

OCT. 1983

RIIS-RR-32-1

UDC 614.825 : 621.316 : 626.02

# 産業安全研究所研究報告

RESEARCH REPORT OF  
THE RESEARCH INSTITUTE OF INDUSTRIAL SAFETY

RR-32-1

## 水中漏電場の電界強度に関する研究 (第2報)

——漏電場に存在する物体の影響の解析——

本山 建雄    山野 英記    田中 隆二

労働省産業安全研究所  
MINISTRY OF LABOUR  
THE RESEARCH INSTITUTE OF INDUSTRIAL SAFETY

# 水中漏電場の電界強度に関する研究 (第2報)

## —漏電場に存在する物体の影響の解析—

本山建雄 山野英記 田中隆二

Theoretical Analysis of Electric Field Produced by Underwater Leakage Current  
—Effects of a Solid Body on the Field Intensity—

by T. Motoyama, E. Yamano & R. Tanaka

This is one of a series of research work concerning the prevention of underwater electric shocks.

In this report the authors give the results of theoretical analysis of the intensity of underwater electric field which will be affected by the existence of a certain solid body in water.

In respect of the solid body, its electric conductivity, size and configuration contribute to the intensity of underwater electric field in conjunction with electric conductivity of water itself.

Effects of each of the above factors on the field intensity are theoretically evaluated, particularly in terms of a ratio  $E=E_s/E_0$ , where  $E$  and  $E_0$  are electric field intensities in, and prior to, the existence of a solid body in water, respectively.

Main conclusions obtained are as follows:

- (1) The effect of electric conductivity ( $\sigma_0$ ) of a solid body could be evaluated in relation to electric conductivity ( $\sigma_w$ ) of water. The maximum value of  $E_s$  will be approximately 1.5 or 3.0, depending upon whether the ratio ( $\sigma_0/\sigma_w$ ) is much smaller or larger than 1;
- (2) While the size of a solid body does not affect the maximum value of  $E_s$ , the range of effects would be expanded with the increase of the size;
- (3) Configuration of a solid body has complicated effects on the electric field intensity, particularly in respect of its sharpness; and
- (4) Direction and non-uniformity of electric field should be also taken into account for the evaluation of underwater electric field.

## 1. ま え が き

海洋開発に伴う水中作業においては、人間が潜水し、調査・点検・保守・修理などの作業を直接行う必要性が高く、これに伴って、電気をエネルギー源とした作業機器を水中で利用することも多い<sup>1)</sup>。しかし、これらの電気機器は、水中で使用する場合は陸上で使用する場合よりも漏電を生じやすい。例えば水中電気溶接または溶断時のように水中に電流が流れたり、あるいは事故等による漏電、電気絶縁の自然劣化などによる漏電が発生しやすい。

水中において、漏電が発生すると漏れ電流の場（漏電場）が形成され、その中にいる作業者は条件によっては激しい電撃を受けて死亡したり、運動機能の一時的な麻痺などによって溺死することも十分に予想される。このため、水中で電気機器を使用する場合の電撃防止方法について十分に研究し、その処置を講ずる必要がある。

本研究は以上のような必要性から、水中の電撃防止のための研究の一環として、第一報<sup>2)</sup>（漏電電極と電界強度との関係）に引続き、漏電場に存在する物体が漏電場の電界強度に及ぼす影響について検討したものである。

## 2. 漏電場の電界強度に及ぼす介在物の影響

水中の漏電場に、水と異なる導電率をもつ物体が介在すると、漏電場の電界強度はこの物体の影響を受け、ラプラスの式を満たすように変化する。すなわち、物体が介在したときの漏電場は、それが介在する前の電界強度よりも部分的に大きな電界強度の領域と、小さな電界強度の領域とに変化する。ここでは、この変化を漏電場に介在する物体（以下、介在物\*と呼ぶ）の影響と考え、介在物に関する各因子とこの変化の大きさとの関係を検討する。

### 2.1 電界強度に影響を及ぼす介在物にかかわる因子

水中に介在物が存在するときに、漏電場の電界強度に関係する因子のうち、漏電部にかかわるもの以外の因子を列挙すると、Table 1 の a. ようになる。なお、Table 1 の b. “その他の因子” は、介在物の因子と相まって漏電場に影響するものである。また、Table 1 には以下で用いる各因子の記号も併せて示してある。

\* 漏電部を除く

Table 1 Factors of a solid body in water affecting electric field intensity induced in water by leakage current, and their symbols.

漏電場の電界強度に及ぼす要因とその記号

Factors	Symbols
a. Factors of a solid body in water	
(1) Conductivity	$\sigma_0$
(2) Size	a
(3) Shape	m
b. Other factors	
(4) Conductivity of water	$\sigma_w$
(5) Electric field intensity prior to the existance of a solid body in water	E

### 2.2 検 討 方 法

はじめに、漏電場に及ぼす各因子の影響を、介在物が存在する前の電界強度  $|E_0|$  と介在物が存在することによって変化した電界強度  $|E|$  との比  $E_s (=|E|/|E_0|)$  により表わすことにする。

各因子の影響の検討手順は次のようである。

まず、各因子の検討に適した漏電場モデルをそれぞれ想定し、そのモデルでの電界強度  $E (=|E|)$ ；以下、同様）を与える式を求める。このとき、想定された漏電場は、漏れ電流のほとんどが伝導電流から成り\*\*、また、介在物の界面において電位降下が生じない場とする。

次に、得られた電界強度の式を変形して  $E_s$  の式を求め、この式から漏電場の電界強度に及ぼす各因子の影響を検討する。そして、 $E_s$  の計算例により影響の大きさを定量的に示す。

なお、電撃危険性を評価する上で  $E_s$  の最大、すなわち、 $E > E_0 (=|E_0|)$  となる領域の中で最も強い影響の大きさを知ることが重要であるので、本報ではこれを中心に検討してある。

### 2.3 電界強度に及ぼす各因子の影響

#### 2.3.1 介在物の導電率の影響

介在物の導電率  $\sigma_0$  の影響を Fig. 1 に示すような、球状介在物（半径 a、導電率  $\sigma_0$ ）が均一な電界  $E_0$  の水中（導電率  $\sigma_w$ ）に置かれた漏電場モデルにより検討する。

この漏電場の電界  $E$  は  $E_0$  と同じ向きに直線 AOA' に対して対称となることから、点 P での電界強度  $E (=|E|)$  は OA からの角度  $\alpha$  と OP 間の距離 r との変数で

\*\* 漏れ電流には、この他に電束電流があり、一般の商用電源のように低周波では伝導電流  $\gg$  電束電流となる。

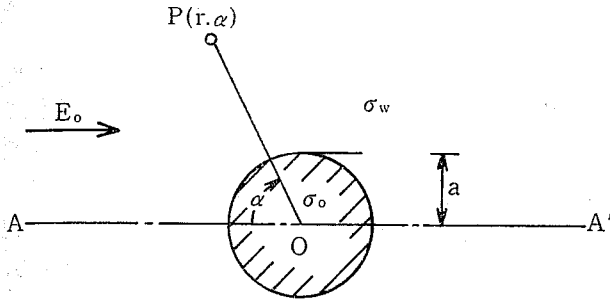


Fig. 1 A model for evaluating the electric field intensity affected by the conductivity ( $\sigma_0$ ) of a solid body in water ( $E_0$  denotes the field intensity prior to the existence of a solid body in water).

介在物の導電率  $\sigma_0$  の影響を検討する漏電場モデル (球状介在物が存在しない場合には、一様な電界となるモデル)

表わされ、次式となる<sup>3)</sup>。

$$E = E_0 \left\{ \left( \frac{a^3}{r^3} \cdot \frac{\sigma_s - 1}{\sigma_s + 2} \right)^2 (4 - 3 \sin^2 \alpha) + 2 \frac{a^3}{r^3} \cdot \frac{\sigma_s - 1}{\sigma_s + 2} (2 - 3 \sin^2 \alpha) + 1 \right\}^{1/2} \quad (1)$$

ただし、

$$\sigma_s = \sigma_0 / \sigma_w$$

(1)式において、 $\sigma_0$  は  $\sigma_w$  との比  $\sigma_s$  の形で含まれており、 $\sigma_0$  と  $\sigma_w$  とが相まって電界強度  $E$  に影響を及ぼすことがわかる。

介在物の影響を示す指標  $E_s (=E/E_0)$  は、(1)式を  $E_0$  で除することによって求まり、次式となる。

$$E_s = \left\{ \left( \frac{a^3}{r^3} \cdot \frac{\sigma_s - 1}{\sigma_s + 2} \right)^2 (4 - 3 \sin^2 \alpha) + 2 \frac{a^3}{r^3} \cdot \frac{\sigma_s - 1}{\sigma_s + 2} (2 - 3 \sin^2 \alpha) + 1 \right\}^{1/2} \quad (1')$$

$E_s$  の最大  $E_{smax}$  (以下、このように記す) 及びその位置 ( $r, \alpha$ ) を求めるために、(1)'式を  $r$  及び  $\alpha$  で偏微分すると次式が得られる。

$$\frac{\partial E_s}{\partial r} = \frac{-3a^3(\sigma_s - 1)}{\sqrt{E_s} \cdot r^4 \cdot (\sigma_s + 2)}$$

$$\left\{ \frac{a^3}{r^3} \cdot \frac{\sigma_s - 1}{\sigma_s + 2} (4 - 3 \sin^2 \alpha) + (2 - 3 \sin^2 \alpha) \right\} \quad (2)$$

$$\frac{\partial E_s}{\partial \alpha} = \frac{-3a^3(\sigma_s - 1)}{\sqrt{E_s} \cdot r^3 \cdot (\sigma_s + 2)}$$

$$\left( \frac{a^3}{r^3} \cdot \frac{\sigma_s - 1}{\sigma_s + 2} + 2 \right) \sin \alpha \cdot \cos \alpha \quad (3)$$

(2), (3) 式はともに  $(\sigma_s - 1)$  を因数にもっており、 $\sigma_s > 1$  の場合と  $\sigma_s < 1$  の場合とでは、 $E_{smax}$  となる位置が異なることを示唆している。(2), (3) 式の右边を零において  $E_{smax}$  となる  $r, \alpha$  を求めると次のようにな

る\*。

i)  $\sigma_s > 1$  のとき:  $r = a, \alpha = 0$  及び  $\pi$  の2点

ii)  $\sigma_s < 1$  のとき:  $r = a, \alpha = \pi/2$  で表わされる円一方、 $E_{smax}$  は次式で与えられる。

i)  $\sigma_s > 1$  のとき

$$E_{smax} = 1 + 2 \frac{\sigma_s - 1}{\sigma_s + 2} \quad (4)$$

ii)  $\sigma_s < 1$  のとき

$$E_{smax} = 1 - \frac{\sigma_s - 1}{\sigma_s + 2} \quad (5)$$

(4)式より、 $\sigma_s > 1$  のときには  $\sigma_s$  が大きくなると  $E_{smax}$  は大きくなり、 $\sigma_s \gg 1$  のとき  $E_{smax} \approx 3$  となることがわかる。また、(5)式より、 $\sigma_s < 1$  のときには  $\sigma_s$  が小さくなると  $E_{smax}$  は大きくなり、 $\sigma_s \ll 1$  のときに  $E_{smax} \approx 1.5$  なることがわかる。すなわち、 $\sigma_0$  と  $\sigma_w$  との差が大きくなると  $E$  に及ぼす  $\sigma_0$  の影響も大きくなることがわかる。

