば帰無仮説を棄却し対立仮説を採択する。すなわち、度数率は増加していると判断を下すこととなる。

また、このときの第2種の過誤の確率は、対立仮説の度数率 A_1 のもとで、災害発生時間が t_i 以上である確率なので、上側分布関数に A_1 , t_i を代入し次式で求められる。

$$\beta = \sum_{i=0}^{K-1} \left(\frac{A_1 t_i / 100}{i!} \right)^i \cdot e^{-\frac{A_1}{100} t_i} \quad (6)$$

従って検出力は、

$$P = 1 - \beta = 1 - \sum_{i=0}^{K-1} \left(\frac{A_1 t_i / 100}{i!} \right)^i \cdot e^{-\frac{A_1}{100} t_i} \quad (7)$$

この関係をグラフ化すると Fig. 1 が得られる。また Fig. 2 に $\alpha = 0.10$, $A_0 = 30.0$ のときの、 A_1 に対する第2種の過誤の確率 β (作用特性値) を示した。災害件数が多いほど、同じ A_1 でも β が小さくなることが示されている。

つぎに、“度数率は小さくなっていないか？”を検定する場合として、対立仮説 $H_1: A = A_1 < A_0$ を設定し

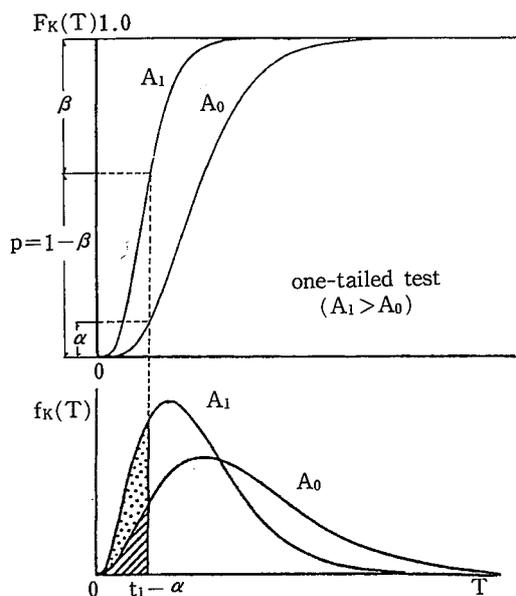


Fig.1 Type I error, type II error, and power of test ($A_1 > A_0$).
第1種過誤, 第2種過誤および検出力 ($A_1 > A_0$)

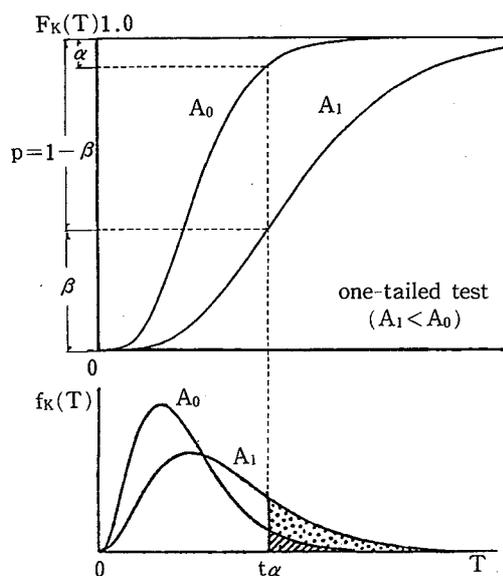


Fig.3 Type I error, type II error, and power of test ($A_1 < A_0$).
第1種過誤, 第2種過誤および検出力 ($A_1 < A_0$)

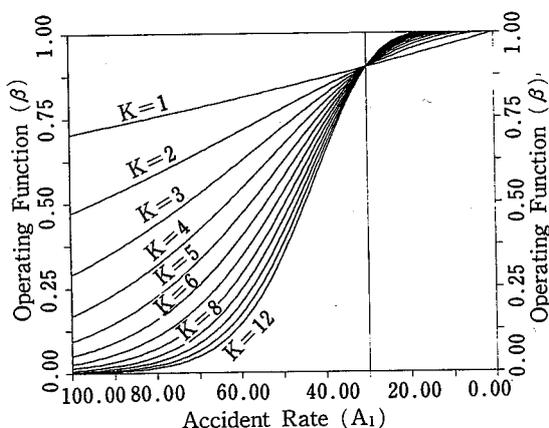


Fig.2 Probability of type II error ($A_1 > A_0$, $\alpha = 0.10$, $A_0 = 30.0$).
第2種過誤確率 ($A_1 > A_0$, $\alpha = 0.10$, $A_0 = 30.0$)

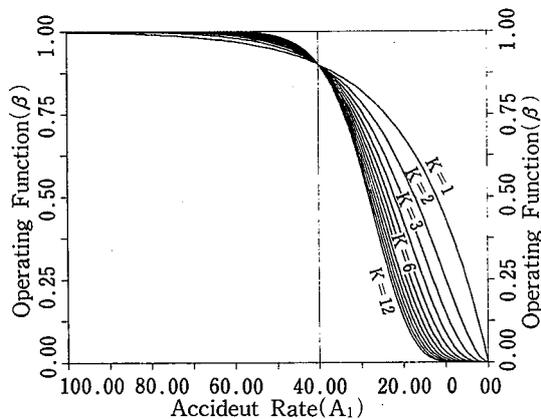


Fig.4 Probability of type II error ($A_1 < A_0$, $\alpha = 0.10$, $A_0 = 40.0$).
第2種過誤確率 ($A_1 < A_0$, $\alpha = 0.10$, $A_0 = 40.0$)

たのち, 有意水準を α として,

$$R_K(t_u) = \sum_{i=0}^{K-1} \left(\frac{A_0 t_u / 100}{i!} \right)^i \cdot e^{-\frac{A_0}{100} t_u} = \alpha \quad (8)$$

を満足する t_u を求め, 実際の災害発生時間 t が

$$t \geq t_u \quad (9)$$

であれば帰無仮説を棄却する。すなわち, 度数率は減少しているであろうと判断することとなる。

また, このときの第2種の過誤の確率 β は, 対立仮説の度数率 A_1 のもとで, 災害発生時間が t_u 以下の確率であるので, ガンマ分布関数から次式で求められる。

$$\beta = 1 - \sum_{i=0}^{K-1} \left(\frac{A_1 t_u / 100}{i!} \right)^i \cdot e^{-\frac{A_1}{100} t_u} \quad (10)$$

従って検出力は、

$$P = 1 - \beta = \sum_{i=0}^{K-1} \left(\frac{A_1 t_u / 100}{i!} \right)^i \cdot e^{-\frac{A_1}{100} t_u} \quad (11)$$

$A_1 > A_0$ のときと同様、上記の関係を図にすると、Fig. 3 が得られ、また、Fig. 4 には $\alpha = 0.10$, $A_0 = 40.0$ のときの A_1 に対する第 2 種の過誤の確率 β を示した。前例の検定と同様に、災害件数が多くなるに従って、同じ A_1 に対する β 値が小さくなることが示されている。

以上では、片側検定における棄却域の設定、および検出力を求める方法を示したが、両側検定の場合でもほぼ同様な手順で棄却域と対立仮説値に対応した検出力を求めることが出来る。

3.2 検出力曲線と必要最小標本数

これまで述べてきたとおり、検定方式および帰無、対立仮説のパラメータ値を設定すれば、それらの値に対応して、それぞれの災害件数ごとの発生時間の棄却域や、第 2 種過誤の確率 β 、あるいは検出力などを算出できる。

前節では、災害発生時間分布であるガンマ分布の数値計算を直接行った、いわば直観的方法によって検出力などを求めたが、本節では、より簡便な変数変換による方法を述べることにする。また、Fig.-2,4 に示したように、災害件数が多いほど β 値が小さくなることが示されている。そこで、第 1 種の過誤の確率 α および第 2 種の過誤確率 β を固定したときに、これらの設定水準を満足する必要最小標本数（災害件数）を求めた。

ところで、発生した災害の時間数が所与の度数率のもとではきわめて稀な時間数であるか否かに力点を置いて検定を行う、いわゆる有意差検定では、検定に用いる確率分布は指数分布でよく、面倒な計算を要するガンマ分布を用いる必要はない。その理由は、有意差検定においては、帰無仮説を棄却する判断の誤りは、有意水準（第 1 種過誤）で定めた確率値によって保証されるが、もし棄却されなかった場合には、積極的に帰無仮説を採択するのではなく、むしろ仮説採択を保留するという態度をとること、いいかえれば、帰無仮説の正しさを主張するのではなく、帰無仮説を棄却するほどにはデータに有意な差がみられなかった、あるいは

はパラメータ値が帰無仮説で設定された値と考えてもあまり大きな矛盾は無いであろう程度のことしか主張出来ないからである。つまり、指数分布、あるいはガンマ分布のいずれの分布であっても、帰無仮説が棄却されたときに積極的に意味があり、どちらの分布でも棄却による判断の誤りの確率は同一の有意水準であるからである。

指数分布に較べてガンマ分布が有利なのは、有意差検定では評価しなかった第 2 種の過誤、すなわち対立仮説を設け、これが真であるにもかかわらず棄却してしまう確率をガンマ分布では低く押えられることにある。これは、対立仮説の度数率が帰無仮説のそれよりも大きいときに、帰無仮説を採択してしまう確率を出来る限り少なくしたいという、安全を考慮した検定を考える場合にはとくに効果があると思われる。したがって以下では、対立仮説を考慮した仮説検定による評価法を検討する。

まず準備としてガンマ分布の確率素分を考え、

$$f_K(t) dt = \frac{(\lambda t)^{K-1}}{(K-1)!} \lambda e^{-\lambda t} dt \quad (2')$$

上式で $2 \lambda t = \chi^2$ とおくと、 $\lambda dt = 1/2 d\chi^2$ であることより上式は、

$$f_K(\chi^2) = \frac{(\chi^2/2)^{K-1}}{2(K-1)!} \cdot e^{-\chi^2/2} \quad (12)$$

なる自由度 $\phi = 2K$ の χ^2 分布に変換される。この χ^2 分布を利用すれば、ガンマ分布の上側、または下側分布関数値に対応した時間数 t を χ^2 分布表から簡単に求めることができる。すなわち、ガンマ分布上側分布値が γ となる点 t_γ は、次式を満足する値として求められ、

$$\int_{t_\gamma}^{\infty} \frac{(\lambda t)^{K-1}}{(K-1)!} \cdot \lambda e^{-\lambda t} dt = \sum_{i=0}^{K-1} \frac{(\lambda t_\gamma)^i}{i!} \cdot e^{-\lambda t_\gamma} = \gamma$$

上式は、 $\chi^2 = 2 \lambda t_\gamma$ と変換することにより、

$$\int_{2\lambda t_\gamma}^{\infty} \frac{\left(\frac{\chi^2}{2}\right)^{K-1}}{2(K-1)!} \cdot e^{-\chi^2/2} d\chi^2 = Q\{2 \lambda t_\gamma\} = \gamma$$

で示され、上式を満足する χ^2 値は χ^2 分布表としてまとめられている¹⁴⁾。よって、自由度 $\phi = 2K$ のときの χ^2 分布の上側確率値が γ となる点を $\chi^2(\phi : \gamma)$ と定義すれば、 $\chi^2 = 2 \lambda t$ の関係および λ と A との関係 ($\lambda = A/100$) から t_γ は次式で与えられる。

$$t_\gamma = \frac{\chi^2(\phi : \gamma)}{2\lambda} = \frac{50 \cdot \chi^2(\phi : \gamma)}{A} \quad (13)$$

ここでは、帰無仮説を $H_0 : A = A_0$ と設定し、有意水準を α 、第2種過誤の確率を β として、以下に3つの対立仮説の場合の棄却域と最小標本数を求めることとする。

i) 対立仮説が $H_1 : A = A_1 > A_0$ のとき、

任意の災害件数の発生時間数に対する、2種類の統計的過誤 α および β を満足する棄却域は、Neyman-Pearson 定理により*¹⁵⁾

$$\frac{\prod f_1(t/\lambda_1)}{\prod f_1(t/\lambda_0)} = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^K e^{-(\lambda_1 - \lambda_0)t} \geq C$$

$\lambda_1 > \lambda_0$ ($A_1 > A_0$) のときは、

$$t \leq C'$$

の形式であることがわかる。上の形式で有意水準 α を満足するための t は次式で与えられ、

$$Pr(T \leq t/A_0) = \int_0^t \frac{(\lambda_0 t)^{K-1}}{(K-1)!} \lambda_0 e^{-\lambda_0 t} dt = \alpha$$

上側確率値が $1 - \alpha$ であることから、 $t_{1-\alpha}$ と書くと、

$$t_{1-\alpha} = \frac{\chi^2(\phi : 1-\alpha)}{2\lambda_0} = \frac{50 \chi^2(\phi : 1-\alpha)}{A_0} \quad (14)$$

