OCT. 1983 RIIS-RR-32-1
UDC 614.825：621.316：626.02

産業安全研究所研究報告

RESEARCH REPORT OF
THE RESEARCH INSTITUTE OF INDUSTRIAL SAFETY

RR-32-1

水中漏電場の電界強度に関する研究（第2報）

——漏電場に存在する物体の影響の解析——

本山 建雄　山野 英記　田中 隆二

労働省産業安全研究所
MINISTRY OF LABOUR
THE RESEARCH INSTITUTE OF INDUSTRIAL SAFETY

水中漏電場の電界強度に関する研究（第２報）

——漏電場に存在する物体の影響の解析——

本 山 建 雄　山 野 英 記　田 中 隆 二

Theoretical Analysis of Electric Field Produced by Underwater Leakage Current
——Effects of a Solid Body on the Field Intensity——

by T. Motoyama, E. Yamano & R. Tanaka

This is one of a series of research work concerning the prevention of underwater electric shocks.

In this report the authors give the results of theoretical analysis of the intensity of underwater electric field which will be affected by the existence of a certain solid body in water.

In respect of the solid body, its electric conductivity, size and configuration contribute to the intensity of underwater electric field in conjunction with electric conductivity of water itself.

Effects of each of the above factors on the field intensity are theoretically evaluated, particularly in terms of a ratio $E=E_s/E_0$, where E and E_0 are electric field intensities in, and prior to, the existence of a solid body in water, respectively.

Main conclusions obtained are as follows :

(1) The effect of electric conductivity (σ_0) of a solid body could be evaluated in relation to electric conductivity (σ_w) of water. The maximum value of E_s will be approximately 1.5 or 3.0, depending upon whether the ratio (σ_0/σ_w) is much smaller or larger than 1 ;

(2) While the size of a solid body does not affect the maximum value of E_s, the range of effects would be expanded with the increase of the size ;

(3) Configuration of a solid body has complicated effects on the electic field intensity, particulary in respect of its sharpness ; and

(4) Direction and non-uniformity of electric field should be also taken into account for the evaluation of underwater electric field.

1. まえがき

海洋開発に伴う水中作業においては，人間が潜水し，調査・点検・保守・修理などの作業を直接行う必要性が高く，これに伴なって，電気をエネルギー源とした作業機器を水中で利用することも多い[1]．しかし，これらの電気機器は，水中で使用する場合は陸上で使用する場合よりも漏電を生じやすい。例えば水中電気溶接または溶断時のように水中に電流が流れたり，あるいは事故等による漏電，電気絶縁の自然劣化などによる漏電が発生しやすい。

水中において，漏電が発生すると漏れ電流の場（漏電場）が形成され，その中にいる作業者は条件によっては激しい電撃を受けて死亡したり，運動機能の一時的な麻痺などによって溺死することも十分に予想される。このため，水中で電気機器を使用する場合の電撃防止方法について十分に研究し，その処置を講ずる必要がある．

本研究は以上のような必要性から，水中の電撃防止のための研究の一環として，第一報[2]（漏電電極と電界強度との関係）に引続き，漏電場に存在する物体が漏電場の電界強度に及ぼす影響について検討したものである。

2. 漏電場の電界強度に及ぼす介在物の影響

水中の漏電場に，水と異なる導電率をもつ物体が介在すると，漏電場の電界強度はこの物体の影響を受け，ラプラスの式を満たすように変化する。すなわち，物体が介在したときの漏電場は，それが介在する前の電界強度よりも部分的に大きな電界強度の領域と，小さな電界強度の領域とに変化する。ここでは，この変化を漏電場に介在する物体（以下，介在物*と呼ぶ）の影響と考え，介在物に関する各因子とこの変化の大きさとの関係を検討する。

2.1 電界強度に影響を及ぼす介在物にかかわる因子

水中に介在物が存在するときに，漏電場の電界強度に関係する因子のうち，漏電部にかかわるもの以外の因子を列挙すると，Table 1 の a. ようになる。なお，Table 1 の b. “その他の因子”は，介在物の因子と相まって漏電場に影響するものである。また，Table 1 には以下で用いる各因子の記号も併せて示してある。

* 漏電部を除く

Table 1　Factors of a solid body in water affecting electric field intensity induced in water by leakage current, and their symbols.