[計算例]

(4), (5)式から  $\sigma_s$  と  $E_{smax}$  との関係を求めると、Fig. 2 となる。これによると、 $\sigma_s$  が  $10^0$  から  $10^7$  あるいは  $10^{-7}$  に近づくと  $E_{smax}$  は大きくなるものの、 $10^2 < \sigma_s < 10^7$  及び  $10^{-7} < \sigma_s < 10^{-2}$  において  $E_{smax}$  はほぼ一定となることがわかる。このことは、 $\sigma_s > 10^2$  のときには介在物を導体として、 $\sigma_s < 10^{-2}$  のときには介在物を絶縁物として扱っても、そのことによる誤差は小さいことを意味している。

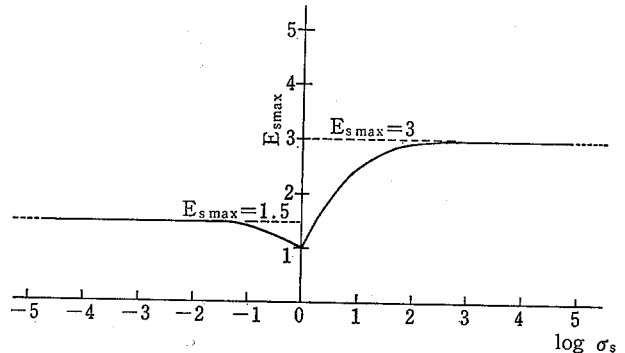


Fig. 2 An example of calculation, giving the relationship between  $\sigma_s (= \sigma_0 / \sigma_w)$  and  $E_{smax}$ . 介在物と水との導電率比 ( $\sigma_s = \sigma_0 / \sigma_w$ ) と、 $\sigma_s$  におけるその影響の最大  $E_{smax}$  との関係を示す計算例

### 2.3.2 介在物の大きさの影響

介在物の大きさの影響を前掲の Fig. 1 モデルにより検討する。このモデルにおいて、介在物の大きさを球の半

\* このモデルにおいて、 $r, \alpha$  がともに定数となったが、球以外の形状では変数を含む式となる。

径  $a$  とする。また、 $E_s$  は前掲の(1)'式、 $E_{smax}$  は前の掲(4)、(5)式で表わされる。

(1)'式において、 $E_s$  は  $a/r$  の関数と考えることもでき、この式から、 $a/r$  が一定のとき  $E_s$  も一定となること、すなわち、 $a$  が大きくなると同じ影響を及ぼす位置 ( $r$  で表わす) も  $a$  に比例して大きくなることわかる。また、(4)、(5)式から、 $E_{smax}$  は  $a$  に関係しないことがわかる。

以上のことから、介在物の大きさによらず  $E_0$  が均一なとき、介在物の大きさは影響の及ぶ範囲に関係すること、及び、影響の最大  $E_{smax}$  に関係しないことがわかる。

2.3.3 介在物の形状の影響

介在物の形状としては様々なものが考えられるが、ここで形状として考慮すべき主要な点は、その尖り具合にあると考える。この尖り具合を解析上、効果的に扱えるものとして、ここでは回転だ円体を取り上げることにする。

る場合と、(b)形状が球状から円盤状へと変化する場合に分け、検討する。

Fig. 3 において、回転だ円体の中心を直交座標  $(x, y, z)$  の原点  $O$  とし、回転軸を  $z$  軸とする。介在物を置く前の電界  $E_0$  の方向は、 $zx$  平面に平行で、かつ、 $xy$  平面と  $\beta$  の角度をなすものとする。

また、介在物が置かれたときの電界強度  $E$  は、回転だ円体の中心  $O$  及び  $zx$  平面に対して対称となることから、 $E_0$  の方向  $\beta$  の範囲を  $0 \leq \beta \leq \pi/2$  の範囲とし、そして、検討する漏電場の範囲を  $y \geq 0$  (ただし、 $x > 0, y = 0, z = 0$  は除く；また回転だ円体面座標では  $0 \leq \varphi < \pi$  に対応する) かつ、 $z \geq 0$  (回転だ円体面座標では  $0 \leq \mu \leq 1$  に対応する) の範囲とする。

なお、Fig. 3 の電界は、介在物の回転軸が長軸の場合には長軸回転だ円面座標\* ( $\lambda, \mu, \varphi$ )、介在物の回転軸が短軸の場合には短軸回転だ円面座標\*\* ( $\lambda, \mu, \varphi$ ) で扱うのに適しており、以下の解析的な検討では、これらの座標を用いる。

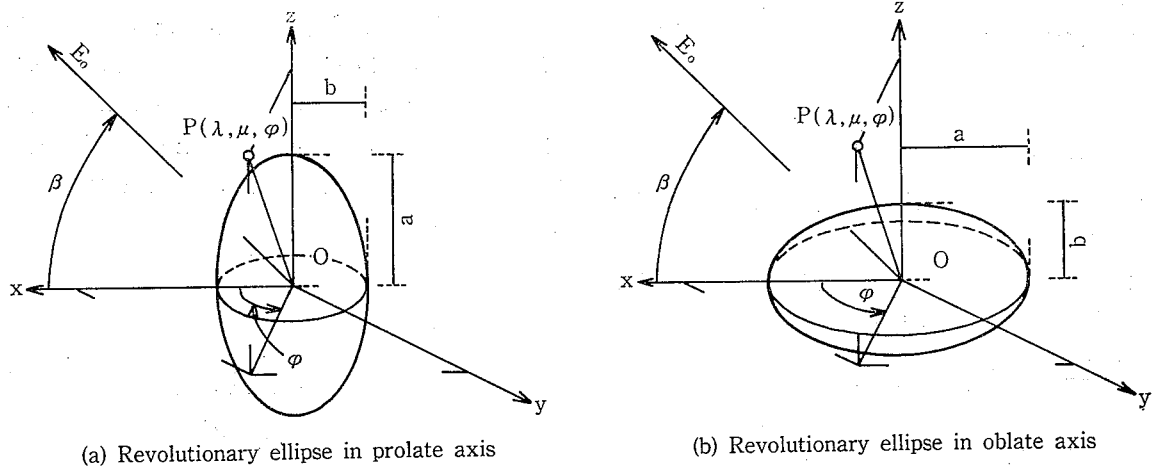


Fig. 3 Models for evaluation the effect of configuration of a solid body.

介在物の形状の影響を検討する漏電場モデル (介在物が存在しない場合には、均一な電界  $E_0$  となる)

回転だ円体の形状を長軸  $2a$  と短軸  $2b$  との比  $m (= a/b)$  で表わすと、形状は、(a)回転軸が長軸の場合には  $m$  が大きくなると球から紡錘状へと、(b)回転軸が短軸の場合には  $m$  が大きくなると球から円盤状へと、連続的に変わる。このとき、その尖り具合は(a)の場合には球から針状の尖り具合へと、(b)の場合には球から板状の尖り具合へと、連続的に変化することになる。

形状の影響は、Fig. 3 に示すような、均一な電界  $E_0$  の水中 (導電率  $\sigma_w$ ) に回転だ円体の介在物が置かれたモデルを用いて、(a)形状が球状から紡錘状へと変化する

さて、上述の漏電場から  $m$  と  $E_{smax}$  との関係を検討するのであるが、まず第一段階として  $E_s$  を求め、次にその最大  $E_{smax}$  を求める。

( $E_s$  の式)

(a) 回転軸が長軸の場合

Fig. 3 (a)の点  $P(\lambda, \mu, \varphi)$  での電位  $V$  は次式<sup>3)</sup>で与

\*  $\lambda = \text{const.}$  は回転だ円面、 $\mu = \text{const.}$  は双葉の回転双曲面、そして  $\varphi = \text{const.}$  は共軸平面を表わす。

\*\*  $\lambda = \text{const.}$  は回転だ円面、 $\mu = \text{const.}$  は単葉の回転双曲面、そして  $\varphi = \text{const.}$  は共軸平面を表わす。

えられる。

$$V_p = -E_0 \sin \beta \cdot c \cdot \mu \left( \lambda - \frac{Q_1(\lambda)}{\alpha_{p1}} \right) - E_0 \cos \beta \cdot c \cdot \sqrt{1-\mu^2} \cdot \left( \sqrt{\lambda^2-1} - \frac{Q_1'(\lambda)}{\alpha_{p2}} \right) \cos \varphi \quad (6)$$

ただし,

$c = \sqrt{a^2 - b^2}$  (だ円体の中心から焦点までの距離)

$$\alpha_{p1} = \frac{1}{\sigma_s - 1} \left( \sigma_s \frac{Q_1(\lambda_p)}{P_1(\lambda_p)} - \frac{Q_1'(\lambda_p)}{P_1'(\lambda_p)} \right)$$

$$\alpha_{p2} = \frac{1}{\sigma_s - 1} \left( \sigma_s \frac{Q_1'(\lambda_p)}{P_1'(\lambda_p)} - \frac{Q_1(\lambda_p)}{P_1(\lambda_p)} \right)$$

$\sigma_s = \frac{\sigma_0}{\sigma_w}$  (だ円体の導電率  $\sigma_0$  と水の導電率  $\sigma_w$  との比)

$\lambda_p = \frac{a}{c}$  ( $\lambda = \lambda_p$  はだ円体の表面を表わす)

$P_1(\lambda), Q_1(\lambda)$ : 第一種, 第二種ルジャンドル関数

$P_1'(\lambda), Q_1'(\lambda)$ : 第一種, 第二種ルジャンドルの倍関数

$P, Q$  の上端につく (') は,  $\lambda$  による微分を意味する。

また, 点Pでの電界は, その各成分 ((6)式を  $\lambda, \mu$  及び  $\varphi$  のそれぞれで微分した式に係数\*を乗じた式であり, それらを  $E_\lambda, E_\mu$  及び  $E_\varphi$  とする) から求まり, 次式で表わされる。<sup>3)</sup>

$$E = \sqrt{E_\lambda^2 + E_\mu^2 + E_\varphi^2} \quad (7)$$

ただし,

$$E_\lambda = -\frac{1}{c} \sqrt{\lambda^2-1} \frac{\partial V_p}{\partial \lambda} \quad E \text{ の } \lambda \text{ 成分}$$

$$E_\mu = -\frac{1}{c} \sqrt{1-\mu^2} \frac{\partial V_p}{\partial \mu} \quad E \text{ の } \mu \text{ 成分}$$

$$E_\varphi = -\frac{1}{c} \frac{1}{\sqrt{(\lambda^2-1)(1-\mu^2)}} \frac{\partial V_p}{\partial \varphi} \quad E \text{ の } \varphi \text{ 成分}$$