このときの β および検出力 P は、

$$\beta = \int_{t_{1-\alpha}}^{\infty} \frac{(\lambda_1 t)^{K-1}}{(K-1)!} \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} dt$$

$$\begin{aligned} &= \int_{2\lambda_1 t_{1-\alpha}}^{\infty} \frac{(\chi^2/2)^{K-1}}{2(K-1)!} e^{-\chi^2/2} d\chi^2 \\ &= 1 - F\{2\lambda_1 t_{1-\alpha}\} = 1 - F\left\{\frac{\lambda_1}{\lambda_0} \chi^2(\phi : 1-\alpha)\right\} \\ &= Q\left\{\frac{A_1}{A_0} \chi^2(\phi : 1-\alpha)\right\} \end{aligned} \quad (15)$$

$$P = F\left\{\frac{A_1}{A_0} \chi^2(\phi : 1-\alpha)\right\} \quad (16)$$

で求められ、 β あるいは検出力 P は、帰無仮説と対立仮説のパラメータ値の比 A_1/A_0 (判別比)、分布の自由度 $\phi (= 2K)$ 、および有意水準 α の関数で示される。

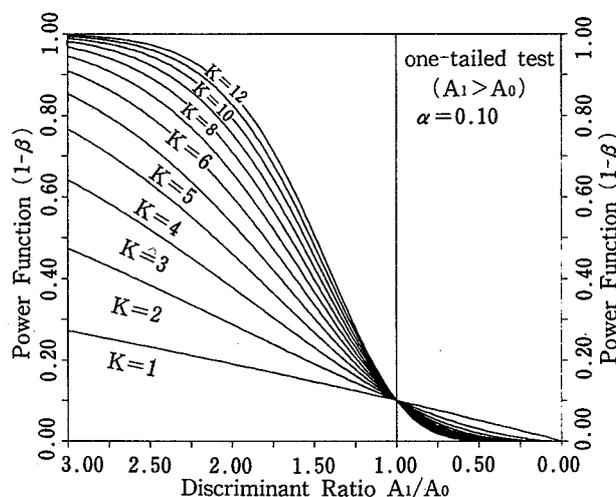


Fig.5 Power function of test ($A_1 > A_0$).
検出力曲線 ($A_1 > A_0$)

Table 1 Necessary number of accidents K_0 satisfying the testing requirements, (one-tailed test, $A_1 > A_0$)

検定条件を充足する最小災害件数 K_0 (片側検定 $A_1 > A_0$)

A/A_0	α β	ALPHA=0.01					ALPHA=0.05					ALPHA=0.10					ALPHA=0.15					ALPHA=0.20				
		.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20
D = 1.50		133	99	83	73	66	95	67	54	46	40	77	52	41	34	29	66	43	33	27	23	58	37	27	22	18
D = 2.00		46	35	30	27	24	33	23	19	17	15	26	18	15	12	11	22	15	12	10	8	20	13	10	8	7
D = 2.50		27	21	18	16	15	19	14	11	10	9	15	11	9	7	7	13	9	7	6	5	11	8	6	5	4
D = 3.00		19	15	13	12	11	13	10	8	7	7	11	8	6	5	5	9	6	5	4	4	8	5	4	4	3
D = 4.00		12	10	9	8	7	9	7	6	5	5	7	5	4	4	3	6	4	3	3	3	5	4	3	3	2
D = 5.00		9	8	7	6	6	7	5	4	4	4	5	4	3	3	3	4	3	3	2	2	4	3	2	2	2
D = 7.50		6	5	5	4	4	4	4	3	3	3	4	3	2	2	2	3	2	2	2	2	3	2	2	2	1
D = 10.00		5	4	4	4	3	4	3	3	2	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	1	1

* 統計的仮説検定において、帰無仮説と対立仮説が単純仮説のとき、第1種および第2種の誤りの確率 α と β を出来るだけ小さくする棄却域 (R) の設定の仕方を与える定理。確率変数 X_1, X_2, \dots, X_n が観察される確率を帰無仮説の場合 P_H 、対立仮説の場合 P_A とすると、

尤度比が

$$\text{棄却域 } R \text{ 内では } P_A/P_H \geq C$$

$$\text{棄却域 } T \text{ 外では } P_A/P_H < C$$

なる棄却域を設定出来れば、それが最強力検定となる棄却域である。 C は α に応じて与えられる正実数である。

Fig.5 には、有意水準 $\alpha=0.10$ のときの検出力を $K=12$ まで求めた結果を示した。前節では帰無仮説 A_0 を固定したときの、対立仮説値 A_1 に対する β 値を求めたが (Fig.2 参照)、Fig.5 では A_1/A_0 に対して検出力が与えられているので、Fig.2 のように帰無仮説 A_0 が設定されるたびに β を計算する手間を省くことが出来る。

さて、(14)式で与えられる棄却域が、有意水準 α とともに第2種過誤の確率が設定された値 β 以下であるためには、 χ^2 分布上側確率値が β と等しくなる点を $\chi^2(\phi:\beta)$ と記せば、 $2\lambda_1 t_{1-\alpha} \geq \chi^2(\phi:\beta)$ でなければならず、また、 $2\lambda_1 t_{1-\alpha} = A_1/A_0 \cdot \chi^2(\phi:1-\alpha) \geq \chi^2(\phi:\beta)$ より、

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \frac{A_1}{A_0} \geq \frac{\chi^2(\phi:\beta)}{\chi^2(\phi:1-\alpha)} \quad (17)$$

なる条件式を得る。同式を満足する最小の正数を K_0 とおくと、このときの自由度は $\phi_0=2K_0$ となり、結局、

$$t \leq \frac{\chi^2(2K_0:1-\alpha)}{2\lambda_0} = \frac{50\chi^2(2K_0:1-\alpha)}{A_0} \quad (18)$$

が第1種過誤 α 、第2種過誤 β をともに満足する棄却域となる。Table 1 には、 α および β をともに0.01~0.20 までの間で5段階に変化させ、また、判別比 ($D=A_1/A_0$) を、1.50~10.0 までの間を7段階に設定したとき、(17)式を満足する最小正数 K_0 を求めた結果を示した。同表より、たとえば、 $D=A_1/A_0=2.0$ の検定

を行うとき、 α および β の危険率を0.05以下にしたければ、少なくとも災害件数が23件目以上の発生時間数を用いて検定しなければならないことがわかる。

また Fig.6 に $\alpha=0.05$ 、 $\beta=0.10$ のときの、判別比 $D(A_1/A_0)$ と必要最小災害件数との関係 (実線) を示した。判別比が小さくなるに従って急激に必要な件数が多くなることが示されている。

ii) 対立仮説が $H_1:A=A_1 < A_0$ のとき、
前例と同様に Neyman-Pearson 定理より、この場合の最強力検定のための棄却域は、

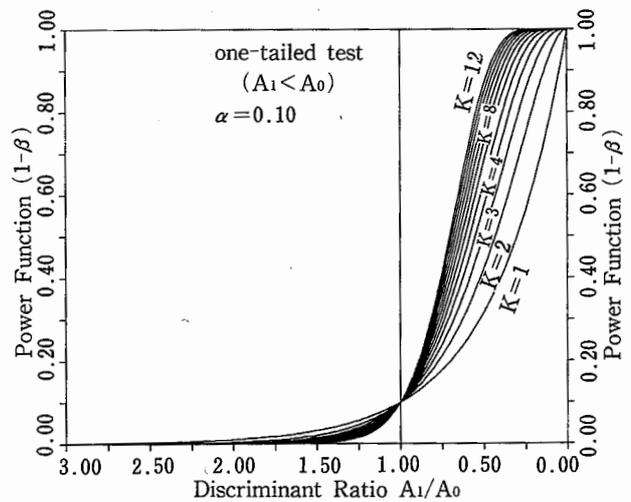


Fig.7 Power function of test ($A_1 < A_0$).
検出力曲線 ($A_1 < A_0$)

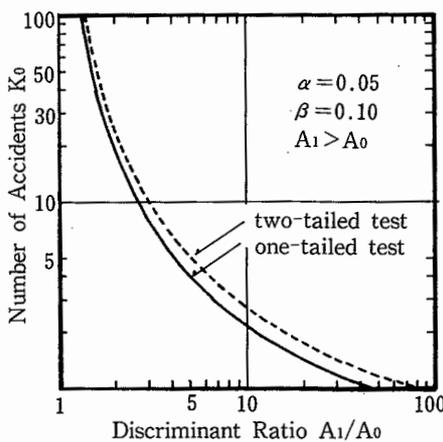


Fig.6 Relation between discriminant ratio and necessary accidents number K_0 for testing ($A_1 > A_0$, $\alpha=0.05$, $\beta=0.10$).
判別比と最小災害件数の関係 ($A_1 > A_0$, $\alpha=0.05$, $\beta=0.10$)

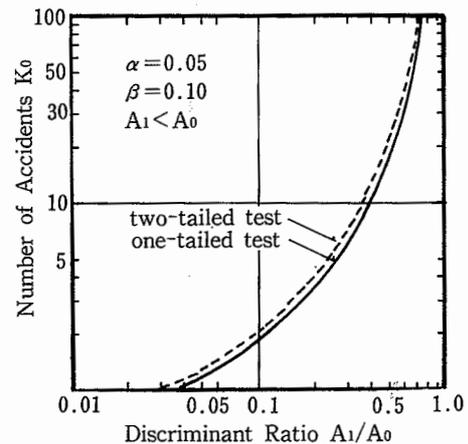


Fig.8 Relation between discriminant ratio and necessary accidents number K_0 for testing ($A_1 < A_0$, $\alpha=0.05$, $\beta=0.10$).
判別比と最小災害件数の関係 ($A_1 < A_0$, $\alpha=0.05$, $\beta=0.10$)

Table 2 Necessary number of accidents K_0 satisfying the testing requirements, (one-tailed test, $A_1 < A_0$)

検定条件を充足する最小災害件数 K_0 (片側検定 $A_1 < A_0$)

A/A_0	α β	ALPHA=0.01					ALPHA=0.05					ALPHA=0.10					ALPHA=0.15					ALPHA=0.20				
		.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20
D=0.67		133	95	77	66	58	99	67	52	43	37	83	54	41	33	27	73	46	34	27	22	66	40	29	23	18
D=0.50		46	33	26	22	20	35	23	18	15	13	30	19	15	12	10	27	17	12	10	8	24	15	11	8	7
D=0.40		27	19	15	13	11	21	14	11	9	8	18	11	9	7	6	16	10	7	6	5	15	9	7	5	4
D=0.33		19	13	11	9	8	15	10	8	6	5	13	8	6	5	4	12	7	5	4	4	11	7	5	4	3
D=0.25		12	9	7	6	5	10	7	5	4	4	9	6	4	3	3	8	5	4	3	3	7	5	3	3	2
D=0.20		9	7	5	4	4	8	5	4	3	3	7	4	3	3	2	6	4	3	2	2	6	4	3	2	2
D=0.13		6	4	4	3	3	5	4	3	2	2	5	3	2	2	2	4	3	2	2	2	4	3	2	2	1
D=0.10		5	4	3	2	2	4	3	2	2	2	4	3	2	2	2	4	2	2	2	1	3	2	2	1	1

$$t \geq C$$

のタイプであることが示される。この形式で有意水準 α を充足するために t は、

$$Pr(T \geq t/A_0) = \int_t^\infty \frac{(\lambda_0 t)^{K-1}}{(K-1)!} \lambda_0 e^{-\lambda_0 t} dt = \alpha$$

を満足せねばならず、上側確率値が α なので t_α と書くと、

$$t_\alpha = \frac{\chi^2(\phi : \alpha)}{2 \lambda_0} = \frac{50 \chi^2(\phi : \alpha)}{A_0} \quad (19)$$

よって β および検出力 P は以下の式となる。

$$\begin{aligned} \beta &= \int_0^{t_\alpha} \frac{(\lambda_1 t)^{K-1}}{(K-1)!} \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} dt \\ &= \int_0^{2\lambda_1 t_\alpha} \frac{(\chi^2/2)^{K-1}}{2(K-1)!} \cdot e^{-\chi^2/2} d\chi^2 \\ &= F\{2 \lambda_1 t_\alpha\} = F\left\{\frac{A_1}{A_0} \cdot \chi^2(\phi : \alpha)\right\} \end{aligned} \quad (20)$$

$$P = Q\left\{\frac{A_1}{A_0} \chi^2(\phi : \alpha)\right\} \quad (21)$$

β および P は前例と同じく、パラメータの判別比 A_1/A_0 、自由度 ϕ 、有意水準 α の関数である。Fig. 7 には、有意水準 $\alpha=0.10$ のときの検出力を求めた結果を示した。

また、検定棄却域が第2種の過誤 β を満足するためには、下側確率値が β 、つまり上側確率値が $1-\beta$ となる点を $\chi^2(\phi : 1-\beta)$ とすれば、 $2\lambda_1 t_\alpha \leq \chi^2(\phi : 1-\beta)$ でなければならない、 $2\lambda_1 t_\alpha = A_1/A_0 \cdot \chi^2(\phi : \alpha)$ より、

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \frac{A_1}{A_0} \leq \frac{\chi^2(\phi : 1-\beta)}{\chi^2(\phi : \alpha)} \quad (22)$$

が得られる。同式を満足する最小正数を K_0 とおくと、このときの自由度は $\phi_0 = 2K_0$ となり、

$$t \geq \frac{\chi^2(2K_0 : \alpha)}{\lambda_0} = \frac{50 \chi^2(2K_0 : \alpha)}{A_0} \quad (23)$$