ここで,  $E_s$  は(7)式を  $E_0$  で除した式  $E/E_0$  となる。

(b) 回転軸が短軸の場合

Fig. 3 (b) の点 P ( $\lambda, \mu, \varphi$ ) での電位  $V$  は次式<sup>3)</sup> で与えられる。

$$V_0 = -E_0 \sin \beta \cdot \frac{c}{i} \cdot \mu \cdot \left( i\lambda - \frac{Q_1(i\lambda)}{\alpha_{01}} \right) - E_0 \cos \beta \cdot \frac{c}{i} \sqrt{1-\mu^2} \cdot \left( i \cdot \sqrt{\lambda^2+1} - \frac{Q_1'(i\lambda)}{\alpha_{02}} \right) \cos \varphi \quad (8)$$

ただし,

$i^2 = -1$  ( $i$  は虚数を意味する)

$c = \sqrt{a^2 - b^2}$

$$\alpha_{01} = \frac{1}{\sigma_s - 1} \left( \sigma_s \frac{Q_1(i\lambda_0)}{P_1(i\lambda_0)} - \frac{Q_1'(i\lambda_0)}{P_1'(i\lambda_0)} \right)$$

$$\alpha_{02} = \frac{1}{\sigma_s - 1} \left( \sigma_s \frac{Q_1'(i\lambda_0)}{P_1'(i\lambda_0)} - \frac{Q_1(i\lambda_0)}{P_1(i\lambda_0)} \right)$$

$\lambda_0 = \frac{b}{c}$  ( $\lambda = \lambda_0$  は回転だ円体の表面を表わす)

$P, Q$  に関しては(6)式と同じ

また, 電界  $E$  は(a)の場合と同様の方法で求まり, 次式となる。

$$E = \sqrt{E_\lambda^2 + E_\mu^2 + E_\varphi^2} \quad (9)$$

ただし,

$$E_\lambda = -\frac{1}{c} \sqrt{\lambda^2+1} \frac{\partial V_0}{\partial \lambda} \quad E \text{ の } \lambda \text{ 成分}$$

$$E_\mu = -\frac{1}{c} \sqrt{1-\mu^2} \frac{\partial V_0}{\partial \mu} \quad E \text{ の } \mu \text{ 成分}$$

$$E_\varphi = -\frac{1}{c} \frac{1}{\sqrt{(\lambda^2+1)(1-\mu^2)}} \frac{\partial V_0}{\partial \varphi} \quad E \text{ の } \varphi \text{ 成分}$$

ここで,  $E_s$  は(9)式を  $E_0$  で除した式  $E/E_0$  となる。

( $E_{s\max}$  の式)

(a) 回転軸が長軸の場合

まず,  $E_{s\max}$  となる  $\lambda, \mu$  及び  $\varphi$  (以下,  $\lambda_{px}, \mu_{px}$  及び  $\varphi_{px}$  とする) を求め, 次にそれらの値を  $E_s$  の式に代入し,  $E_{s\max}$  を求める。

$E_{s\max}$  となる位置は, 回転だ円体の表面にあることから,  $\lambda_{px}$  は次式となる。

$$\lambda_{px} = \lambda_p \quad (10-1)$$

一方,  $\mu_{px}$  及び  $\varphi_{px}$  は, (7)式を  $\mu$  及び  $\varphi$  で微分し, それらを零と置いた連立方程式から求まる。

まず,  $\partial E / \partial \mu = 0$  より

$$\sin \varphi = 0 \quad (10-2)$$

と

$$\cos \varphi = -\frac{\mu}{\lambda_p} \sqrt{\frac{\lambda_p^2-1}{1-\mu^2}} \cdot \frac{M_p}{N_p} \cdot \tan \beta \quad (10-3)$$

ただし,

$$M_p = \frac{P_1'(\lambda_0) Q_1(\lambda_0) - P_1(\lambda_0) Q_1'(\lambda_0)}{\sigma_s P_1'(\lambda_0) Q_1(\lambda_0) - P_1(\lambda_0) Q_1'(\lambda_0)}$$

$$= \frac{1}{\lambda_p (\lambda_p^2 - 1) \left( \frac{1}{2} \ln \frac{\lambda_p + 1}{\lambda_p - 1} \right)}$$

$$\cdot \frac{(\sigma_s - 1) + \lambda_p^2 - \sigma_s (\lambda_p^2 - 1)}{(\sigma_s - 1) + \lambda_p^2 - \sigma_s (\lambda_p^2 - 1)}$$

$$N_p = \frac{P_1''(\lambda_0) Q_1'(\lambda_0) - P_1'(\lambda_0) Q_1''(\lambda_0)}{\sigma_s P_1''(\lambda_0) Q_1'(\lambda_0) - P_1'(\lambda_0) Q_1''(\lambda_0)}$$

$$= \frac{-2}{\lambda_p (\lambda_p^2 - 1) \left( \frac{1}{2} \ln \frac{\lambda_p + 1}{\lambda_p - 1} \right)}$$

$$\cdot \frac{(\sigma_s - 1) + \lambda_p^2 - \sigma_s \lambda_p^2 + 2}{(\sigma_s - 1) + \lambda_p^2 - \sigma_s \lambda_p^2 + 2}$$

が得られる。

次に,  $\partial E / \partial \varphi = 0$  より

\* 測度係数 (metric coefficients) とよばれる。

$$\mu = \pm \frac{\lambda_p \cdot N_p \cos \varphi}{\sqrt{(\lambda_p^2 - 1) M_p^2 \tan^2 \beta + \lambda_p^2 N_p^2 \cos^2 \varphi}} \quad (10-4)$$

と

$$\mu = \pm \frac{\lambda_p \cdot M_p \tan \beta}{\sqrt{\lambda_p^2 M_p^2 \tan^2 \beta + (\lambda_p^2 - 1) N_p^2 \cos^2 \varphi}} \quad (10-5)$$

が得られる。

(10-2)~(10-5)式より、 $0 \leq \mu \leq 1$  かつ  $0 \leq \varphi \leq \pi$  の範囲にある  $\mu, \varphi$  の関係式を求めると次式となる。

$$\begin{aligned} \varphi = 0 \\ \mu = \frac{\lambda_p \cdot M_p \tan \beta}{\sqrt{\lambda_p^2 M_p^2 \tan^2 \beta + (\lambda_p^2 - 1) N_p^2}} \end{aligned} \quad (11)$$

及び、

$$\mu = \frac{\lambda_p \cdot N_p \cos \varphi}{\sqrt{(\lambda_p^2 - 1) M_p^2 \tan^2 \beta + \lambda_p^2 N_p^2 \cos^2 \varphi}} \quad (12)$$

なお、(11)式は点を、(12)式は  $\mu$  と  $\varphi$  との関係を表わしている。

(11)、(12)式の  $\mu, \varphi$  に数値を代入して、検討したところ、 $\sigma_s > 1$  の場合と  $\sigma_s < 1$  の場合とでは  $\mu_{px}, \varphi_{px}$  は異なり、次式のようになった\*。

i)  $\sigma_s > 1$  のとき

$$\begin{aligned} \lambda_{px} = \lambda_p \\ \mu_{px} = \frac{\lambda_p \cdot M_p \tan \beta}{\sqrt{\lambda_p^2 M_p^2 \tan^2 \beta + (\lambda_p^2 - 1) N_p^2}} \\ \varphi_{px} = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

$$E_{smax} = \sigma_s \cdot \cos \beta \cdot \sqrt{M_p^2 \tan^2 \beta + N_p^2} \quad (14)$$

ii)  $\sigma_s < 1$  のとき

$$\begin{aligned} \lambda_{px} = \lambda_p \\ \mu_{px}, \varphi_{px} \text{ は次式の関係式を満足する } \mu, \varphi \\ \mu = \frac{\lambda_p \cdot N_p \cos \varphi}{\sqrt{(\lambda_p^2 - 1) M_p^2 \tan^2 \beta + \lambda_p^2 N_p^2 \cos^2 \varphi}} \end{aligned} \quad (15)$$

$$E_{smax} = \cos \beta \cdot \sqrt{M_p^2 \tan^2 \beta + N_p^2} \quad (16)$$

(b) 回転軸が短軸の場合

$E_{smax}$  となる  $\lambda, \mu$  及び  $\varphi$  の各値を  $\lambda_{0x}, \mu_{0x}$  及び  $\varphi_{0x}$  とおき、(a)の場合と同様にして求めると、次のようになる。

i)  $\sigma_s > 1$  のとき

$$\begin{aligned} \lambda_{0x} = \lambda_0 \\ \mu_{0x} = \frac{\lambda_{0x} \cdot M_0 \tan \beta}{\sqrt{\lambda_{0x}^2 M_0^2 \tan^2 \beta + (\lambda_{0x}^2 + 1) N_0^2}} \\ \varphi_{0x} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$E_{smax} = \sigma_s \cdot \cos \beta \cdot \sqrt{M_0^2 \tan^2 \beta + N_0^2} \quad (18)$$

ただし、

$$\begin{aligned} M_0 &= \frac{P_1'(i\lambda_0) Q_1(i\lambda_0) - P_1(i\lambda_0) Q_1'(i\lambda_0)}{\sigma_s P_1'(i\lambda_0) Q_1(i\lambda_0) - P_1(i\lambda_0) Q_1'(i\lambda_0)} \\ &= \frac{-1}{\lambda_0(\lambda_0^2 + 1) (\cot^{-1} \lambda_0) (\sigma_s - 1) - \lambda_0^2 (\sigma_s - 1) - \sigma_s} \\ N_0 &= \frac{P_1^{11}(i\lambda_0) Q_1^{11}(i\lambda_0) - P_1^{11}(i\lambda_0) Q_1^{11}(i\lambda_0)}{\sigma_s P_1^{11}(i\lambda_0) Q_1^{11}(i\lambda_0) - P_1^{11}(i\lambda_0) Q_1^{11}(i\lambda_0)} \\ &= \frac{2}{\lambda_0(\lambda_0^2 + 1) (\cot^{-1} \lambda_0) (\sigma_s - 1) - \lambda^2 (\sigma_s - 1) + 2} \end{aligned}$$

ii)  $\sigma_s < 1$  のとき

$$\begin{aligned} \lambda_{0x} = \lambda_0 \\ \mu_{0x}, \varphi_{0x} \text{ は次式の関係式を満足する } \mu, \varphi \\ \mu = \frac{\lambda_0 \cdot N_0 \cos \varphi}{\sqrt{(\lambda_0^2 + 1) M_0^2 \tan^2 \beta + \lambda_0^2 N_0^2 \cos^2 \varphi}} \end{aligned} \quad (19)$$

$$E_{smax} = \cos \beta \cdot \sqrt{M_0^2 \tan^2 \beta + N_0^2} \quad (20)$$

さて、上式より回転だ円体の形状  $m$  が変化したときの  $E_{smax}$  及びその位置に対する影響について検討する。

(a) 形状が球状から紡錘状へと変化したときの影響  
このような形状の変化は、回転軸が長軸の場合において生ずる変化であり、 $m$  を変数としてその影響を検討する。

i)  $\sigma_s > 1$  のとき

[ $E_{smax}$  となる位置] この位置は(13)式で表わされ、回転だ円体の表面と  $\varphi = 0$  との交線上の点となる。(13)式からこの点は  $m = 1 + \varepsilon$  ( $0 < \varepsilon < 1$ ) のとき、球でのそれと同じ位置、すなわち、 $\mu$  を  $xy$  平面からの最小の仰角  $\theta$  (以下、 $\theta$  はこの定義のもとで使う) に置き換えると  $\theta = \beta$  であったものが、 $m$  が大きくなり形状が紡錘状に近づくと、交線上を尖端側 ( $\mu = 1$  または  $\theta = \pi/2$ ) に移動して  $z$  軸に近づくことがわかる。なお、(13)式で表わされないが、中心  $O$  に対するこの点の対称点も  $E_{smax}$  となる位置である。