が、 α および β をともに満足する棄却域となる。Table 2 には、Table 1 と同じく α, β の 25 の組合せに対して、7 種類の判別比の場合について (22) 式より K_0 を求めた結果を示した。同表より、たとえば $D=A_1/A_0=1/2$ の検定を行うとき、 α, β を 0.05 に保障したければ、23 件目の災害の発生時間数を用いて検定しなければならないことがわかる。また、Fig. 8 に判別比と最小災害件数との関係を $\alpha=0.05, \beta=0.10$ について調べた結果 (図中の実線) を示した。帰無仮説と対立仮説の比が大きいくほど K_0 が少なくて済むことがわかる。

なお、i), ii) での検定方式による棄却域は、(18) 式あるいは (23) 式に示されるとおり、対立仮説のパラメータ値 A には無関係に定義されており、したがって、これらの検定は一様最強力検定であることが Epstein らによって示されている¹⁶⁾。

iii) 対立仮説が、 $H_1 : A = A_1 \neq A_0$ のとき

この場合の仮説方式では、対立仮説が $A > A_0$ のときは $t < c$ が、また $A < A_0$ となる対立仮説に対しては、 $t > c$ が最強力検定の棄却域を与えるので、両方の場合を同時に満足する良い検定方式は存在しない。したがって、このようなときには、以下に述べる尤度比検定が多く用いられている。すなわち、次式の尤度比がある正実数 c 以下である範囲を棄却域と定める検定方式である⁹⁾。

$$\frac{f(t, \lambda_0)}{\max f(t, \lambda)} \leq C$$

ここに $\max f(t, \lambda)$ は、 t を固定したときの密度関数の最大値で、密度関数には(2)式のガンマ分布を用い、

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \ln f_k(t, \lambda) = K\lambda - \lambda^2 t = 0$$

より、 $\lambda = K/t$ が $f(t, \lambda)$ を最大にする λ なので、

$$\frac{f(t, \lambda_0)}{\max f(t, \lambda)} = \left(\frac{\lambda_0 t}{K}\right)^K e^{-\lambda_0 t + K}$$

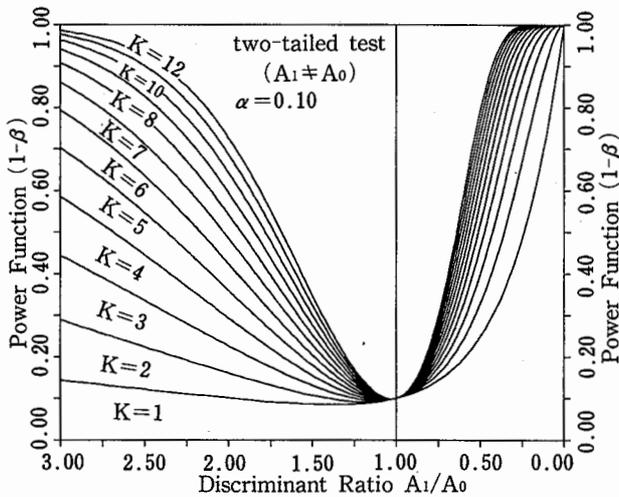


Fig.9 Power function of test ($A_1 \neq A_0$).
検出力曲線 ($A_1 \neq A_0$)

となり、これが一定値より小さくなる範囲は、上式を変形すれば $e^t > ct^{K/\lambda_0}$ となり、 t について解くと、 $t \leq c'$ 、 $t \geq d'$ の両側検定であることが示される。

$$\left. \begin{aligned} e^{c'-d'} &= (c'/d')^{K/\lambda_0} \\ \int_{c'}^{d'} \frac{(\lambda_0 t)^{K-1}}{(K-1)!} \lambda_0 e^{-\lambda_0 t} dt &= 1 - \alpha \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

棄却域 c' と d' は、上に示された2式を満足する値として数値計算により求めることができるが、より簡単な方法として、有意水準 α を分布の両側に等分に振り分けて近似的な棄却域を求める方法が一般に用いられている。すなわち、 α を2等分した上側積分値および下側積分値が $\alpha/2$ となる点をそれぞれ $t_{\alpha/2}$ 、 $t_{1-\alpha/2}$ とすると、

$$t_{\alpha/2} = \frac{\chi^2(\phi: \alpha/2)}{2\lambda_0} = \frac{50 \chi^2(\phi: \alpha/2)}{A_0} \quad (25)$$

$$t_{1-\alpha/2} = \frac{\chi^2(\phi: 1-\alpha/2)}{2\lambda_0} = \frac{50 \chi^2(\phi: 1-\alpha/2)}{A_0} \quad (26)$$

で示され、また β は、

$$\beta = \int_{t_{1-\alpha/2}}^{t_{\alpha/2}} \frac{(\lambda_1 t)^{K-1}}{(K-1)!} \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} dt \quad (27)$$

で表わされるが、 $A \gg A_0$ の範囲では、

$$\beta \doteq \int_{2\lambda_1 t_{1-\alpha/2}}^{\infty} f(x^2) dx^2$$

と近似され、よってこれが設定値 β 以下であるために

Table 3 Necessary number of accidents K_0 satisfying the testing requirements,
(two-sided test, $A_1 \neq A_0$)
検定条件を充足する最小災害件数 K_0 (片側検定 $A_1 \neq A_0$)

$\frac{A}{A_0}$ or $\frac{A_0}{A}$	α β	ALPHA=0.01					ALPHA=0.05					ALPHA=0.10					ALPHA=0.15					ALPHA=0.20				
		.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20	.01	.05	.10	.15	.20
D = 1.50 (1/1.5)		148	113	96	85	77	114	81	67	58	51	99	67	54	46	40	90	59	46	39	34	83	54	41	34	29
D = 2.00 (1/2.0)		52	40	34	31	28	40	29	24	21	19	35	23	19	17	15	32	21	16	14	12	30	19	15	12	11
D = 2.50 (1/2.5)		30	24	21	19	17	23	17	14	13	11	21	14	11	10	9	19	12	10	9	8	18	11	9	7	7
D = 3.00 (1/3.0)		21	17	15	13	12	17	12	10	9	8	15	10	8	7	7	14	9	7	6	6	13	8	6	5	5
D = 4.00 (1/4.0)		14	11	10	9	8	11	8	7	6	6	10	7	6	5	5	9	6	5	4	4	9	6	4	4	3
D = 5.00 (1/5.0)		11	9	8	7	7	8	6	5	5	5	8	5	4	4	4	7	5	4	3	3	7	4	3	3	3
D = 7.50 (1/7.5)		7	6	5	5	5	6	4	4	4	3	5	4	3	3	3	5	3	3	3	2	5	3	2	2	2
D = 10.00 (1/10.0)		6	5	4	4	4	5	4	3	3	3	4	3	3	2	2	4	3	2	2	2	4	3	2	2	2

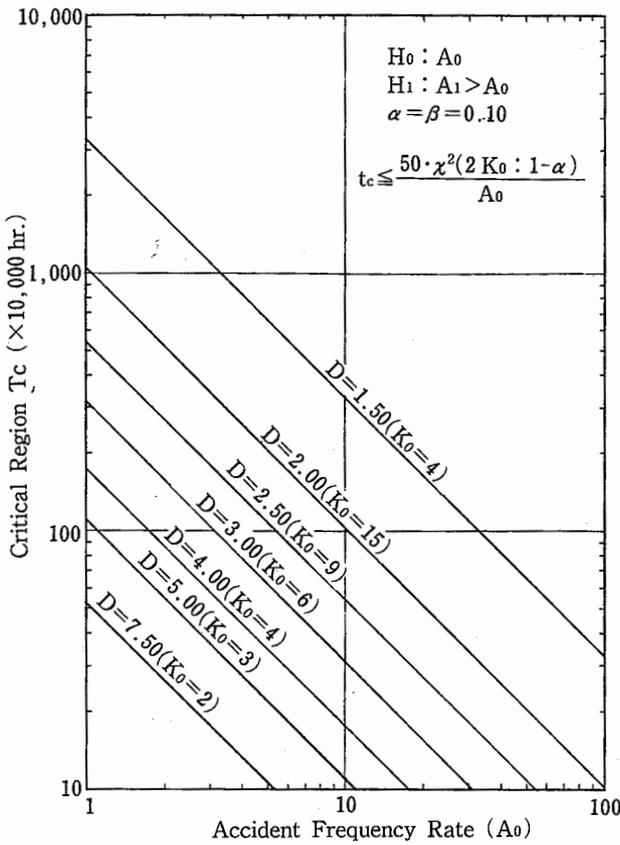


Fig. 10 Relation between null hypothesis A_0 and critical region T_c ($A_1 > A_0$, $\alpha = \beta = 0.10$).
 帰無仮説値 A_0 と棄却域 T_c の関係 ($A_1 > A_0$, $\alpha = \beta = 0.10$)

は $2 \lambda_1 t_{1-\alpha/2} = \lambda_1 / \lambda_0 \cdot \chi^2(\phi : 1-\alpha/2) \geq \chi^2(\phi : \beta)$ でなければならず、結局、このときの棄却域は、

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \frac{A_1}{A_0} \geq \frac{\chi^2(\phi : \beta)}{\chi^2(\phi : 1-\alpha/2)} \quad (28)$$

を満足する最小正数 K_0 を求め、(26) 式に代入して、

$$t \leq \frac{\chi^2(2K_0 : 1-\alpha/2)}{2\lambda_0} = \frac{50 \chi^2(2K_0 : 1-\alpha/2)}{A_0} \quad (29)$$

となる。同様に $A \ll A_0$ の場合についても

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \frac{A_1}{A_0} \leq \frac{\chi^2(\phi : 1-\beta)}{\chi^2(\phi : \alpha/2)} \quad (30)$$

を満足する最小正数 K_0 を求め (25) 式より、

$$t \geq \frac{\chi^2(2K_0 : \alpha/2)}{2\lambda_0} = \frac{50 \chi^2(2K_0 : \alpha/2)}{A_0} \quad (31)$$

となり、これらの (29), (31) 式が両側検定時での、 α お

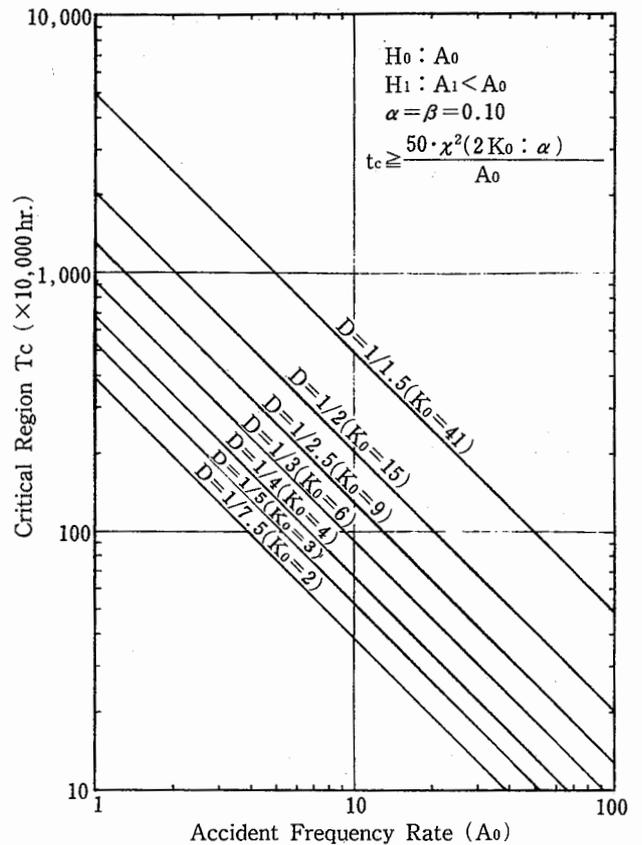


Fig. 11 Relation between null hypothesis A_0 and critical region T_c ($A_1 < A_0$, $\alpha = \beta = 0.10$).
 帰無仮説値 A_0 と棄却域 T_c の関係 ($A_1 < A_0$, $\alpha = \beta = 0.10$)

よび β をともに満足する棄却域を与えることとなる。

Fig. 9 には、 $\alpha = 0.10$ のときの検出力を求めた結果を示した。また Table 3 は (28) および (30) 式を満足する K_0 を求めた結果である。また Fig. 7, Fig. 8 に両側検定の場合の判別比と最小災害件数 K_0 との関係を破線で示した。これらの表や図に示されるとおり、両側検定では片側検定に較べていくぶん多い件数が必要であることがわかる。

以上、災害発生時間数の分布を χ^2 分布に変換することにより、 α および β をともに満足する災害件数の決定、ならびに棄却域を設定する方法を述べた。ここで、これまで述べてきた仮説検定の一般的な手順を文献 17) を参考にして簡単にまとめると、

- (1) 母集団に関する基本仮定を立てる。ここでは、災害発生時間分布は指数分布であると仮定している。
- (2) 帰無仮説 H_0 および対立仮説 H_1 を立てる。対立仮説は検定を必要とする内容に応じて片側仮説または両側仮説を選択する。

- (3) 第1種過誤 (有意水準) α を設定する。
- (4) 検定に用いる統計量 (検定基準) を選定する。ここでは災害発生時間数を検定量として用いている。
- (5) 帰無仮説 H_0 および対立仮説 H_1 のもとの検定基準の分布を求め、 H_0 のもとの分布領域を棄却域と採択域に分ける。棄却域には、 H_0 のもとの検定基準が α の確率で落ちる領域のうちで、 H_1 のもとの検定基準がその領域に入る確率 (検出力) が最大となる領域を選ぶ。
- (6) 所定の有意水準と検出力を満たすサンプルの大きさを決定する。
- (7) 対象とする集団からサンプルをとって検定基準統計量を求め、これが棄却域に落ちる場合は有意水準 α で H_0 を棄却する。もしサンプル数が (6) で得られた数以上であれば、第2種過誤の確率は所定の値 β 以下となる。

Fig. 10 に $A > A_0$ の検定の場合で、 $\alpha = \beta = 0.10$ を満足する最小災害件数 (K_0) と、それに対応した棄却域をいくつかの判別比 (A_1/A_0) について求めた結果を示した。同図より、たとえば、 $H_0 : A_0 = 5.0$, $H_1 : A_1 = 10.0$, 判別比 $D = 2.0$ の検定をするには、 $K_0 = 15$ 件目の災害発生時間数を調べ、これが 206 万時間以下であれば帰無仮説を棄却すればよい。このときの有意水準は 0.10, 検出力は 0.90 以上であることが保証される。

同様に、Fig. 11 には、 $A < A_0$ の仮説検定での $\alpha = \beta = 0.10$ のときの、最小災害件数 (K_0) と、それに対応した棄却域をいくつかの判別比について計算した結果を示した。同図より、たとえば、 $H_0 : A_0 = 5.0$, $H_1 : A_1 = 2.50$, 判別比 $D = 1/2$ の検定を行うには、 $K_0 = 15$ 件目の災害発生時間数が 403 万時間以上であれば帰無仮説を棄却する。このときの統計的判断の誤りの確率は上に述べた値が保証される。

他の危険率の場合も同様に、まず、Table 1, 2 などから検定方式や判別比に応じた最小災害件数 K_0 を求め、 K_0 と α で与えられる χ^2 値を統計数値表で調べ、(18) 式や (23) 式などに代入すれば棄却域を得ることが出来、これらを用いて検定を行えばよい。

3.3 平均評価時間数および災害数

前節において、災害発生時間数を用いて災害度数率の変動を統計的仮説検定と呼ばれる方法によって評価する手順を示した。そこでは、ある特定の災害件数の発生時間数を、有意水準や帰無仮説値などから計算された棄却域値と比較することによって、帰無仮説を棄

却したり採択したりすることが行われた。

本節では、統計的仮説検定において、帰無仮説あるいは対立仮説を棄却または採択するという最終的な判断に至るまでに要する平均的な評価時間数および評価災害件数について考察した結果を述べる。

いまある検定方式のもとで、帰無仮説および対立仮説値 (したがって判別比), 有意水準 α , 第2種の過誤 β などを定めると、これらの設定値に対応して Table 1, 2 などより、設定基準を充足する最小災害件数 K_0 が求まり、また、この K_0 件目災害発生時間の棄却域が (18), (23) 式などによって求めることが出来る。この棄却域となる時間数をここでは T_c と書き、さらに、事業所などで実際に発生した K_0 番目災害の発生時間数を X_0 と書くことにする。

すると、たとえば、対立仮説が $A > A_0$ の場合の検定にあつては、 $X_0 \leq T_c$ のときに帰無仮説を棄却し、 $X_0 > T_c$ では帰無仮説を採択することとなり、同様に、対立仮説が $A < A_0$ の検定では、 $X_0 \geq T_c$ のときに帰無仮説を棄却し、また $X_0 < T_c$ のときは帰無仮説を採択することとなる。

このように、ある特定個数のデータを得られた時点で統計的判断を下す方法を信頼性工学の分野では個数打ち切り方式と呼んでいる^{18,19)}。これまで述べてきた検定方法は、個数打ち切りと同等な内容で、いわば災害件数打ち切り方式とも呼ぶべき方式とみなされる。この方式での評価のための災害件数は前述の最小必要災害件数 K_0 であり、また、判断に至る平均的な評価時間は K_0 件の災害が発生するまでの平均時間数なので、度数率を A とすれば、

$$E_A(T) = \frac{100}{A} \cdot K_0 \quad (32)$$

ところで、上に述べた仮説の棄却、採択などの統計的判断は、要は検定基準 X_0 と棄却値 T_c との大小関係を調べていることであるので、もし、 T_c までに K_0 件の災害が起これなければ、当然 $X_0 > T_c$ となるので、わざわざ T_c 以降 K_0 件目の災害が発生する時間 X_0 まで待つて判断を下す必要はない。また、 K_0 件目の災害が T_c 以前に発生したときは、当然 X_0 の時点で判断を下せばよい。したがって、判断を下すまでの評価時間数は最大限 T_c までを考えればよいこととなる。

このように、ある基準となる時間数をあらかじめ定めておき、その基準時間までに得られた情報をもとに統計的判断を下そうとする方法を信頼性工学の分野で

は時間打ち切り方式と呼んでいる^{18,19)}。

ここでは、上述の T_c までに K_0 件の災害が発生したときには X_0 の時点で判断を下し、また、 T_c までに K_0 件の災害が発生しなければ T_c で判定するという、いわば災害件数打ち切り方式と発生時間打ち切り方式とをひとまとめにした混合方式²⁰⁾による検定の平均的な評価時間数と災害件数について考察を加えることとする。

まず、打ち切り時間数を棄却域 T_c にとれば、

$H_1: A > A_0$ の検定に対しては、 $X_0 < T_c$ であれば帰無仮説を棄却するのであるから、判定方式は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \text{if } \min.(X_0, T_c) = X_0 \text{ then } H_0 \text{ を棄却} \\ \min.(X_0, T_c) = T_c \text{ then } H_0 \text{ を採択} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

同じく、 $H_1: A < A_0$ の検定に対しては、 $X_0 > T_c$ であれば帰無仮説を棄却するのであるから、判定方式は次式のとおりとなる。

$$\left. \begin{aligned} \text{if } \max.(X_0, T_c) = X_0 \text{ then } H_0 \text{ を棄却} \\ \max.(X_0, T_c) = T_c \text{ then } H_0 \text{ を採択} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

上式に示されるように、いずれの検定方式であっても打切時間 T_c 以前に K_0 件の災害が発生すれば、判断内容は異なるものの、その時点 X_0 で評価を終了し、また、 K_0 件の災害が T_c までに発生しなければ T_c で評価が終了している。したがって、判定に至るまでの平均的な評価災害件数はいずれの検定方式であっても、上に述べた2つの場合の平均的な災害数を合計することによって得られ、まず、 $T_c < X_0$ のとき、 $x (\leq K_0 - 1)$ 件の災害発生確率は、

$$\left. \begin{aligned} P_r(X=x|A) &= P(x : AT_c) \\ &= \frac{(AT_c/100)^x}{x!} e^{-(AT_c/100)} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

$x=0, 1, \dots, K_0-1$

また、 $T_c > X_0$ のときに $x=K_0$ 件の災害が発生する確率は、

$$\begin{aligned} P_r(X=K_0|A) &= 1 - \sum_{x=0}^{K_0-1} P(x : AT_c) \\ &= 1 - \sum_{x=0}^{K_0-1} \frac{(AT_c/100)^x}{x!} e^{-(AT_c/100)} \end{aligned} \quad (36)$$

したがって、平均評価災害件数は、度数率 A のもとで、

$$\begin{aligned} E_A(n) &= \sum_{x=0}^{K_0} x \cdot P(X=x|A) \\ &= \sum_{x=0}^{K_0-1} x \cdot P(X=x|A) + K_0 \cdot P_r(X=K_0|A) \\ &= \frac{A}{100} T_c \left[\sum_{x=0}^{K_0-2} P(x : AT_c) \right] \\ &\quad + K_0 \left[1 - \sum_{x=0}^{K_0-1} P(x : AT_c) \right] \end{aligned} \quad (37)$$

として得られる。ここで $A=0$ および $A=\infty$ に対しては $E_0(n)=0$ 、 $E_\infty(n)=K_0$ である。

また、平均評価時間数は1件当りの平均発生時間数が $100/A$ であるのでこれを平均災害件数に掛けて、

$$\begin{aligned} E_A(T) &= E_A(n) \cdot 100/A \\ &= T_c \left[\sum_{x=0}^{K_0-2} P(x : AT_c) \right] \\ &\quad + \frac{100}{A} K_0 \left[1 - \sum_{x=0}^{K_0-1} P(x : AT_c) \right] \end{aligned} \quad (38)$$

を得る。 $A=0$ および $A=\infty$ に対する平均評価時間数はそれぞれ $E_0(T)=T_c$ 、 $E_\infty(T)=0$ である。

計算例として、まず、(33)式で与えられる $A > A_0$ の検定について平均評価件数および時間数を求めてみよう。最初に帰無仮説 H_0 を $A_0=1.0 \sim 50.0$ などいくつかの値に特定し、ついで、判別比 $D=A_1/A_0=2.0$ すなわち対立仮説 H_1 の値が A_0 の値の2倍を想定した検定を考え、同検定での統計的判断の過誤 α および β をともに0.05に押えたいとする。すると、 $K_0=23$ であることがTable 1から得られ、また、 K_0, A_0 に対応した棄却域 T_c (打ち切り時間数) は、式(18)より、たとえば、 $A_0=5.0$ のときは $T_c=314.4$ 万時間として求められる。この A_0, K_0, T_c を用いて(35)、(37)式よりさまざまな度数率 A に対して平均的な評価件数が得られ、同様に平均評価時間数についても(38)式から求めら

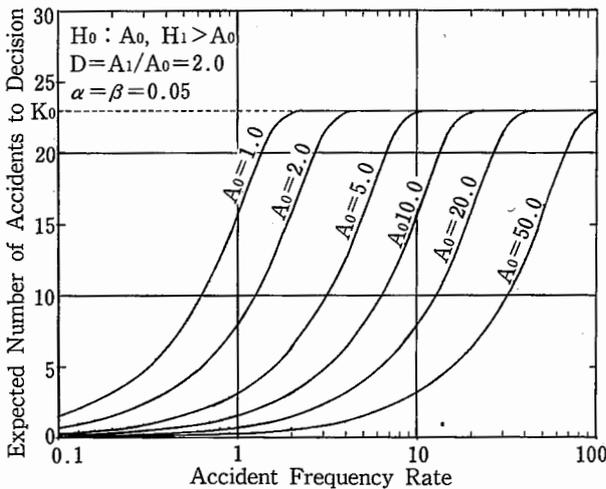


Fig. 12 Expected number of accidents to a decision ($A_1 > A_0$).
平均評価災害件数 ($A_1 > A_0$)

れる。Fig. 12 は上に述べた検定での平均評価件数を求めた結果を示したものである。同図より、もし真の度数率が $A=5.0$ であれば、 $H_0: A_0=5.0$ に対しては、平均 16 件目の災害で仮説が棄却されたり採択されたりすることがわかる。また、真の度数率が $A \geq 2A_0$ すなわち対立仮説値以上であれば、帰無仮説の値 A_0 にかかわらず平均災害評価件数は K_0 に収束することが示されている。また、上記の検定法に対して、(38)式を用いて平均の評価時間数を求めた結果を Fig. 13 に示した。同図には A_0, K_0 より求められた棄却域 T_c もあわせて

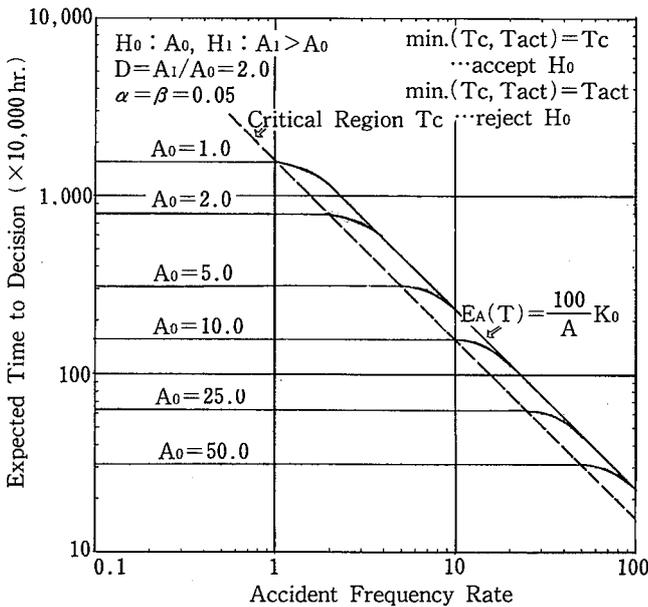


Fig. 13 Expected time to reach a decision ($A_1 > A_0$).
平均評価時間数 ($A_1 > A_0$)