[ $E_{smax}$ ] これは(14)式で表わされ、この式から形状  $m$  と  $E_{smax}$  との関係を検討する。

まず、(14)式を  $m$  で偏微分すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{smax}}{\partial m} &= \sigma_s \cdot \frac{\cos \beta}{\sqrt{M_p^2 \tan^2 \alpha + N_p^2}} \cdot \frac{(1 - \sigma_s)}{(m^2 - 1)^{3/2}} \\ &\cdot \left\{ 3 \lambda_p - (3 \lambda_p^2 - 1) \cdot \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\lambda_p + 1}{\lambda_p - 1} \right) \right\} \\ &\cdot \left( M_p^3 \tan^2 \beta - \frac{N_p^3}{2} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

(21)式の右辺において、 $(M_p^3 \tan^2 \beta - N_p^3/2)$  以外の因

\*  $E_{smax}$  の式及び  $\lambda_{px}, \mu_{px}$  及び  $\varphi_{px}$  の算出は主に、解析的に行なったが、それが難しいときには数値的に確認することによって、行なった。

また、 $E_{smax}$  となる位置において、電界の成分  $E_x, E_y$  及び  $E_z$  のうち、i)  $\sigma_s > 1$  のときには  $E_z = 0$ 、及び  $E_x = 0$ 、ii)  $\sigma_s < 1$  のときには  $E_x = 0$  となること推定され、それらの位置を表わす式を代入したところ、そのことが解析的に確かめられた。なお、回転軸が短軸の場合も同様である。

数の積は正となることから、 $\partial E_{smax}/\partial m$  の符号はこの因数の符号により定まることになる。

この因数は  $m$  の他に、 $\sigma_s$  及び  $\beta$  の関数となり、この符号を解析的に検討することは困難であり、また、その結果は見通しの悪いものとなることが推測される。このため、ここではこの因数の  $m, \sigma_s$  及び  $\beta$  に数値を代入するという数値的な方法でこの因数の符号を求め、 $E_{smax}$  と  $m$  の関係を推定することにした。なお、 $m, \sigma_s$  及び  $\beta$  の値としては、 $m=1.1, 5, 10, 100, 1,000$ ;  $\sigma_s=10^{-8}, 10^{-2}, 10^{-1}, 0.9, 1.1, 10, 10^2, 10^8$ ;  $\beta=0, \pi/36, \dots, n\pi/36, \dots, 18\pi/36$  の各値を用いた。

数値を代入した結果、 $m, \sigma_s$  及び  $\beta$  の各値に対する  $\partial E_{smax}/\partial m$  の符号は Fig. 4 (a) のようになった。

Fig. 4 (a) から、 $E_{smax}$  は  $m$  に対して単調に増加あるいは減少する場合の他に、 $M_p^3 \tan^2 \beta - N_p^3/2=0$  を満足する  $m$  において極小となる場合のあることがわかる。また、 $E_{smax}$  が増加となる  $m$  の範囲は、 $\sigma_s, \beta$  に関

係し、 $\sigma_s$  が大きくなると、あるいは、 $\beta$  が大きくなると、その範囲は広くなることがわかる。

ii)  $\sigma_s < 1$  のとき

[ $E_{smax}$  となる位置] この位置は(15)式で表わされ、回転だ円体表面上の  $\mu=0, \varphi=\pm\pi/2$  ( $x=0, y=\pm b, z=0$ ) を通り、 $\mu < 0$  の場合も含めて示すと、中心  $O$  に対して対称となるような閉曲線となる。

(15)式から、この閉曲線は、 $m=1+\epsilon$  のとき球でのそれと同じ位置、すなわち、回転だ円体の表面と  $y$  軸を通り傾き  $\beta+\pi/2$  の平面との交線(円)にあり、 $m$  が大きくなりその形状が紡錘状に近づくと、 $y$  軸を中心に尖端( $\mu=\pm 1$ )側に近づくことがわかる。

[ $E_{smax}$ ] これは(16)式で表わされる。(16)式は  $m$  に関して(14)式と同じ形式であり、 $\partial E_{smax}/\partial m$  は(21)式を  $\sigma_s$  で除した式となる。 $\partial E_{smax}/\partial m$  の符号を  $\sigma_s > 1$  のときと同様に数値的に検討すると、Fig. 4 (b) となる。Fig. 4 (b) から、 $E_{smax}$  は  $\sigma_s > 1$  のときと同様に、

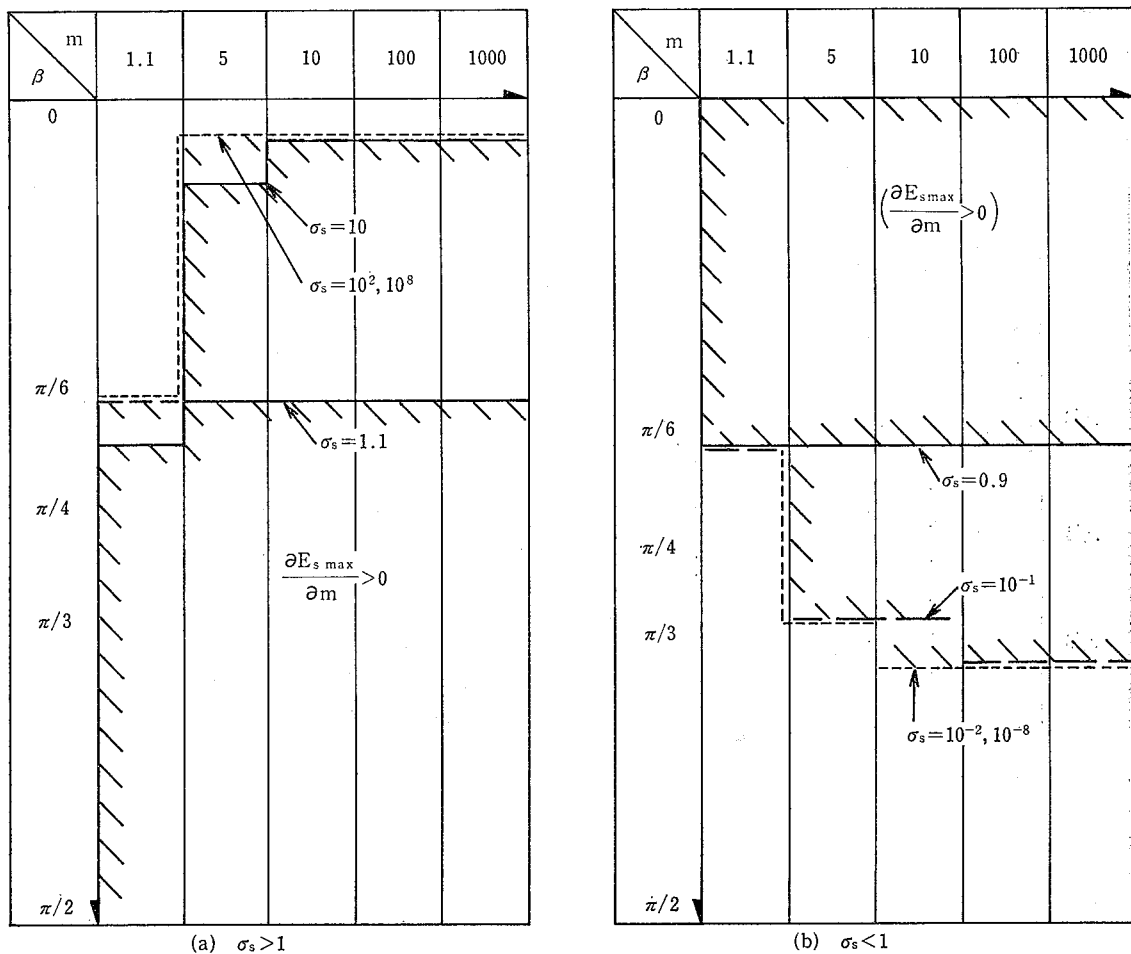


Fig. 4 Examples of calculation, giving the relationship between  $E_{smax}$  and factors which are  $m, \beta$  and  $\sigma_s$  (in the case of shape like a spindle).

$E_{smax}$  と  $m, \beta$  及び  $\sigma_s$  の関係 (形状が紡錘形の場合)



$m$ に対して単調に増加あるいは減少する場合の他に、 $M_p^3 \tan^2 \beta - N_p^3/2=0$ となる面において極小となる場合のあることがわかる。また、 $E_{smax}$ が増加となる $m$ の範囲は $\sigma_s, \beta$ に関係しており、 $\sigma_s$ が小さくなると、あるいは、 $\beta$ が小さくなると、その範囲は広がることになる。

(b) 形状が球状から円盤状へと変化したときの影響形状の、この変化は、回転軸が短軸の場合において生じる変化であり、 $m$ を変数として以下にこの影響を検討する。

i)  $\sigma_s > 1$  のとき

[ $E_{smax}$  となる位置] この位置は(17)式で表わされ、回転円体の表面と $\varphi=0$ との交線上の点となる。(17)式より、この点は $m=1+\epsilon$ のとき、球でのそれと同じ位置、すなわち、 $\mu$ を $\theta$ で表わすと $\theta=\beta$ であったものが、 $m$ が大きくなりその形状が円盤状に近づくと、交線上を尖端側( $\mu=0$ 、あるいは $\theta=0$ )に移動して $xy$ 平面

に近づくことがわかる。なお、(17)式では表わされないが、中心 $O$ に対するこの点の対称点も $E_{smax}$ となる位置である。

[ $E_{smax}$ ] これは(18)式で表わされる。この式から(a)-i)の場合と同様の手順で $\partial E_{smax}/\partial m$ の符号を求めるとFig. 5(a)のようになる。Fig. 5(a)によると、 $E_{smax}$ は $m$ に対して単調に増加あるいは減少する場合の他に、 $-M_0^3 \tan^2 \beta + N_0^3/2=0$ となる $m$ において極小となる場合のあることがわかる。また、 $E_{smax}$ が増加となる $m$ の範囲は $\sigma_s, \beta$ に関係し、 $\sigma_s$ が大きくなると、あるいは、 $\beta$ が小さくなると、その範囲は広がることになる。

ii)  $\sigma_s < 1$  のとき

[ $E_{smax}$  となる位置] この式は(19)式で表され、回転円体の表面上の $\mu=0, \varphi=\pm\pi/2$  ( $x=0, y=\pm b, z=0$ )を通り、 $\mu < 0$ の場合も含めると、中心 $O$ に対して対称となるような閉曲線となる。(19)式からこの閉曲線