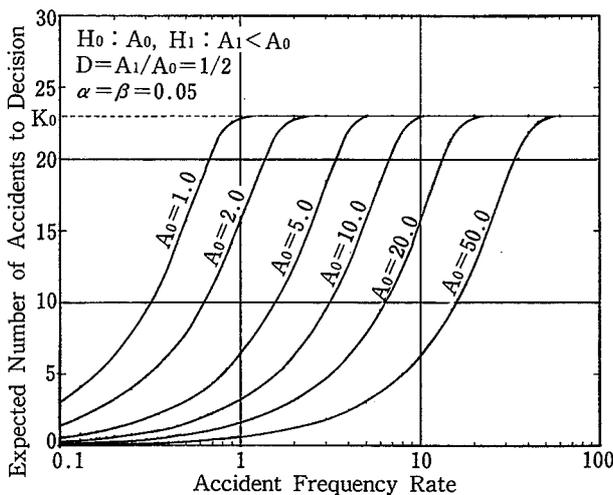


Fig. 14 Expected number of accidents to a decision ($A_1 < A_0$).
平均評価災害件数 ($A_1 < A_0$)

破線で示した。同図より、真の度数率 A が $A \leq A_0$ 、すなわち帰無仮説での値よりも小さければ、平均評価時間数は T_c に収束していることがわかる。同じく、真の度数率が $A \geq 2A_0$ 、つまり対立仮説値以上のときの平均評価時間数は、件数打ち切り方式の平均時間数である $E_A(T) = 100 \cdot K_0 / A$ の包絡線に収束していることが示されている。いずれの場合でも、平均評価時間数は少なくとも T_c 以下である。

また別の計算例として、(34)式で与えられる $A < A_0$ の検定についての平均災害評価件数および平均評価時間数を求めた結果をそれぞれ Fig. 14, 15 に示した。ただし、判別比を $D = A_1/A_0 = 1/2$ に変更した以外の残りの変数設定は前例と同様である。まず Fig. 14 より、 $A = 1/2 A_0$ 、すなわち真の度数率が対立仮説値であれば、平均評価災害件数は A_0 にかかわらず約 16 件であることがわかる。また、 $A > A_0$ の範囲ではほぼ K_0 になることが示されている。

一方、平均評価時間数は Fig. 15 より、 $A \leq 1/2 \cdot A_0$ の範囲では打ち切り時間数 T_c に収束し、 $A \geq A_0$ の範囲にあっては、 $100 \cdot K_0 / A$ の包絡線に収束していることが示されており、 A がどのような値であっても $E_A(T) \leq T_c$ である。

なお、(33)、(34)式による検定方式で生ずる統計的過誤を、たとえば $A > A_0$ (33式による方法) について調べてみる。ある度数率 (パラメータ) が真のもとで

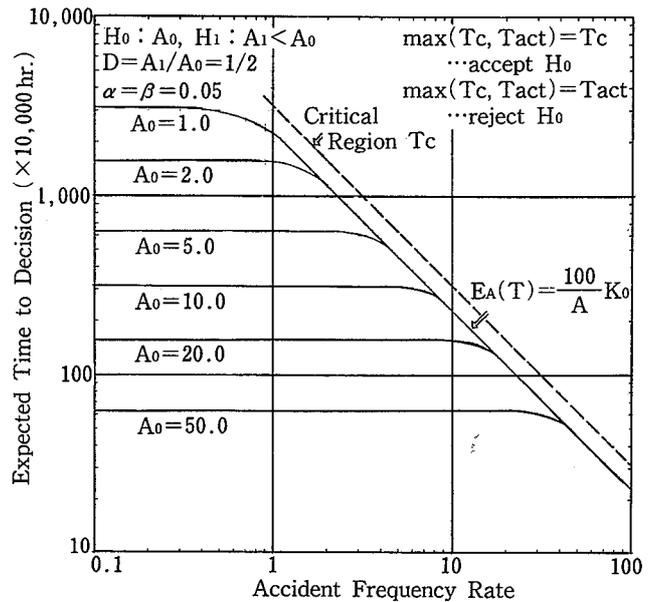


Fig. 15 Expected time to reach a decision ($A_1 < A_0$).
平均評価時間数 ($A_1 < A_0$)

帰無仮説を採択する確率をパラメータの関数として作用特性関数と呼ぶことを前に述べたが、ここで (33) 式の作用特性関数を求めると、 $X_0 \geq T_c$ のとき H_0 を採択するので、

$$L(A) = \int_{T_c}^{\infty} f(t) dt = \sum_{x=0}^{K_0-1} \frac{(A \cdot T_c/100)^x}{x!} e^{-\frac{A}{100} T_c} \quad (39)$$

ここで、 K_0 は (17) 式を満足する値であり、 T_c は (18) 式より得られた値であるので、

$$L(A_0) = 1 - \alpha, \quad L(A_1) \leq \beta \quad (40)$$

が成立する。したがって、前節で述べた災害件数打ち切り方式で得られた検出力と同等の検出力を有する検定方式であることが了解される。このことは (34) 式による $A < A_0$ の検定の場合についても、ほぼ似た手続きを経て全く同じであることが示される。

3.4 逐次検定方式による評価^{21~23)}

これまで災害発生時間数を用いて災害度数率の仮説検定を行なう一般の手順と、そこでの平均的な評価災害件数や時間数について述べてきた。しかしながら、前節までに述べた検定手順はいわば理想化されたものであり、実際にはその場で得られたありあわせのデータを用いて評価を実施したり、またはせざるをえないことが多い。

たとえば、対立仮説が $A > A_0$ の検定において $D = 2.0$ の検定を $\alpha = \beta = 0.10$ の水準で行なうためには、 $K_0 = 15$ であり、帰無仮説 $H_0: A_0 = 10.0$ であれば、棄却域 (打ち切り時間数) は $T_c = 103$ 万時間となることが前節までの知見より得られる。この時間数は、事業所の規模が比較的大きな 100 人としても、約 4.3 年 (2400 時間/人・年) を要する長い期間である。仮りに真の度数率が対立仮説と等しく $A = 20.0$ であったとしても、平均評価時間数は (38) 式より 74 万時間 (同約 3.1 年) もの長い時間数である。このような長期間の時間数以前に、度数率の変動を統計的に評価しなければならないチャンスが起こることは事業所内では十分に予想されることである。

また、前述の検定法では K_0 件目の災害時間 X_0 と棄却域値 T_c との大小関係から評価が行われており、 $K_0 - 1$ 件までの災害の発生時間数に関する情報は統計的判断からは全く捨棄された状態となっている。

したがって、より合理的な検定方法としては、最終

判断に至るまでに要する評価時間数および評価災害件数が出来る限り少ないこと、ならびに最終の統計的判断に至る過程で個々の災害の情報を取り入れたものであることが望ましい検定方式であるといえる。

このような要件を充足した検定方法として、ここでは A. Wald が開発した逐次確率比検定法²¹⁾ (通常は逐次検定法と略称される) をとりあげ、同法による評価を検討することとする。

逐次検定法の基本的考え方は、通常の統計的仮説検定では、既に述べたように、標本空間 W を部分空間 R とそれ以外の空間とに二分割し、観測値が R 内に落ちたときには帰無仮説を棄却するのに対し、逐次検定法では、標本の大きさをあらかじめ指定せずに、標本空間 W を互いに排他的な R_m^0, R_m^1, R_m ($m = 1, 2, \dots$) の三つに領域に分割する。そして、最初の観測値 x_1 が $x_1 \in R_1^0$ であれば帰無仮説を採択し、 $x_1 \in R_1^1$ のときは仮説を棄却し、 $x_1 \in R_1$ のときは棄却、採択のどちらも決定もせずに次の観測値まで判定を保留する。次のデータが得られて $(x_1, x_2) \in R_2^0$ であれば仮説を採択し、 $(x_1, x_2) \in R_2^1$ のときは仮説を棄却し、 $(x_1, x_2) \in R_2$ であれば結論を保留し次のデータを観測する。かくして $(x_1, x_2, \dots, x_m) \in R_m$ が続く限り観測を行ない、 $(x_1, x_2, \dots, x_m) \in R_m$ に至って検定を終了する。もし $(x_1, x_2, \dots, x_m) \in R_m^0$ であれば帰無仮説 H_0 を採択し、 $(x_1, x_2, \dots, x_m) \in R_m^1$ のときは仮説を棄却する。このように、データが得られるたびに検定を行なうので逐次検定法と呼ばれる。

具体的手順としては、まず、パラメータを θ とする母集団確率密度関数を $f(x, \theta)$ とし、帰無仮説 $H_0: \theta = \theta_0$ に対して、対立仮説 $H_1: \theta = \theta_1$ を検定するものとする。また、母集団からランダムに得られた観測値を x_1, x_2, \dots とし、任意の正数 m に対して、各仮説のもとで結合分布を、

$$P_{0m} = f(x_1, \theta_0) \cdot f(x_2, \theta_0) \cdots f(x_m, \theta_0) \\ P_{1m} = f(x_1, \theta_1) \cdot f(x_2, \theta_1) \cdots f(x_m, \theta_1)$$

と表わす。このとき H_0 の H_1 に対する逐次検定は、あらかじめ 2 つの正実数 A, B ($A > B$) を定めておき、データが得られた各段階で尤度比 P_{1m}/P_{0m} を計算して、次の式の基準にしたがって検定を行なう。

$$\left. \begin{array}{l} \text{i) } B < P_{1m}/P_{0m} < A \text{ 判定を保留} \\ \text{ii) } P_{1m}/P_{0m} \geq A \text{ 仮説 } H_0 \text{ を棄却} \\ \text{iii) } P_{1m}/P_{0m} \leq B \text{ 仮説 } H_0 \text{ を採択} \end{array} \right\} \quad (41)$$

実際の計算では、尤度比の対数を取り、

$$\ln(P_{1m}/P_{0m}) = z_1 + z_2 + \dots + z_m$$

ただし、

$$z_i = \ln \frac{f(x_i, \theta_1)}{f(x_i, \theta_0)} \quad (i=1, 2, \dots, m)$$

として、

$$\left. \begin{array}{l} \text{i) } \ln B < \sum_{i=1}^m z_i < \ln A \text{ 判定保留} \\ \text{ii) } \sum_{i=1}^m z_i \geq \ln A \text{ } H_0 \text{ を棄却} \\ \text{iii) } \sum_{i=1}^m z_i \leq \ln B \text{ } H_0 \text{ を採択} \end{array} \right\} \quad (42)$$

として評価する方が便利なが多い。

また、限界値 A, B は、第1種過誤の確率 α 、第2種過誤の確率 β なる、強度 (α, β) の検定において近似的に次式で与えられることが知られている。

$$A = \frac{1-\beta}{\alpha}, \quad B = \frac{\beta}{1-\alpha} \quad (43)$$

つまり、(43)式で与えられる限界値を用いて(41)または(42)式に準拠した検定を行えば、そこで生ずる第1種と第2種の過誤の確率は α および β で保障される。

上に述べた逐次検定方の特性をより明らかにするために、以下では同検定法の作用特性関数 (OC 関数)、平均標本件数関数 (ASN 関数) などを簡単に触れる。

あるパラメータ θ が真のとき、帰無仮説 H_0 を採択する確率 $L(\theta)$ を、パラメータの関数とみなして作用特性関数と呼ぶのは逐次検定法でも同様である。まず、

$$z = \ln \frac{f(x, \theta_1)}{f(x, \theta_0)}, \quad z_i = \ln \frac{f(x_i, \theta_1)}{f(x_i, \theta_0)}$$

$$Z_n = z_1 + z_2 + \dots + z_n$$

として、 Z_n で検定が終わったと仮定する。ここで、任意の θ に対する関数 $h(\theta) (\neq 0)$ で、

$$E_\theta\{e^{zh(\theta)}\} = 1 \quad (44)$$

を満足するものを考える。すると同式より、

$$E_\theta\{e^{Z_n h(\theta)}\} = 1 \quad (45)$$

が得られる。(44)式は z に関する積率母関数を1に基準化したものであり、したがって、 z_i の和である Z_n の積率母関数は個々の z_i の母関数の積に等しく (45) 式を得る。 Z_n で検定が終わったときに、 E_θ^* を $Z_n \leq \ln B$ のときの平均、 E_θ^{**} を $Z_n \geq \ln A$ のときの平均とすると (45) 式は、

$$L(\theta) \cdot E_\theta^*\{e^{Z_n h(\theta)}\} + [1-L(\theta)] \cdot E_\theta^{**}\{e^{Z_n h(\theta)}\} = 1$$

ここで $E_\theta^*, E_\theta^{**}$ は近似的に

$$E_\theta^*\{e^{Z_n h(\theta)}\} \doteq E\{e^{\ln B \cdot h(\theta)}\} = B^{h(\theta)}$$

$$E_\theta^{**}\{e^{Z_n h(\theta)}\} \doteq E\{e^{\ln A \cdot h(\theta)}\} = A^{h(\theta)}$$

これを上式に代入し $L(\theta)$ について解くと、

$$L(\theta) = \frac{A^{h(\theta)} - 1}{A^{h(\theta)} - B^{h(\theta)}} \quad (46)$$

よって OC 関数は (43), (44), (46) 式より求められる。

また検定が終了するまでの平均的な標本数 $E_\theta(n)$ は、 $E_\theta(z_1 + z_2 + \dots + z_n) = E_\theta(n) \cdot E_\theta(z)$

さらに検定が終った時点での $Z_n (\sum z_i)$ は平均して、 $E(z_1 + z_2 + \dots + z_n) = L(\theta) \ln B + [1-L(\theta)] \ln A$ よって θ が真のもとでの平均標本数は、

$$\left. \begin{array}{l} E_\theta(n) = \frac{L(\theta) \ln B + [1-L(\theta)] \ln A}{E_\theta(z)} \\ \text{ここに} \end{array} \right\} \quad (47)$$

$$E_\theta(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\ln \frac{f(x, \theta_1)}{f(x, \theta_0)} \right] f(x, \theta) dx$$

また、1件のデータを得る平均時間を $E_\theta(t)$ とすれば、検定終了までの平均時間数 $E_\theta(T)$ を次式で得る。

$$E_\theta(T) = E_\theta(n) \cdot E_\theta(t) \quad (48)$$

以上の準備をもとに、災害発生時間数を利用して災害度率の変動を逐次検定法で調べる手順を以下に示す。ただし、検定は帰無仮説 $H_0: A = A_0$ 、に対して対立仮説 $H_1: A = A_1$ ($A_1 > A_0$ or $A_1 < A_0$) で行なうものとする。ある度率 A のもとでの発生時間分布密度関数は、

$$f(t|A) = (A/100) e^{-\frac{A}{100}t}$$

したがって、それぞれの仮説のもとでの結合分布は、

$$P_{1n} = f(t_1, t_2, \dots, t_n | A_1) = \left(\frac{A_1}{100}\right)^n \exp\left\{-\frac{A_1}{100} \sum_{i=1}^n t_i\right\}$$

$$P_{0n} = f(t_1, t_2, \dots, t_n | A_0) = \left(\frac{A_0}{100}\right)^n \exp\left\{-\frac{A_0}{100} \sum_{i=1}^n t_i\right\}$$

これらの式より尤度比は、

$$\frac{P_{1n}}{P_{0n}} = \left(\frac{A_1}{A_0}\right)^n \exp\left\{-\frac{1}{100}(A_1 - A_0) \sum_{i=1}^n t_i\right\} \quad (49)$$

よって(42)式から検定の具体的判定基準は、

$$\frac{\beta}{1-\alpha} = B < \left(\frac{A_1}{A_0}\right)^n \cdot \exp\left\{-\frac{1}{100}(A_1-A_0)\sum_{i=1}^n t_i\right\}$$

$$< A = \frac{1-\beta}{\alpha} \quad (50)$$

から、i) 対立仮説 $H_1: A = A_1 > A_0$ のときは、

$$\left. \begin{aligned} & \frac{100\{n \cdot \ln(A_1/A_0) - \ln A\}}{A_1 - A_0} < T \\ & < \frac{100\{n \cdot \ln(A_1/A_0) - \ln B\}}{A_1 - A_0} \\ & \dots\dots \text{次の災害が発生するまで判定を} \\ & \quad \text{保留する。} \\ & \frac{100\{n \cdot \ln(A_1/A_0) - \ln A\}}{A_1 - A_0} \geq T \\ & \dots\dots \text{仮説 } H_0 \text{ を棄却する。} \\ & \frac{100\{n \cdot \ln(A_1/A_0) - \ln B\}}{A_1 - A_0} \leq T \\ & \dots\dots \text{仮説 } H_0 \text{ を採択する。} \\ & \text{ただし、} T = \sum_{i=1}^n t_i \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

ここで

$$s = \frac{\ln(A_1/A_0)}{(A_1 - A_0)/100}, \quad h_0 = \frac{\ln B}{(A_1 - A_0)/100},$$

$$h_1 = \frac{\ln A}{(A_1 - A_0)/100} \quad (52)$$

とおくと、(51)式は、

$$\left. \begin{aligned} sn - h_1 < T < sn - h_0 & \dots\dots \text{判定保留} \\ T \leq sn - h_1 & \dots\dots H_0 \text{ を棄却} \\ T \geq sn - h_0 & \dots\dots H_0 \text{ を採択} \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

となり、 (n, T) 平面上で $T = sn - h_1$, $T = sn - h_0$ の2直線によって分割された領域がそれぞれの判定に対応していることが示される。

同様に、ii) 対立仮説 $H_1: A = A_1 < A_0$ のときの判定基準は、(52)式の記号を用いて次式で示される。

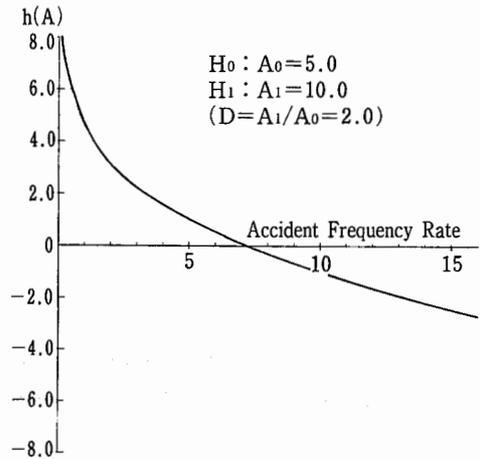


Fig. 16 Relation between $h(A)$ and accident frequency rate ($A_1 > A_0$).
 $h(A)$ と度数率の関係 ($A_1 > A_0$)

Table 4 Specific values of $h(A)$, $L(A)$, $E_A(n)$, and $E_A(T)$ in sequential probability ratio test ($A_1 > A_0$)
逐次検定法における代表的な値 ($A_1 > A_0$)

$h(A)$	A	$L(A)$	$E_A(n)$	$E_A(T)$
$-\infty$	∞	0	$\ln A / \ln(A_1/A_0)$	0
-1	A_1	β	$\frac{\beta \ln B + (1-\beta) \ln A}{\ln(A_1/A_0) - (1-A_0/A_1)}$	$\frac{\beta \ln B + (1-\beta) \ln A}{A_1 \ln(A_1/A_0) - (A_1 - A_0)}$
0	$\frac{A_1 - A_0}{\ln(A_1/A_0)}$	$\frac{\ln A}{\ln A - \ln B}$	$\frac{-\ln A \cdot \ln B}{[\ln(A_1/A_0)]^2}$	$-\frac{\ln A \cdot \ln B}{(A_1 - A_0) \ln(A_1/A_0)}$
1	A_0	$1 - \alpha$	$\frac{(1-\alpha) \ln B + \alpha \ln A}{\ln(A_1/A_0) - (A_1/A_0 - 1)}$	$\frac{(1-\alpha) \ln B + \alpha \ln A}{A_0 \ln(A_1/A_0) - (A_1 - A_0)}$
∞	0	1	0	$-\frac{\ln B}{(A_1 - A_0)}$

$$A = \frac{1-\beta}{\alpha}, \quad B = \frac{\beta}{1-\alpha}$$

$$\left. \begin{aligned} sn-h_0 < T < sn-h_1 &\cdots\cdots\text{判定保留} \\ T \geq sn-h_1 &\cdots\cdots H_0 \text{を棄却} \\ T \leq sn-h_0 &\cdots\cdots H_0 \text{を採択} \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

同式より、前例と同じく $T = sn - h_1$, $T = sn - h_0$ の 2 直線によって三分割された (n, T) 平面の各領域がそれぞれの判定に対応していることがわかる。

また、上記の逐次検定法における作用特性関数 $L(A)$ は、まず (44) 式を用いて $h(A)$ と A の関係を定め、

$$\int_0^\infty \left[\frac{\lambda_1 e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_0 e^{-\lambda_0 t}} \right]^{h(A)} \cdot \lambda e^{-\lambda t} dt = 1$$

ただし、 $\lambda = A/100$ より、

$$A = \frac{(A_1 - A_0) \cdot h(A)}{\left(\frac{A_1}{A_0}\right)^{h(A)} - 1} \quad (55)$$

つぎに(46)式より、

$$L(A) = \frac{\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)^{h(A)} - 1}{\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)^{h(A)} - \left(\frac{\beta}{1-\alpha}\right)^{h(A)}} \quad (56)$$

による(55)、(56)の2つの方程式から $L(A)$ が求められる。すなわち、(55)式から、 A と $h(A)$ との関係を対形式 $(h(A), A)$ で求めておき、その値を(56)式に代入すれば $(h(A), A)$ に対する $L(A)$ が求められる。

さらに(47)式より

$$\begin{aligned} E_A(z) &= \int_0^\infty \left[\ln \frac{\lambda_1 e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_0 e^{-\lambda_0 t}} \right] \lambda e^{-\lambda t} dt \\ &= \ln \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0} \right) - \frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\lambda} \\ &= \ln \left(\frac{A_1}{A_0} \right) - \frac{A_1 - A_0}{A} \end{aligned} \quad (57)$$

となるので、上で得られた $L(A)$ を用いて、

$$E_A(n) = \frac{L(A) \cdot \ln B + [1 - L(A)] \cdot \ln A}{\ln \left(\frac{A_1}{A_0} \right) - (A_1 - A_0)/A} \quad (58)$$

によって、逐次検定法での平均評価災害件数を求めることが出来、またこの値を用いてさらに平均評価時間数が

$$E_A(T) = \frac{100}{A} \cdot E_A(n) \quad (59)$$

で得られる。ただし、 $A = (A_1 - A_0) / \ln(A_1/A_0) = u$ のときは(58)式の分母は0となり、このときは

$$E_{A=u}(n) = \frac{-\ln A \cdot \ln B}{[\ln(A_1/A_0)]^2} \quad (60)$$

また、そのときの平均評価時間数は次式となる。

$$E_{A=u}(T) = \frac{-100 \ln A \cdot \ln B}{(A_1/A_0) \cdot \ln(A_1/A_0)} \quad (61)$$

これまで述べてきた $h(A), A, L(A), E_A(n)$ および $E_A(T)$ の関係を、いくつかの代表的な点について求めた結果を、Table 4 には対立仮説が $H_1: A_1 > A_0$ の場合について、また Table 5 には対立仮説が $H_1: A_1 < A_0$ の場合についてそれぞれ示した。

また、具体的な例として、ここでは、 $H_1: A_1 > A_0$ の場合について、 $H_0: A_0 = 5.0$, $H_1: A_1 = 10.0$ ($D=2, 0$) の仮説設定のもとで、統計的過誤が $\alpha = \beta = 0.05$ の水準による逐次検定を想定し、以下の計算を行った。まず、 $(h(A), A)$ の関係が(55)式より求まり、その結果を Fig. 16 に示した。 $h(A)$ は A に関して単調に減少していることがわかる。ついで、同図の結果を用いて(56)式より、当該逐次検定法の作用特性関数(OC曲線)を求めると Fig. 17 となる。同図より、真の度数率が $A=5.0$ のときの $L(A)$ は、帰無仮説値 A_0 のもとで H_0 を採択する確率 $1 - \alpha = 0.95$ に等しく、また $A=10.0$ のときは対立仮説値のもとで帰無仮説が採択される確率 $\beta = 0.05$ に等しいことが容易に見てとれる。

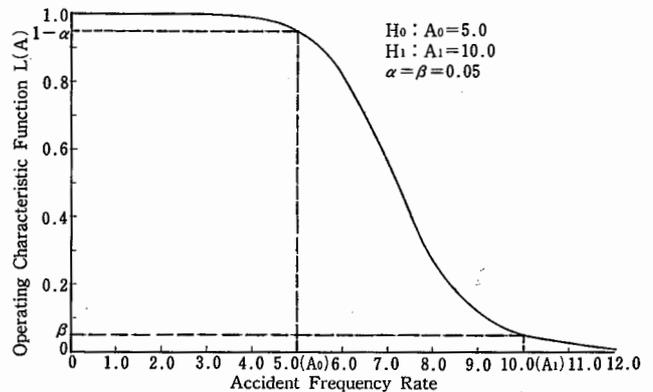


Fig. 17 Operating characteristic function $L(A)$ of sequential probability ratio test ($A_1 > A_0$).
逐次検定法における作用特性関数 $L(A)$ ($A_1 > A_0$)

Table 5 Specific values of $h(A)$, A , $L(A)$, $E_A(n)$, and $E_A(T)$ in sequential probability ratio test ($A_1 < A_0$)
 逐次検定法における代表的な値 ($A_1 < A_0$)

$h(A)$	A	$L(A)$	$E_A(n)$	$E_A(T)$
$-\infty$	0	0	0	$-\frac{\ln A}{(A_1 - A_0)}$
-1	A_1	β	$\frac{\beta \ln B + (1-\beta) \ln A}{\ln(A_1/A_0) - (1 - A_0/A_1)}$	$\frac{\beta \ln B + (1-\beta) \ln A}{A_1 \ln(A_1/A_0) - (A_1 - A_0)}$
0	$\frac{A_1 - A_0}{\ln(A_1/A_0)}$	$\frac{\ln A}{\ln A - \ln B}$	$-\frac{\ln A \cdot \ln B}{[\ln(A_1/A_0)]^2}$	$-\frac{\ln A \cdot \ln B}{(A_1 - A_0) \ln(A_1/A_0)}$
1	A_0	$1 - \alpha$	$\frac{(1-\alpha) \ln B + \alpha \ln A}{\ln(A_1/A_0) - (A_1/A_0 - 1)}$	$\frac{(1-\alpha) \ln B + \alpha \ln A}{A_0 \ln(A_1/A_0) - (A_1 - A_0)}$
∞	∞	1	$\frac{\ln B}{\ln(A_1/A_0)}$	0

$$A = \frac{1-\beta}{\alpha} \quad B = \frac{\beta}{1-\alpha}$$

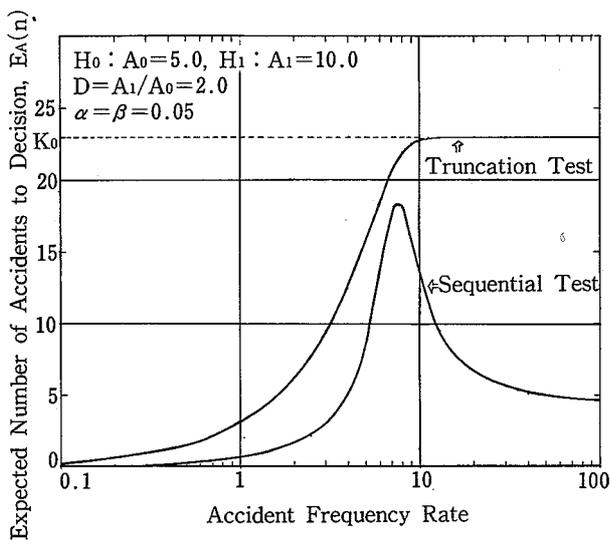


Fig. 18 Expected number of accidents to reach a decision ($A_1 > A_0$).
 期待評価災害件数 ($A_1 > A_0$)