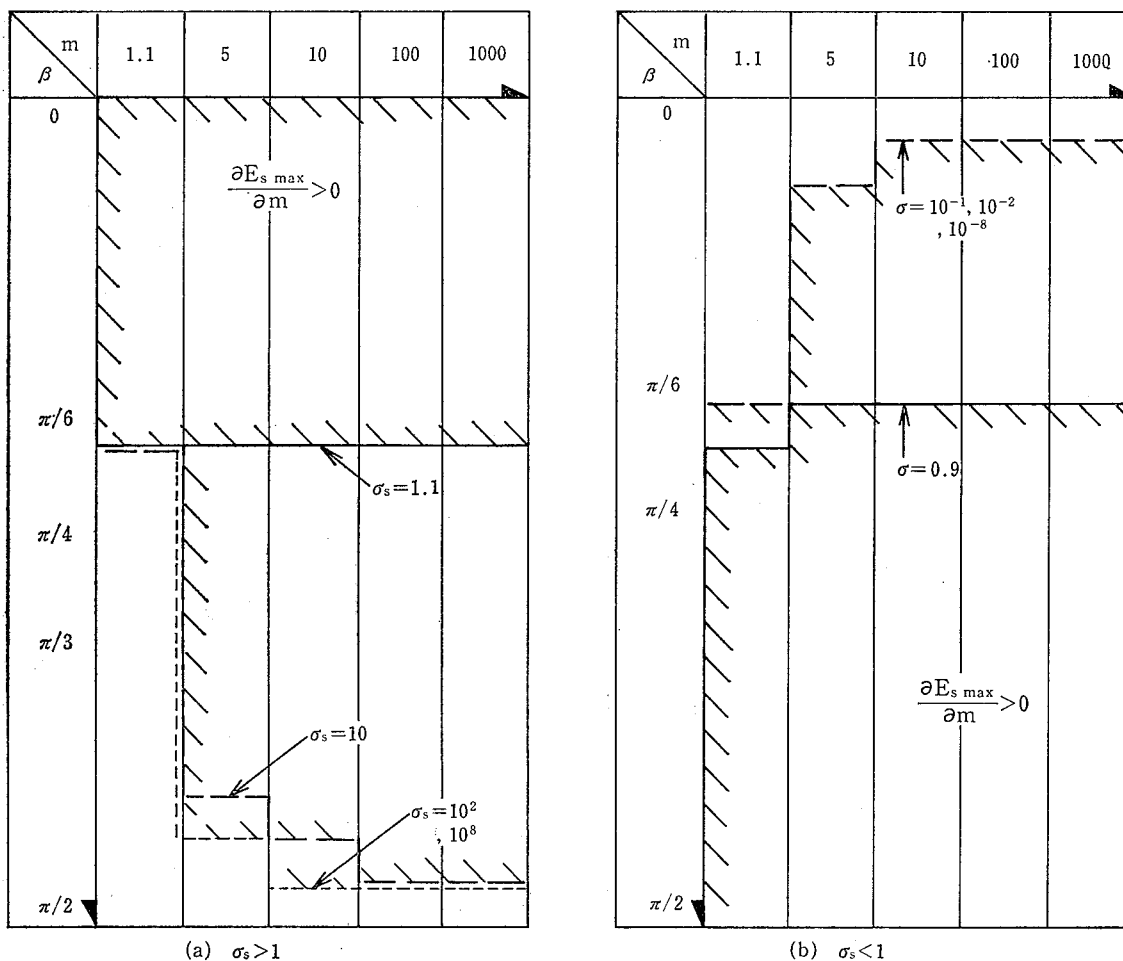


Fig. 5 Examples of calculation, giving the relationship between  $E_{smax}$  and factor which are  $m, \beta$  and  $\sigma_s$  (in the case of shape like a disk).

$E_{smax}$  と  $m, \beta$  及び  $\sigma_s$  との関係 (形状が円盤形の場合)

は、 $m=1+\epsilon$  のとき球でのそれと同じ位置にあり、 $m$  が大きくなりその形状が円盤状に近づくと、 $y$  軸を中心に尖端側 ( $\mu=0$  あるいは  $xy$  平面) に近づくことがわかる。

[ $E_{smax}$ ] これは(20)式で表わされる。この式から、 $\sigma_s > 1$  のときと同様にして  $\partial E_{smax}/\partial m$  を求めると、Fig. 5 (b)となる。Fig. 5 (b)から、 $E_{smax}$  は  $\sigma_s > 1$  のときと同様に、 $m$  に対して単調に増加、あるいは減少する場合の他に、 $-M_0^3 \tan^2 \beta + N_0^3/2=0$  となる  $m$  において極小となる場合のあることがわかる。また、 $E_{smax}$  が増加となる  $m$  の範囲は  $\sigma_s, \beta$  に関係し、 $\sigma_s$  が大きくなると、あるいは  $\beta$  が小さくなると、その範囲は広がることになる。

以上のことから次のことが言える。

1. 形状の因子は、他の因子 ( $\sigma_s$  及び  $\beta$ ) と相まって、漏電場の電界強度に影響を及ぼす。
2. 形状の尖り具合  $m$  が大きくなると、 $E_{smax}$  となる位置は尖端側に移動する。
3. 介在物の尖端と中心を通る線の  $x$  軸からの仰角を  $\gamma$  とすると、i)  $\sigma_s < 1$  のときには、 $\sigma_s$  が小さいほど、また、 $|\gamma - \beta|$  が大きいほど、ii)  $\sigma_s > 1$  のときには、 $\sigma_s$  が大きいほど、また、 $|\gamma - \beta|$  が小さいほど、 $E_{smax}$  は  $m$  の小さな値から増加し始める。そして、 $m$  が大きくなると  $E_{smax}$  も大きくなる。

[計算例]

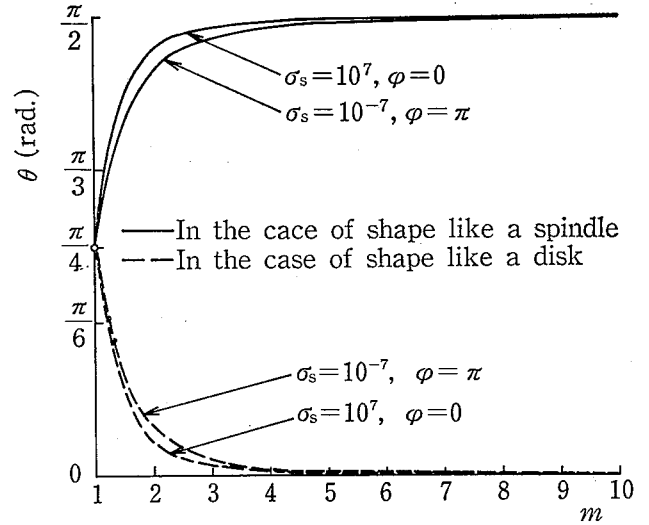
計算例から、形状の影響を定量的に推測する。まず、(13), (15), (17)及び(19)式において  $\beta = \pi/4$ ,  $\sigma_s = 10^7$  または  $10^{-7}$  としたときの、 $m$  と  $E_{smax}$  なる位置 ( $\lambda, \mu, \varphi$ ) との関係 (計算例) を Fig. 6 (a)に示す。ここで、 $\lambda$  は  $\lambda_p$  または  $\lambda_0$  であり、また、 $\sigma_s = 10^{-7}$  のときの位置 (閉曲線) を  $\varphi = \pi$  での位置 (点) により代表させていることから  $\varphi$  は 0 または  $\pi$  となる。このことから、 $E_{smax}$  となる位置を表わす変数は  $\mu$  だけとなる。また Fig. 6 (a)では、この位置に対する理解を助けるため  $\mu$  を  $xy$  平面からの最小の仰角  $\theta^*$  に変換して表わすことにする。(以下、同様とする) なお、 $\mu$  を  $\theta$  に変換する式は次式となる。

$$\tan \theta = m \cdot \frac{\mu}{\sqrt{1-\mu^2}} \quad (\text{回転軸が長軸の場合}) \quad (22)$$

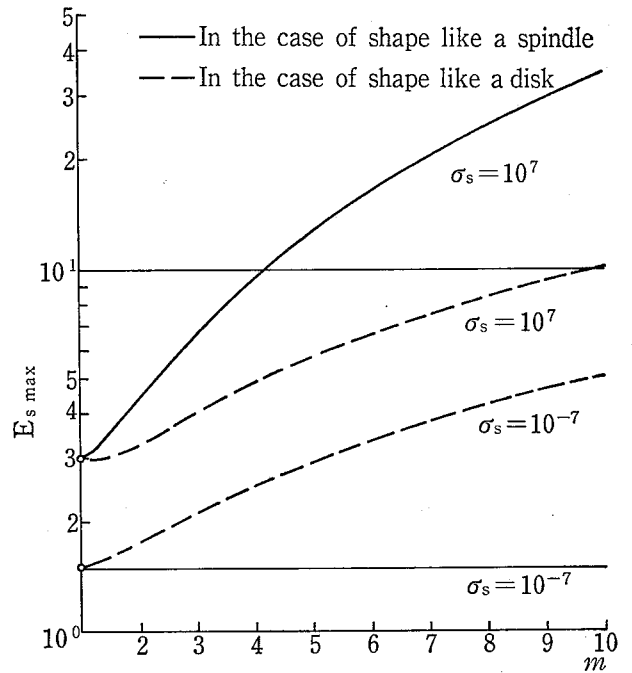
$$\tan \theta = \frac{1}{m} \cdot \frac{\mu}{\sqrt{1-\mu^2}} \quad (\text{回転軸が短軸の場合}) \quad (23)$$

Fig. 6 (a)によると、 $m$  が大きくなると  $E_{smax}$  となる位置  $\theta$  はそれぞれ尖端\*\* ( $\theta = \pi/2$  あるいは  $\theta = 0$ ) に近いことがわかる\*\*\*。

\*  $xy$  平面からの最小の仰角とは、例えば  $Ox$  からの



(a) Positions being  $E_{smax} (\mu > 0)$



(b) Magnitude of  $E_{smax}$

Fig. 6 Examples of calculation, giving the relationship between sharpness ( $m$ ) of configuration of a solid body and  $E_{smax}$ .