さらに、この $L(A)$ を利用して (58) 式より平均評価災害件数が求められ、その結果を Fig. 18 に示した。同図には、前節で調べた (33) 式による打ち切り方式による平均評価災害件数を比較のために付け加えておいた。同図より、真の度数率がいかなる値であっても、逐次検定法による平均評価災害件数は、打ち切り方式による検定のそれよりも少ないことが示されている。たとえば、 $A=5.0$ のときに、打ち切り方式での平均件数は 16 件であるが、逐次検定法では約 8.6 件ほどである。また、打ち切り方式では $A \geq 2A_0$ の領域では K_0 に収束して

いるのに対して、逐次検定法式では $h(A)=0$ となる $(A_1 - A_0) / \ln(A_1/A_0)$ 近傍で極値をもったのち急激に減少していることが示されている。この性質は、真の度数率が $A_1 > A_0$ であることを予想して対立仮説を設定した今回のような検定ではとくに有利に作用するものと思われる。またこの図からさらに、逐次検定が終了するまでの平均的な評価時間数を求めることが出来、その結果を Fig. 19 に示した。同図には、打ち切り方式による平均評価時間数とともに、 K_0 件目の棄却域 (図中の破線) もあわせて記した。同図より、当然のことではあるが、すべての A に対して逐次検定法による平均評価時間数は打ち切り方式によるそれより少ないことが示されている。たとえば、度数率が対立仮説値 $A=10.0$ に等しいとき、打ち切り方式では 228.7 万時間であるのに対し、逐次検定方式での平均評価時間数は 137.2 万時間と、丁度 40% 改善されている。また、打ち切り方式では、 $A \leq A_0$ の領域にあつては K_0 件目の棄却域値 T_c に平均評価時間数は収束しているが、逐次検定方式では $A \leq A_0$ であっても評価時間数が減少していることが特徴としてあげられる。

同様に、 $A \leq A_0$ の場合に対する検定として、帰無仮説 $H_0: A_0=5.0$ に対する対立仮説 $H_0: A_0=2.50$ ($D=1/2$) の検定を $\alpha=\beta=0.05$ の水準で逐次検定方式で行なったときの各種評価関数の結果を Fig. 20 以下に示した。

Fig. 20 には $(h(A), A)$ の関係を示し、 $h(A)$ は A に関して単調増加であることが示されている。また Fig.

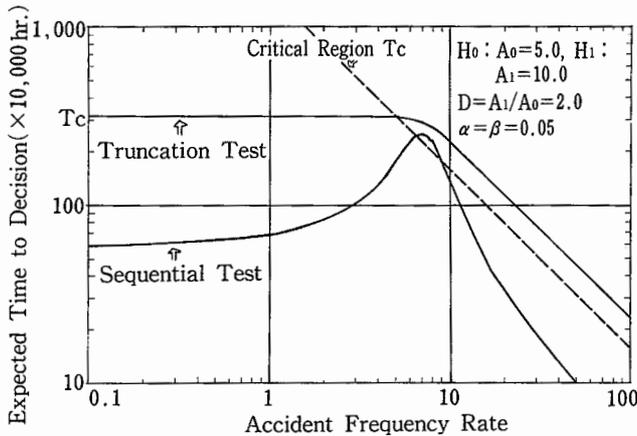


Fig. 19 Expected time to reach a decision ($A_1 > A_0$).
期待評価時間数 ($A_1 > A_0$)

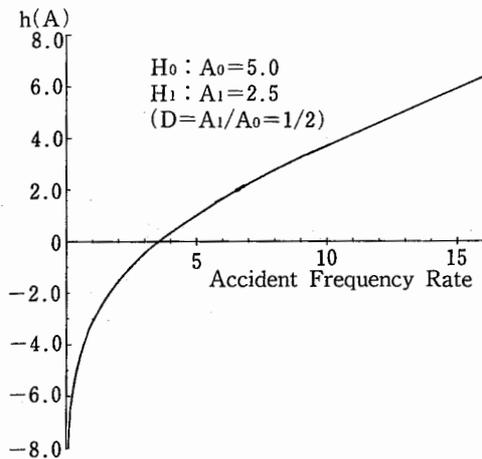


Fig. 20 Relation between $h(A)$ and accident frequency rate ($A_1 < A_0$).
 $h(A)$ と度数率の関係 ($A_1 < A_0$)

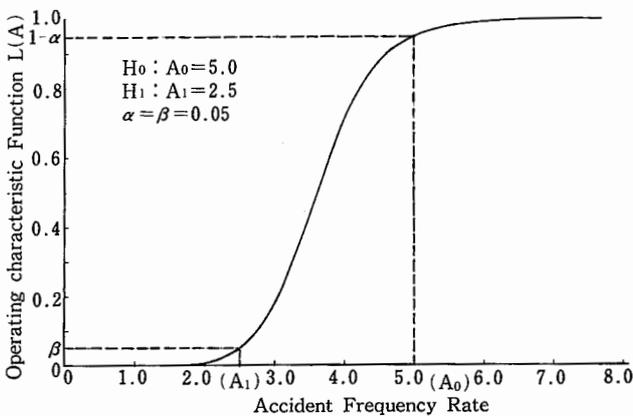


Fig. 21 Operating characteristic function $L(A)$ of sequential probability ratio test ($A_1 < A_0$).
逐次検定法における作用特性関数 $L(A)$ ($A_1 < A_0$)

21 は作用特性曲線であり、 $L(A_0)=1-\alpha$ 、 $L(A_1)=\beta$ が確かめられる。同じく Fig. 22 には同検定の平均評価災害件数を打ち切り方式の件数とあわせて示し、さらに Fig. 23 には平均評価時間数を示した。両図とも逐次検定法により評価件数、時間が改善されることが示されている。

3.5 実例による分析

本節では、これまで述べてきた仮説検定法を、実際に発生した労働災害に適用して分析した結果を以下簡単に述べる。

分析に用いたデータは昭和 56 年から 59 年までの 4 年間に日本国内で発生した重大災害（1 度に 3 人以上の傷害者を含んだ災害）である。ただし、重大災害の発生時間の単位は実労働時間数ではなく日数で記録されているので、単位期間当たりの災害発生数である災害発生率を度数率とは関連づけることが出来ない。そこで、ここでは、1 週間当りの平均災害数を災害発生率と定義し、同発生率の変動を発生時間数（同じく週を一単位として計測する）を用いて逐次検定法により分析を試みた。

分析の手順としては、まず、重大災害を産業別および災害の種類別に分類し、ついで、これらの分類された災害を前期(昭和 56, 57 年)と後期(昭和 58, 59 年)とに分ける。この段階で、前期、後期ともに発生件数が 10 件以下の分類項目については計算対象から除外した。残った分類項目については、前期での 1 週間当りの平均災害発生率をそれぞれ計算する。この前期の災害発生率を仮説検定での帰無仮説値と仮定し、いくつかの対立仮説を設定したのち、後期の災害データを用いて逐次検定法により評価を行った。もし仮説の棄却あるいは採択がなされず、保留が続き災害件数が前節で述べた K_0 件に達したときは、その時点で通常の検定法で判断を下した。

Fig. 24 は、土砂崩壊による重大災害を逐次検定法で分析した結果を図示したものである。同図では、前期 2 年間の平均災害率の 0.21 件/週を帰無仮説値とし、対立仮説を帰無仮説の 2 倍の値 0.42 件/週 (判別比 $D=2.0$) と設定し、 α および β をそれぞれ 0.05 としたときの分析結果である。 $D=2.0$ 、 $\alpha=\beta=0.05$ の検定に対する最小必要災害件数は Table 1 より $K_0=23$ で与えられるが、同図からは災害件数が 19 件目にして帰無仮説 H_0 が採択されており、災害頻度率が 2 倍ほどには大きくなっていないことが示されている。

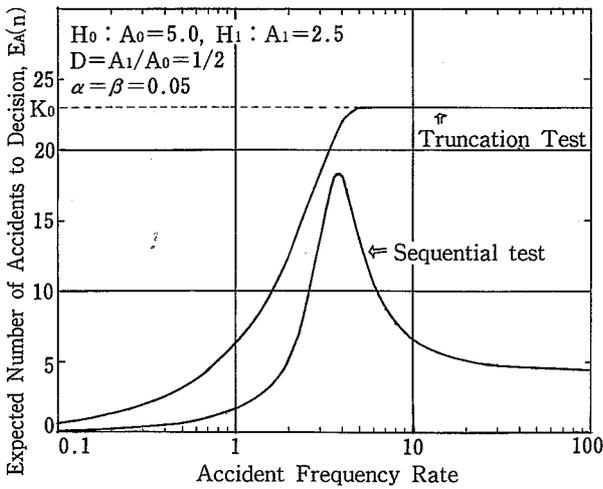


Fig. 22 Expected number of accidents to reach a decision ($A_1 < A_0$).
期待評価災害件数 ($A_1 < A_0$)

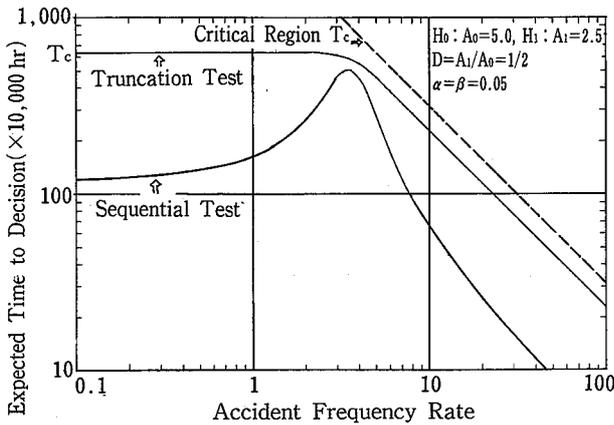


Fig. 23 Expected time to reach a decision ($A_1 < A_0$).
期待評価時間数 ($A_1 < A_0$)

同様に Fig. 25 は、同じ土砂崩壊重大災害を、対立仮説値を帰無仮説の半分の 0.11 件/週 ($D=1/2$) とした逐次検定法による分析結果である。第 1 種過誤および第 2 種過誤は、ともに Fig. 24 と同じく $\alpha=\beta=0.05$ である。この検定水準に対する最小必要災害件数 K_0 は Table 2 より $K_0=23$ であるが、同図からは早くも 8 件目で同じく帰無仮説が採択されており、後期の災害発生率の 1/2 ほどには小さくなっていないことが示されている。

結局、土砂崩壊による重大災害の発生率は、前期、後期の 4 年間を通じて目立った変化が見られないことがわかった。同じ結論を通常の仮説検定で得るには $K_0=23$ 件で判定せねばならず、逐次検定法ではより少ない

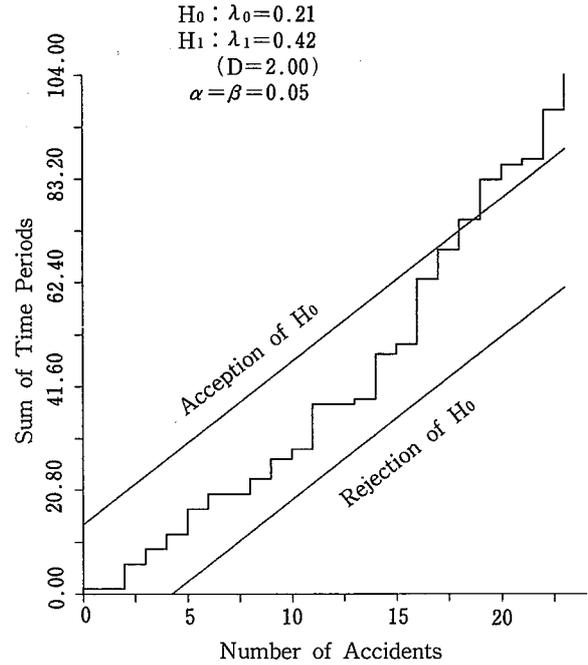


Fig. 24 Sequential probability ratio test for the accident rate of soil collapses ($D=2.0, \alpha=\beta=0.05$).
逐次検定法による土砂崩壊災害発生率の分析 ($D=2.0, \alpha=\beta=0.05$)