介在物の形状の鋭さ  $m$  と、その  $m$  における影響の最大との関係を示す計算例

仰角が  $\pi/2 + \beta$  のとき、 $\theta$  は  $\pi/2 - \beta$  となることを意味する。

\*\* 形状が球状から紡錘状へと変化する場合には  $\theta = \pi/2$ 、形状が球状から円盤状に変化する場合には  $\theta = 0$  となる。

\*\*\*  $10^{-7} < \sigma_s < 10^7$  のとき、 $m$  に対する  $\theta$  の変化は Fig. 6 (a) よりも緩やかになると考えられる。

次に、(14)、(16)、(18)及び(20)式において  $\beta=\pi/4$ 、 $\sigma_s=10^7$  または  $10^{-7}$  としたときの  $m$  と  $E_{smax}$  との関係(計算例)を Fig. 6 (b)に示す。これは Fig. 6(a)の位置に対応するものである。

Fig. 6 (b)によると、 $m=1$  のとき、回転だ円体の形状は球に近く、そのときの  $E_{smax}$  は球での値 ( $\sigma_s=10^7$  のとき  $E_{smax}=3$ 、 $\sigma_s=10^{-7}$  のとき  $E_{smax}=1.5$ ) となることがわかる。また、 $\sigma_s=10^{-7}$  で、形状が球状から紡錘状に変化する場合には、 $E_{smax}$  は  $m=1.54$  で極小となるものの、その他の条件では、 $m$  が大きくなると  $E_{smax}$  も大きくなることわかる。特に、 $\sigma_s=10^7$  で形状が球状から紡錘状と変化する場合は、 $m=10$  における  $E_{smax}$  は約 35 となり、形状の影響が大きいことを示している。

### 2.3.4 電界 $E_0$ の、方向の差異による影響

介在物の形状が回転だ円体のように、点対称とならない場合、漏電場の電界は介在物の形状と相まって電界  $E_0$  の方向の影響を受ける。以下、これについて前掲の Fig. 3 のモデル、すなわち、均一な電界の水中に回転だ円体の介在物を置いたモデルを用い、(a)形状が紡錘状の場合と(b)形状が円盤状の場合に分け\*、検討する。なお、 $E_0$  の方向は Fig. 3 に示すように、 $x$  軸からの仰角  $\beta$  で表わすことにする。

#### (a) 形状が紡錘状の回転だ円体の場合

##### i) $\sigma_s > 1$ のとき

[ $E_{smax}$  となる位置] この位置は前掲の(13)式で表わされ、回転だ円体の表面と  $\varphi=0$  との交線上の  $\mu(>0)$  で表わされる点となる。(13)式の  $\mu$  を  $\beta$  で偏微分すると  $\partial\mu/\partial\beta \geq 0$  となることから、 $\beta$  が大きくなると  $\mu$  も大きくなり、 $\beta=0$  のときには  $\mu=0$  にあったものが、 $\beta=\pi/2$  のときには  $\mu=1$  となることわかる。また、数値的な検討から、 $0 < \beta < \pi/2$  において  $\beta < \theta$  ( $\mu$  に相当) となり、この位置は尖端側 ( $\mu=1$  あるいは  $\theta=\pi/2$ ) に偏ることがわかる。なお、(13)式で示されないが、この点の、中心  $O$  に対する対称点も  $E_{smax}$  となる位置である。

[ $E_{smax}$ ] これは前掲の(14)式で表わされる。この式を  $\beta$  で偏微分すると次式となる。

$$\frac{\partial E_{smax}}{\partial \beta} = \frac{\sigma_s \cdot \sin \beta}{\sqrt{M_p^2 \tan^2 \beta + N_p^2}} \cdot (M_p + N_p) \cdot (M_p - N_p) \quad (24)$$

(24)式を数値的に検討したところ、 $\partial E_{smax}/\partial \beta > 0$  となることが推定された。このことから、 $E_{smax}$  は  $\beta=0$  のときには最も小さな値 ( $\sigma_s \cdot N_p$ ) となり、 $\beta$  が大きくな

ると単調に増加して、 $\beta=\pi/2$  のときには最も大きな値 ( $\sigma_s \cdot M_p$ ) となることわかる。

##### ii) $\sigma_s < 1$ のとき

[ $E_{smax}$  となる位置] これは前掲の(15)式で表わされ、回転だ円体の表面上の  $\mu=0$ 、 $\varphi=\pm\pi/2$  を通り、 $\mu < 0$  の場合も含めると、中心  $O$  に対して対称な閉曲線となる。

これについて、 $\sigma_s > 1$  のときと同様に検討したところ  $\mu > 0$  のときには  $\partial\mu/\partial\beta < 0$ 、 $\mu < 0$  のときには  $\partial\mu/\partial\beta > 0$  となる結果が得られた。すなわち、(15)式から、 $\beta=0$  のときには回転だ円体の表面と  $\varphi=\pi/2$  との交線(だ円)上にあったその位置は  $\beta$  が大きくなると  $y$  軸を中心にして  $xy$  平面に近づき、 $\beta=\pi/2$  において回転だ円体の表面と  $\mu=0$  との交線(円)となることわかる。また、数値的検討からこの閉曲線は、 $y$  軸を通り傾き  $\beta+\pi/2$  の平面と回転だ円体の表面との交線よりも尖端側に偏ると推測される。

[ $E_{smax}$ ] これは前掲の(16)式で表わされる。これについて、 $\sigma_s > 1$  のときと同様の方法で検討したところ、 $\partial E_{smax}/\partial \beta < 0$  となる結果が得られた。すなわち、 $E_{smax}$  は、 $\beta=0$  のときには最も大きな値 ( $N_p$ ) となり、 $\beta$  が大きくなると逆に減少して、 $\beta=\pi/2$  のときには最も小さな値 ( $M_p$ ) となることわかる。

#### (b) 形状が円盤状の回転だ円体の場合

##### i) $\sigma_s > 1$ のとき

[ $E_{smax}$  となる位置] この位置は前掲の(17)式で与えられる。これについて(a)の場合と同様に検討したところ、 $\mu > 0$  において  $\partial\mu/\partial\beta > 0$  となった。すなわち、 $\beta=0$  において  $\mu=1$  にあったこの位置が、 $\beta$  が大きくなると  $\mu$  も大きくなり、 $\beta=\pi/2$  において  $\mu=1$  となることわかる。また、数値的な検討から  $0 < \beta < \pi/2$  において、 $\beta > \theta$  ( $\mu$  を  $xy$  平面からの仰角で表わした角度) となり、この位置は尖端側に偏ることがわかる。なお、この点の、Fig. 3 の中心  $O$  に対する対称点も  $E_{smax}$  となる位置である。

[ $E_{smax}$ ] この値は前掲の(18)式で表わされる。これについて(a)の場合と同様に検討したところ、 $\partial E_{smax}/\partial \beta < 0$  となり、 $\beta=0$  のときには  $E_{smax}$  の最も大きな値 ( $\sigma_s N_0$ ) をとり、 $\beta$  が大きくなると  $E_{smax}$  は減少して、 $\beta=\pi/2$  のときには  $E_{smax}$  の最も小さな値 ( $\sigma_s M_0$ ) をとることがわかる。

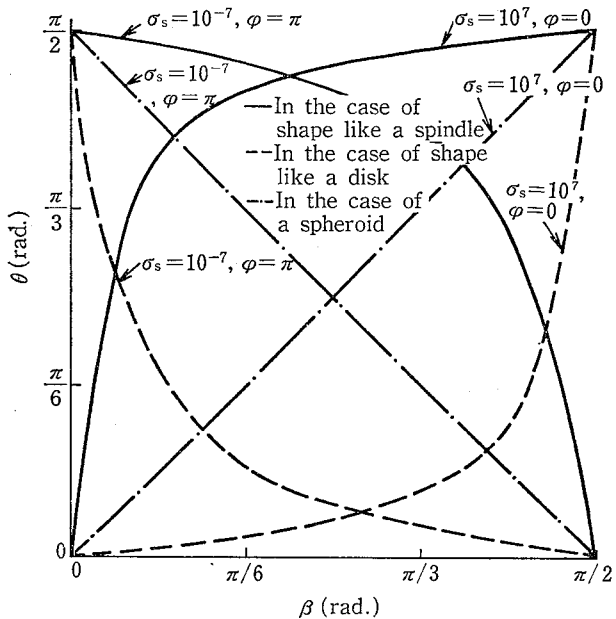
##### ii) $\sigma_s < 1$ のとき

[ $E_{smax}$  となる位置] この位置は前掲の(19)式で与えられる。これについて(a)の場合と同様に検討したところ、 $\mu > 0$  のとき  $\partial\mu/\partial\beta < 0$ 、 $\mu < 0$  のとき  $\partial\mu/\partial\beta > 0$

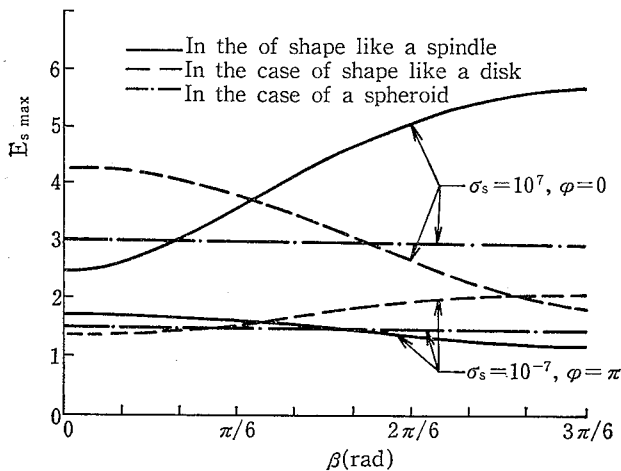
\* (a)の場合は回転軸が長軸の場合に、(b)の場合は回転軸が短軸の場合に相当する。

となった。すなわち、 $\beta=0$  のときには  $\varphi=\pi/2$  と回転だ円体の表面との交線上にあったこの位置は、 $\beta$ が大きくなると  $y$  軸を回転軸として  $xy$  平面に近づき、 $\beta=\pi/2$  において、 $\mu=0$  と回転だ円体の表面との交線 (円) となるのがわかる。また、数値的な検討から  $0 < \beta < \pi/2$  において、この閉曲線は、傾き  $\beta+\pi/2$  の  $y$  軸を通る平面よりも尖端側に偏ると推測される。

[ $E_{smax}$ ] この値は前掲の(20)式で与えられる。これについて(a)の場合と同様に検討したところ、 $\partial E_{smax}/\partial \beta > 0$  となり、 $\beta=0$  のときには  $E_{smax}$  の最も小さな値



(a) Positions being  $E_{smax}$  ( $\mu > 0$ )



(b) Magnitude of  $E_{smax}$

Fig. 7 Examples of calculation, giving the relationship between a direction( $\beta$ ) of  $E_0$  and  $E_{smax}$  (in the case of  $m=3$ ).

$E_0$  の方向  $\beta$  と、各  $\beta$  における影響の最大との関係を示した計算例 ( $m=3$  の場合)

( $N_0$ ) をとり、 $\beta$  が大きくなると  $E_{smax}$  は増加して、 $\beta=\pi/2$  のときには  $E_{smax}$  は最も大きな値 ( $M_0$ ) になるのがわかる。

以上のことから、次のことが言える。

1.  $E_{smax}$  となる位置は、電界  $E_0$  の方向  $\beta$  が大きくなると、i)  $\sigma_s > 1$  のときには、回転だ円体の中心  $O$  を通る  $x$  軸からの仰角  $\beta$  と回転だ円体表面との交点よりも介在物の尖端側に偏るものの、 $\beta$  に対応して移動し、ii)  $\sigma_s < 1$  のときには、 $y$  軸を通る傾き  $\beta+\pi/2$  の平面と回転だ円体とがなす閉曲線よりも尖端側に偏るものの、この平面に対応して移動する。

2.  $E_{smax}$  は、 $\beta$  が回転だ円体の中心  $O$  と尖端とを通る直線に近づくと、i)  $\sigma_s > 1$  のときには大きくなり、ii)  $\sigma_s < 1$  のときには小さくなるのがわかる。

[計算例]

計算例から、 $E_0$  の方向  $\beta$  の影響を定量的に推測する。まず、(13)、(15)、(17)及び(19)式において、 $m=2$ 、 $\sigma_s=10^7$  または  $10^{-7}$  としたときの、 $\beta$  と  $E_{smax}$  となる位置 ( $\lambda, \mu, \varphi$ ) との関係 (計算例) を Fig. 7 (a) に示す。この図は Fig. 6 (a) と同様に、 $\mu$  を  $\theta$  に変換し、また、 $\sigma_s=10^{-7}$  のときには  $\varphi=\pi$  での位置により代表させ、示したものである。なお、参考までにこの図には、 $E_{smax}$  となる位置  $\theta$  が  $\theta=\beta$  ( $\sigma_s=10^7, \varphi=0$  のとき) または  $\pi/2-\beta$  ( $\sigma_s=10^{-7}, \varphi=\pi$  のとき) となる球の場合についても併記してある。

Fig. 7 (a) によると、 $E_{smax}$  となる位置はそれぞれ尖端方向に偏るものの、i)  $\sigma_s=10^7$  のときは  $\theta=\beta$  に、ii)  $\sigma_s=10^{-7}$  のときには  $\theta=\pi/2-\beta$  に対応して変化することがわかる。

次に、 $E_{smax}$  と  $\beta$  との関係を示す。この図は Fig. 7 (a) に対応するものであり、参考までに、球の場合における  $E_{smax}$  も併記してある。Fig. 7 (b) によると、 $\beta$  が回転だ円体の中心と尖端を結ぶ直線と同じ方向に近づくと、 $E_{smax}$  は i)  $\sigma_s=10^7$  のときには大きくなり、ii)  $\sigma_s=10^{-7}$  のときには小さくなるのがわかる。 $E_{smax}$  の大きさは、形状による影響よりは小さいものの、かなり大きく、例えば  $\sigma_s=10^7$  で形状が紡錘状となる場合の、 $\beta=\pi/2$  のときには  $E_{smax} \approx 5.7$  となるのがわかる。

### 2.3.5 電界 $E_0$ の強度の不均一による影響

介在物を置く前の電界強度  $E_0$  が不均一のとき、介在物を置いたときの漏電場の電界  $E$  は介在物の影響と相まって、その不均一さ\*の影響を受ける。ここでは、こ

\* 電界強度が不均一のとき、電界の方向も一様とはならない。

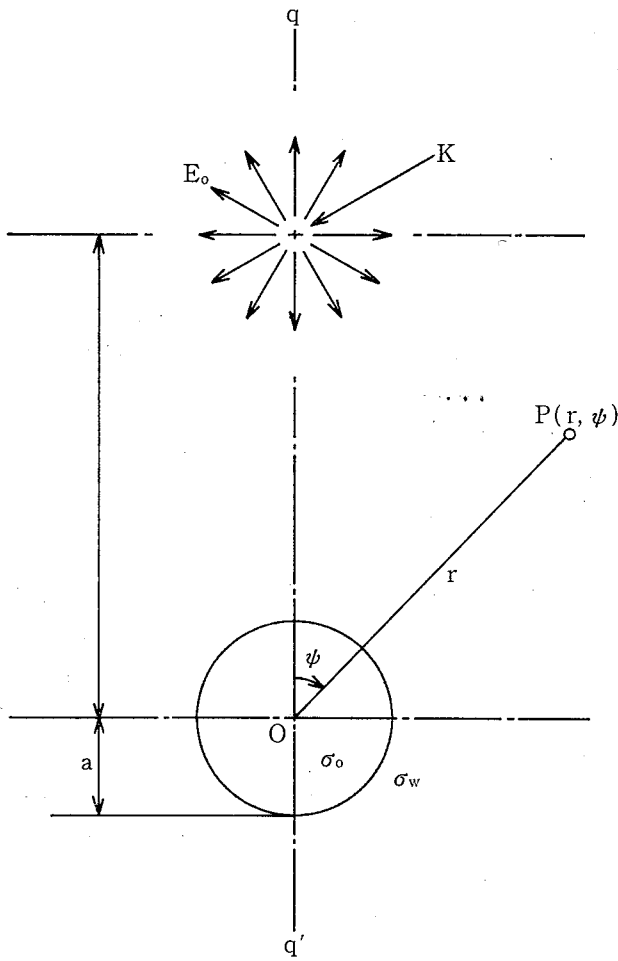


Fig. 8 A model for evaluating the effect of non-uniform field  $E_0$

電界  $E_0$  の不均一による影響を検討する漏電場モデル

の影響について、Fig. 8 に示すような漏電場モデル、すなわち、点電流源  $K$  (強さ  $I$ ) がなす放射状の電界  $E_0$  の水中 (導電率  $\sigma_w$ ) に  $K$  から距離  $c$  だけ離れた位置  $O$  に球状の介在物 (半径  $a$ , 導電率  $\sigma_0$ ) を置いたモデルにより検討する。

このモデルにおいて、介在物周辺での  $E_0$  の不均一さは、 $E_0$  の電場におかれる介在物の大きさ  $a$  に対する距離  $c$  の相対的な大きさ  $(c/a)$  により定まり、 $(c/a)$  が小さくなるとその不均一さは強くなる\*。ここでは  $a$  に対する  $c$  の相対的な大きさ  $c/a$  を  $E_0$  の不均一さを示す指標とする。

さて、Fig. 8 から  $c/a$  と  $E_{smax}$  及びその位置との関係を検討するのであるが、まず第一段階として点  $P$  における電界を求める。

Fig. 8 において、 $\overline{OP}$  を  $r$ 、 $\angle KOP$  を  $\psi (0 \leq \psi \leq \pi)$  とおくと、点  $P$  の電位  $V^3$  及び球を除いたときの点  $P$  の電位  $V_0$  は次式で与えられる。

$$V_0 = \frac{I}{4\pi\sigma_w} \cdot \frac{1}{\sqrt{r^2 + c^2 - 2rc \cos \psi}} \quad (25)$$

$$V = \frac{I}{4\pi\sigma_w} \left[ \frac{1}{\sqrt{r^2 + c^2 - 2rc \cos \psi}} + \frac{1 - \sigma_s}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{n}{(1 + \sigma_s)n + 1} \left( \frac{a}{c} \cdot \frac{a}{r} \right)^{n+1} \cdot P_n(\cos \psi) \right\} \right] \quad (26)$$

ただし、

$$\sigma_s = \sigma_0 / \sigma_w$$

$P_n(\cos \psi)$  : 第 1 種ルジャンドル関数

$V_0, V$  に対応する点  $P$  での電界強度を  $E_0^{**}$ ,  $E$  と置くと、それぞれ次式のようなになる。

$$E_0 = \frac{I}{4\pi\sigma_w} \cdot \frac{1}{r^2 + c^2 - 2rc \cos \psi} \quad (27)$$

$$E = \sqrt{E_\theta^2 + E_r^2} \quad (28)$$

ただし、

$$E_\theta = -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V^4}{\partial \theta} = \frac{I}{4\pi\sigma_w} \cdot \frac{1}{r} \left[ \frac{rc \sin \psi}{(r^2 + c^2 - 2rc \cos \psi)^{3/2}} - \frac{1 - \sigma_s}{a} \sum \left\{ \frac{n}{(1 + \sigma_s)n + 1} \left( \frac{a}{c} \cdot \frac{a}{r} \right)^{n+1} \cdot \left( -\frac{n}{\sin \psi} \right) \cdot (P_{n-1}(\cos \psi) - \cos \psi \cdot P_n(\cos \psi)) \right\} \right] \quad (29)$$

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{I}{4\pi\sigma_w} \left[ \frac{r - c \cdot \cos \psi}{(r^2 + c^2 - 2rc \cdot \cos \psi)^{3/2}} + \frac{1 - \sigma_s}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{n}{(1 + \sigma_s)n + 1} \cdot \frac{a^{2n+2}}{c^{n+1}} (n+1) \cdot \frac{1}{r^{n+2}} \cdot P_n(\cos \psi) \right\} \right] \quad (30)$$

(28), (29) 式より求まる  $E_s (= E/E_0)$  の式は点電流源の強さ  $I$  及び  $\sigma_w$  ( $\sigma_s$  に含まれるものは除く) に関係しないものの級数の形となり、見通しの悪い式である。このため、 $E_s$  の最大 ( $E_{smax}$ ) を解析的に求めることはせず、以下に示すように数値的に求めることにした。

まず、(28) 式において計算の必要がある項数を次のようにして定めた。(29), (30) 式において、級数和に含まれる第  $n$  項を  $E_{\theta n}, E_{r n}$ , すなわち、

$$E_{\theta n} = \frac{1 - \sigma_s}{a} \cdot \frac{n}{(1 + \sigma_s)n + 1} \left( \frac{a}{c} \cdot \frac{a}{r} \right)^{n+1} \left( -\frac{n}{\sin \psi} \right) \cdot \{ P_n(\cos \psi) - \cos \psi \cdot P_n(\cos \psi) \} \quad (31)$$

$$E_{r n} = \frac{1 - \sigma_s}{a} \cdot \frac{n}{(1 + \sigma_s)n + 1} \cdot \frac{a^{2n+2}}{c^{n+1}} (n+1) \cdot \frac{1}{r^{n+2}} P_n(\cos \psi) \quad (32)$$

\*  $c/a$  が十分大きいとき、Fig. 8 のモデルは Fig. 1 のモデルと同じになる。

\*\* 前項までと異なり、 $E_0$  は位置の関数となる。

と置く。  $n$  が大きくなると  $|E_{\theta n}|$  及び  $|E_{rn}|$  は  $n$  の小さな範囲では増加することのあるものの、  $n > 100$  においては単調に減少する。このことから、計算の必要がある級数は第  $N$  項 ( $N > 100$ ) までとし、このとき、  $|N_{\theta N}|$  及び  $|E_{rN}|$  は第  $N$  項までの最大の  $1/10^5$  以下になるものとした。この条件を満たす  $n$  の値は、  $\sigma_s, a$  などの変数によってかわるが、ここでは  $n$  の値として、この  $N$  よりも十分大きな値 (便宜上  $n=400$  とする) を用いた。

次に、  $E_{smax}$  及びその位置を次のようにして求めた。  $E_{smax}$  となる位置は球の表面、すなわち、  $r=a$  にあることから、まず、  $r=a$  における  $E_s$  を  $\psi=0$  から  $\pi$  まで  $\Delta\psi(=\pi/360)$  ごとに求める。そして、それらの最大を  $E_{smax}$ 、そのときの  $r, \psi$  を  $E_{smax}$  となる位置とした。