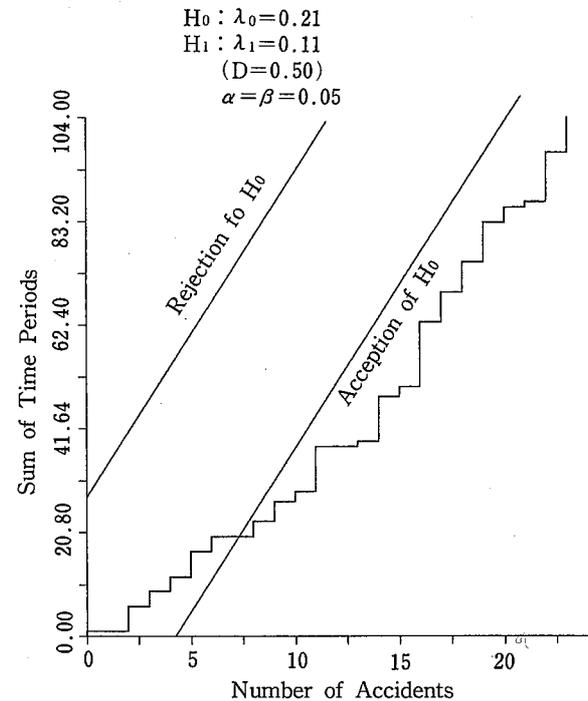


Fig. 25 Sequential parobability ratio test for the accident rate of soil collapses ($D=0.50, \alpha=\beta=0.05$).
逐次検定法による土砂崩壊災害発生率の分析 ($D=0.50, \alpha=\beta=0.05$)

Table 6 Sequential probability ratio tests for serious accidents classified by industrial sectors.
産業別重大災害逐次確率比検定分析結果

Industrial Sector	No. of Accidents in former period	Accident rate: λ_0 (No./week)	No. of Accidents later period	Test (1) $H_0: \lambda = \lambda_0$		Test (2) $H_0: \lambda = \lambda_0$		Remark
				$H_1: \lambda = 1.5\lambda_0$	$H_1: \lambda = 2\lambda_0$	$H_1: \lambda = 2/3\lambda_0$	$H_1: \lambda = 1/2\lambda_0$	
Manufacturing	103	0.990	87	Ac.	Ac.	In.	Ac.	Unchanged
Mining	12	0.115	10	In.	Ac.	In.	In.	Unchanged
Construction	176	1.692	193	Ac.	Ac.	Ac.	Ac.	Unchanged
Transportation	14	0.135	13	In.	Ac.	In.	In.	Unchanged
Goods handling	16	0.154	3	Ac.	Ac.	Re.	Re.	Significantly decreased
Agriculture and forestry	8	0.077	12	In.	In.	In.	Ac.	Unchanged
Commerce	7	0.067	14	In.	Re.	Ac.	Ac.	Positively increased
Leisure	10	0.096	17	In.	In.	Ac.	Ac.	Relatively increase
Others	15	0.144	11	Ac.	Ac.	In.	In.	Relatively decreased

Legend: Ac.: Acceptance of H_0
Re.: Rejection of H_0
In.: Indifference

Table 7 Sequential probability ratio tests for serious accidents classified by types of accidents.
災害種類別逐次確率比検定分析結果

Accident Classification	No. of Accidents in former period	Accident rate: λ_0 (No./week)	No. of Accident in later period	Test (1) $H_0: \lambda = \lambda_0$		Test (2) $H_0: \lambda = \lambda_0$		Remark
				$H_1: \lambda = 1.5\lambda_0$	$H_1: \lambda = 2.0\lambda_0$	$H_1: \lambda = 2/3\lambda_0$	$H_1: \lambda = 1/2\lambda_0$	
Inflammable material explosion	13	0.125	10	Ac.	Ac.	In.	In.	Relatively decreased
Combustible gas explosion	13	0.125	22	Re.	Re.	Ac.	Ac.	Significantly increased
Soil collapses	22	0.212	23	In.	Ac.	Ac.	Ac.	Unchanged
Destruction	28	0.269	20	Ac.	Ac.	In.	In.	Relatively decreased
Falling	17	0.163	25	In.	Re.	Ac.	Ac.	Positively increased
Crane Derrick	21	0.202	6	Ac.	Ac.	Re.	Re.	Significantly decreased
Traffic accidents	162	1.558	165	Ac.	Ac.	Ac.	Ac.	Unchanged
Fire	34	0.327	24	Ac.	Ac.	In.	In.	Relatively decreased
Others	14	0.135	28	Ac.	Ac.	Ac.	Ac.	Significantly increased

Legend: Ac.: Acceptance of H_0
Re.: Rejection of H_0
In.: Indifference

災害数で評価出来ることが示されている。

このように逐次検定法では、統計的検定の判断をより早く行うことが出来るが、そのほかにも、検定の各段階における災害発生状況を(発生件数、発生時間累計曲線)の平面上で視覚的に把握出来る利点を有している。したがって、事業所などで日常的に行う安全性評価のための災害管理図としても、(件数-時間累計曲線)図は有効に利用出来るものと思われる。

また Table 6 には、産業別に分類した重大災害を逐次検定法によって分析結果を示した。同表には、前期における災害発生数、週を単位とした平均発生率(λ_0)、後期に発生した災害数、帰無仮説を $H_0: \lambda = \lambda_0$ として、Test (1) では、 $H_1: \lambda = 1.50 \lambda_0$ と $\lambda = 2.0 \lambda_0$ の 2 種類の対立仮説での逐次検定の結果を、また、Test (2) では、 $H_1: \lambda = 0.67 \lambda_0$ と、 $\lambda = 0.50 \lambda_0$ の 2 通りの対立仮説について逐次検定を行った結果を、そして最後に、これらの逐次検定による分析結果を総合的に考慮した判定結果を、それぞれ順に記した。

同表に示された結果より、著しく減少している災害は唯一貨物取扱いによる災害だけであり、ほかはすべて不変ないしは増加の傾向にあることがわかる。とくに、商業や接客・娯楽業などのいわゆる第三次産業における災害の増加が大きな特徴としてあげられる。これは最近の産業構造の変化に伴い、第三次産業における労働災害の全産業に占める割合が増大していることと軌を一にしていると思われる。

同じく Table 7 は、災害を種類別に分けて分析した結果を、Table 6 と同一の形式にしたがってまとめたものである。同表より、顕著に増加していると判断された災害の種類は、可燃性ガスによる爆発災害や、墜落による災害であり、一方、減少が目立つ災害は、クレーン・デリック等に起因した災害や、倒壊や火災等による災害などであることがわかる。

このように、逐次検定法は数少ない災害数の発生時間をよりどころとして災害率の変動の統計的判断を下すことが可能であり、また仮りにひとつの検定で最終判断に至らなくとも、Table 6, 7 で示したように、いくつかの検定を組合せることにより、比較的短い時間で災害の動向を調査することが出来る。

4. むすび

以上、災害発生時間数を用いて災害発生率の変動を評価する方法を検討したのち、実際の災害分析への適用を試みた。その結果を簡単に要約して以下むすびと

する。

(1) 災害発生時間数によって災害発生率の変化を評価するという統計的判断は、仮説検定と呼ばれる推論形式によって達成される。すなわち、災害発生率にある仮説的命題を付与し、その仮説を災害発生時間数を用いて棄却または採択する。この手順をとることで災害発生率の態様を知ることが出来る。

(2) いくつかの災害事例より、個々の災害が発生する時間の分布を指数分布、複数件の災害の発生時間分布をガンマ分布と仮定した。これらの分布のパラメータを災害度数率と関連づけることにより、災害発生時間数を用いて災害度数率の仮説検定が可能となる。

(3) 仮説検定では、検定する仮説(帰無仮説)と、それに対立する仮説(対立仮説)とを設定する。この検定には、帰無仮説を棄却(対立仮説を採択)する誤り(第一種の過誤 α)と、帰無仮説を採択(対立仮説を棄却)する誤り(第二種の過誤 β)との 2 種類の統計的判断の誤りがある。

(4) 発生時間数が帰無仮説のもとで稀な時間数か否かを調べる有意差検定では、指数分布を用いて検定を行えばよく、ガンマ分布による必要はない。ガンマ分布を用いることの利点は、誤って対立仮説を棄却してしまう第 2 種の過誤 β を小さくすることが出来る点にある。

(5) 仮説検定方式を評価する関数として、作用特性関数および検出力関数がある。有意水準 α を一定にして、検出力を最大にする検定を最強検定と呼び、特に棄却域が対立仮説値によらない検定を一樣最強検定という。指数分布、あるいはガンマ分布による片側検定では、一樣最強検定である棄却域を定めている。

(6) 検定で生ずる統計的判断の誤りの確率を、あらかじめ希望した値の有意水準 α 、および第 2 種の過誤確率 β 以下に保証するためには、検定方法、過誤設定水準、判別比などに応じて、ある特定件数以上の災害の発生時間数を用いて検定しなければならない。この最小必要災害件数は、判別比や過誤設定水準が小さくなるほど多くなっている。

(7) 検定を評価する関数としてほかに平均評価件数関数と平均評価時間関数とがある。棄却域値を上限に設定した時間打ち切り方式と、最小必要件数を上限値と設定した件数打ち切り方式とを混合した検定方式での平均評価件数と、検定が終了するまでの平均的な時間関数を示した。

(8) 逐次検定法によって、統計的過誤を通常の仮説

検定と同程度におさえながら、より少ない災害件数および評価時間内で判断を下すことが出来る。かりに一つの逐次検定で判定が出来なくとも、いくつもの逐次検定を組み合わせることによって、全体の動向を把握することが可能である。

(9) 最近発生した重大災害を逐次検定法などで分析したところ、産業別では商業や接客・娯楽などの第三次産業での災害が、また、災害種類別では可燃性ガス爆発災害や墜落災害が増加しており、一方、減少が目立つ産業および災害の種類は貨物取扱業とクレーンデリック等による災害などである。

最後に、本研究を進めるにあたり、重大災害資料の利用には労働省労働基準局安全課のご協力を頂きました。ここに感謝の意を表する次第です。

(昭和 62 年 3 月 13 日受理)

参考文献

- 1) たとえば、安全衛生年鑑 (昭和 61 年版), 中央労働災害防止協会, PP.160~167, 1986
- 2) 花安繁郎: 災害発生間隔の分布について, 労働省産業安全研究所技術資料, RIIS-TN-76-2, 1976
- 3) 花安繁郎: 災害発生間隔の分布に関する研究, 労働省産業安全研究所研究報告, RIIS-RR-26-3, 1977
- 4) 花安繁郎: 災害発生時間の分布に関する研究(2), 労働者産業安全研究所研究報告, RIIS-RR-32-4, 1984
- 5) 花安繁郎: 労働災害発生系列の均質性に関する研究, 日本建築学会論文報告集, 第 352 号, PP.1~9, 1985
- 6) B.A.Maguire, E.S.Pearson, and A.H.A.Wynn: The Time Intervals between Industrial Accidents, *Biometrika* 39, PP.168~180, 1952
- 7) 花安繁郎: 災害発生時間による安全水準の評価について, 土木学会論文報告集, 第 301 号, PP.168~180, 1980
- 8) A.H-S.アン・W.H.タン (伊藤学・亀田弘行訳): 土木・建築のための確率・統計の基礎, 丸善, PP.113~126, 1977
- 9) 竹内啓: 数理統計学, 東洋経済新報社, PP.69~75, PP.85~95, 1968
- 10) 理工学のための数学ハンドブック, 丸善, PP.301, 1968
- 11) J.E.Freund, R.E.Walpole: *Mathematical statistics* (3rd ed.), Prentice-Hall, Inc., PP.361~383, 1980
- 12) 五十嵐日出夫編著: 土木計画数理, 朝倉書店, PP.62~69, 1976
- 13) S.Hanayasu: *Stochastic Analysis of Accidents and of Safety Problems*, Proceedings of IABSE Report Vol.44, PP.17~29, 1982
- 14) 統計数値表 JSA-1972, 日本規格協会, 1977
- 15) 芝祐順・渡部洋・石塚智一編: 統計用語辞典, 新曜社, PP.199, 1984
- 16) B.Epstein and M.Sobel: *Life Testing*, Journal of American Statistical Association, Vol.148, PP.485~502, 1953
- 17) 近藤良夫・舟阪渡編著: 技術者のための統計的方法, 共立出版, PP.82~89, 1973
- 18) 三根久・河合一著: 信頼性・保全性の数理, 朝倉書店, PP.43, 70~88, 1982
- 19) 三根久編著: 電子技術者の信頼性工学, 総合電子出版社, PP.201~210, 1981
- 20) B.Epstein: *Truncated Life tests in the Exponential Case*, *Annals of Mathematical Statistics*, Vol.25, PP.555~564, 1954
- 21) A.Wald: *Sequential Analysis*, John Wiley & Sons, 1947
- 22) B.Epstein and M.Sobel: *Sequential Life Test in the Exponential Case*, *Annals of Mathematical Statistics*, Vol.26, PP.82~93, 1955
- 23) B.Epstein: *Statistical Life Test Acceptance Procedures*, *Technometrics*, Vol.2, No.4, PP.435~446, 1960