さて、以上のようにして  $E_0$  の不均一性  $c/a$  と  $E_{smax}$

及びその位置との関係を求めると、以下のようになる。

Fig. 9 は  $\sigma_s=10^7$  及び  $10^{-7}$  のときの計算例であり (a) は  $c/a$  と  $E_{smax}$  となる位置 ( $\psi$ ) との関係、 (b) は  $c/a$  と  $E_{smax}$  との関係を表わしている。なお、この計算例での  $E_{smax}$  は、  $\sigma_s=10^7$  のときには  $\sigma_s > 1$  での、  $\sigma_s=10^{-7}$  のときには  $\sigma_s < 1$  でのほぼ最大の値となり、  $10^7 > \sigma_s > 1$  のときの  $E_{smax}$  は  $\sigma_s=10^7$  のときの  $E_{smax}$  と 1 との間に、また、  $1 > \sigma_s > 10^{-7}$  のときの  $E_{smax}$  は  $\sigma_s=10^{-7}$  のときの  $E_{smax}$  と 1 との間にある。

Fig. 9 より、次のことがわかる。

i)  $\sigma_s=10^7$  のとき:  $E_{smax}$  となる位置は  $r=a, \psi=\pi$  で表わされる点であるが、  $r=a, \psi=0$  において  $E_s$  が極大となることから、  $c/a$  が十分大きくなると、  $E_0$  が均一の場合と同様に  $r=a, \psi=0$  の点も  $E_{smax}$  となる位置になると考えられる。一方、  $E_{smax}$  は  $c/a$  が大きくなると減少し、  $E_0$  が均一での値 ( $E_{smax} \doteq 3$ ) に近づく。また、  $E_{smax}$  の減少する速さは早く、例えば  $c/a=3$  のときの  $E_{smax}$  は均一の場合の約 1.1 倍にまで減少する。

ii)  $\sigma_s=10^{-7}$  のとき:  $E_{smax}$  となる位置は  $r=a$  と Fig. 9 (a) の  $\psi$  とで表わされる円となり、  $c/a$  が大きくなると  $\psi$  は増加して  $E_0$  が均一の場合での位置 ( $r=a, \psi=\pi/2$  で表わされる円) に近づく。一方、  $E_{smax}$  は  $c/a$  が大きくなると減少し、  $E_0$  が均一での値 ( $E_{smax} \doteq 1.5$ ) に近づく。また、  $E_{smax}$  の減少の速さは早く、例えば  $c/a=2$  のときの  $E_{smax}$  は均一の場合の約 1.04 倍にまで減少する。

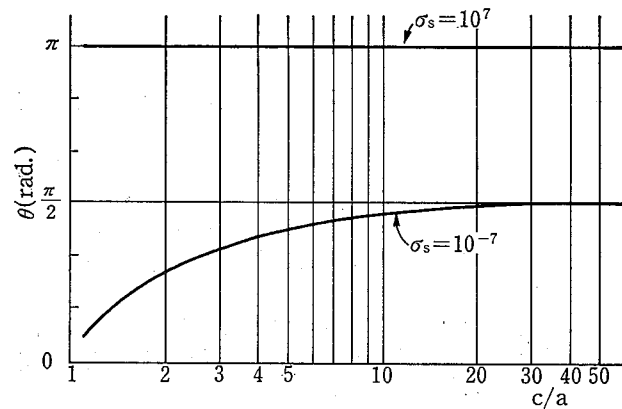
以上のように、  $E_0$  の不均一性の影響は、  $E_0$  が均一の場合の影響と比べ大きいものの、その差は小さく、特に、介在物 (球) が、漏れ電流源から介在物の大きさの数倍離れたところにある場合には、  $E_{smax}$  は  $E_0$  が均一の場合の約 1.1 倍以下となることがわかる。

#### 4. あとがき

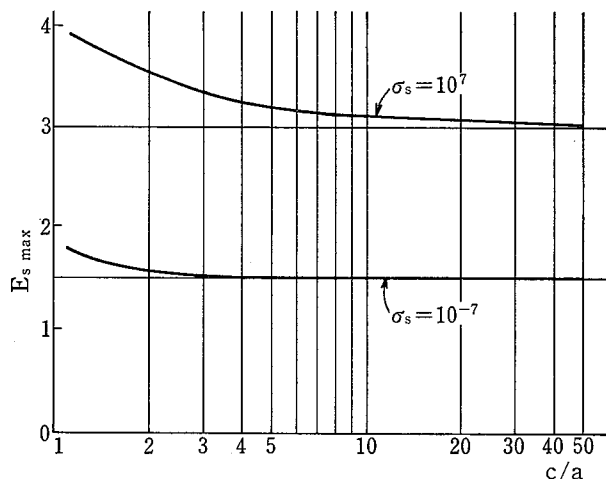
本研究は、水中での電撃及びその防止を考える上での基礎資料を得るために行なったものである。本報では、第一報<sup>2)</sup>に引き続き、その基本となる水中漏電場の電界強度に及ぼす介在物等の影響について、影響が最大となる場合を中心に検討した。以下に、検討した結果を列記する。

##### (1) 介在物の導電率の影響

介在物の導電率  $\sigma_0$  は、水の導電率  $\sigma_w$  と相まってその比  $\sigma_s (= \sigma_0/\sigma_w)$  により、電界強度に影響を及ぼす。これを介在物が存在しないときの電界強度  $E_0 (= |E_0|)$  と介



(a) Positions being  $E_{smax}$



(b) Magnitude of  $E_{smax}$

Fig. 9 Examples of calculation, giving the relationship between non-uniformity ( $c/a$ ) of  $E_0$  and  $E_{smax}$ .

$E_0$  の不均一性 ( $c/a$ ) の影響を示した計算例

在物が存在するときの電界強度  $E(=|E|)$  との比  $E_s(=E/E_0)$  で表わすと、i)  $\sigma_s > 1$  のときには、 $E_{smax}$  は  $E_0$  の方向に対して介在物の前・後面付近に生じ、 $\sigma_s$  が大きくなると  $E_{smax}$  は大きくなり、ii)  $\sigma_s < 1$  のときには、 $E_{smax}$  は  $E_0$  の方向に対して介在物の側面付近に生じ、 $\sigma_s$  が小さくなると  $E_{smax}$  は大きくなる。また、 $\sigma_0 > 100\sigma_w$ 、あるいは  $\sigma_0 < 1/100\sigma_w$  において  $E_{smax}$  はほぼ一定となり、例えば均一電界中に置かれた球状介在物の場合、 $E$  の最大は、前者の場合には  $E_0$  の 3 倍に、後者の場合には  $E_0$  の 1.5 倍になる。

### (2) 介在物の大きさの影響

$E_0$  の分布が介在物の大きさにかかわらず一定のとき、介在物の大きさは  $E_{smax}$  には影響を及ぼさず、 $E_s$  の広がりには影響を及ぼす。例えば、介在物の大きさが 2 倍になるとその影響の及ぶ介在物からの距離も 2 倍となる。

### (3) 介在物の形状の影響

この影響は  $E_0$  の方向及び  $\sigma_s$  と強くかかわって表われ、形状の鋭さに対して  $E_{smax}$  が減少・増加または極小値をとるなどの 3 つの場合に変化する。また、 $E_{smax}$  は他の因子の影響と比べて大きく、例えば、均一な電界  $E_0$  中に置かれた紡錘形の円筒体の介在物（長軸と短軸の比が 10、 $\sigma_s = 10^7$ 、 $E_0$  の回転軸に対する角度  $\pi/4$ ）の場合には、 $E$  の最大は  $E_0$  の 35 倍となる。

### (4) 電界 $E_0$ の、方向 $\beta$ の差異になる影響

これは、主に  $E_{smax}$  の生じる位置に関係し、 $E_{smax}$

となる位置が、 $\sigma_s > 1$  のときには  $\beta$  に対して介在物の前・後面に、 $\sigma_s < 1$  のときには介在物の側面に生じるように作用する。

### (5) 電界 $E_0$ の、強度の不均一による影響

$E_0$  の不均一による影響は、介在物の大きさととの相対的な関係、すなわち、介在物の大きさ当りの不均一さにより定まり、不均一が強まるとその影響も大きくなる。しかし、介在物が漏れ電流源から介在物の大きさの数倍離れると、 $E_{smax}$  は  $E_0$  が均一な場合のそれに近い値となる。

以上のような結果が得られたわけであるが、本報は前報<sup>2)</sup>ともに漏電時に危険となる領域の予想及び電撃防止方法の検討などにおいて、役立つものと考えられる。

なお、本研究は、科学技術庁の海洋開発調査研究促進費の援助を受けて行なわれたものであり、関係各位に深く感謝を申し上げます。

### 参 考 文 献

- 1) “第 7 回海洋開発セミナー予稿集”，海洋科学技術センター，(1982)
- 2) 本山・山野・田島，“水中漏電場の電界強度に関する検討——漏電電極と電界強度との関係——”産業安全研究所報告 RIIS-RR-30-2 (1982)
- 3) 清野 武，“現代電気工学講座・電気磁気学 I”，オーム社 (1964)
- 4) ジョージ・アルフケン著：権平・神原・小山訳，“基礎物理数学 3・特殊関数と積分方程式”，講談社 (1977)

産業安全研究所研究報告 RIIS-RR-32-1

---

昭和 58 年 10 月 25 日 発行

発行所 労働省産業安全研究所

〒 108 東京都港区芝 5 丁目 35 番 1 号

電話 (03) 453-8441 (代)

印刷所 新日本印刷株式会社

---



**UDC 614.825 : 621.316 : 626.02**

水中漏電場の電界強度に関する研究 (第2報)

—漏電場に存在する物体の影響の解析—

本山建雄 山野英記 田中隆二

産業安全研究所報告

**RIIS-RR-32-1 (1983)**

均一又は不均一な電界を形成している水中の漏電場に介在物が存在する場合、その電界の受ける影響を電撃防止の立場から理論的に考察した。すなわち、介在物について、その導電率、大きさ及び形状を、水については導電率を、そして介在物との関連において介在物が存在しないときの電界の方向及び強度をパラメータとして取上げ、これらと  $E_s$  (介在物があるときの漏電場の電界強度と、介在物がないときの電界強度との比) との関係を解析的に明らかにし、 $E_s$  の最大値とその位置を推定した。

(図9, 表1, 参4)



**UDC 614.825 : 621.316 : 626.02**

**Theoretical Analysis of Electric Field produced by Underwater Leakage Currents (No.2)**

—Effects of a solid Body on the Field Intensity—

by T. Motoyama, E. Yamano & R. Tanaka

Research Report of the Research Institute of industrial Safty

**RIIS-RR-32-1 (1983)**

With a view to preventing electric shocks in water, analysis is theoretically made of the intensity of electric fields that will be produced when electric currents flow through water in which a solid body is immersed to serve as a field-distorting agent.

Various factors, such as each electric conductivity of water and solid body, as also size and configuration of the latter are taken into account for assessing the electric field which will exist while the solid body is immersed in water.

(1 Table, 9 Figs, 4 Refs)