漏電場の電界強度に及ぼす要因とその記号

Factors	Symbols
a. Factors of a solid body in water	
(1) Conductivity	σ_0
(2) Size	a
(3) Shape	m
b. Other factors	
(4) Conductivity of water	σ_w
(5) Electric field intensity prior to the existance of a solid body in water	E

2.2 検討方法

はじめに，漏電場に及ぼす各因子の影響を，介在物が存在する前の電界強度 $|\boldsymbol{E}_0|$ と介在物が存在することによって変化した電界強度 $|\boldsymbol{E}|$ との比 $E_S\,(=|\boldsymbol{E}|/|\boldsymbol{E}_0|)$ により表わすことにする。

各因子の影響の検討手順は次のようである。

まず，各因子の検討に適した漏電場モデルをそれぞれ想定し，そのモデルでの電界強度 $E\,(=|\boldsymbol{E}|$；以下，同様）を与える式を求める。このとき，想定された漏電場は，漏れ電流のほとんどが伝導電流から成り**，また，介在物の界面において電位降下が生じない場とする。

次に，得られた電界強度の式を変形して E_S の式を求め，この式から漏電場の電界強度に及ぼす各因子の影響を検討する。そして，E_S の計算例により影響の大きさを定量的に示す。

なお，電撃危険性を評価する上で E_S の最大，すなわち，$E>E_0\,(=|\boldsymbol{E}_0|)$ となる領域の中で最も強い影響の大きさを知ることが重要であるので，本報ではこれを中心に検討してある。

2.3 電界強度に及ぼす各因子の影響

2.3.1 介在物の導電率の影響

介在物の導電率 σ_0 の影響を Fig. 1 に示すような，球状介在物（半径 a，導電率 σ_0）が均一な電界 $\boldsymbol{E}_0$ の水中（導電率 σ_w）に置かれた漏電場モデルにより検討する。

この漏電場の電界 $\boldsymbol{E}$ は $\boldsymbol{E}_0$ と同じ向きの直線 AOA′ に対して対称となることから，点Pでの電界強度 $E\,(=|\boldsymbol{E}|)$ は $\overline{\mathrm{OA}}$ からの角度 α と OP 間の距離 r との変数で

** 漏れ電流には，この他に電束電流があり，一般の商用電源のように低周波では伝導電流≫電束電流となる。

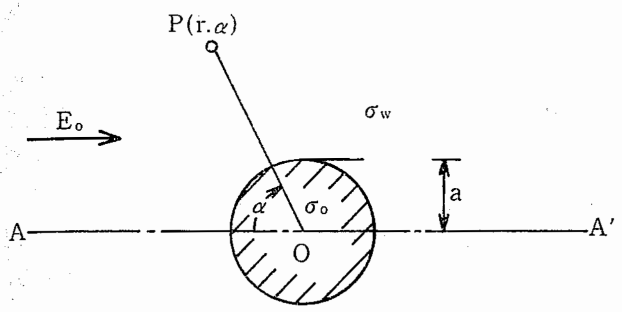


Fig. 1 A model for evaluating the electric field intensity affected by the conductivity (σ_0) of a solid body in water (E_0 denotes the field intensity prior to the existance of a solid body in water).
介在物の導電率σ_0の影響を検討する漏電場モデル（球状介在物が存在しない場合には，一様な電界となるモデル）

表わされ，次式となる[3]。

$$E=E_0\left\{\left(\frac{a^3}{r^3}\cdot\frac{\sigma_s-1}{\sigma_s+2}\right)^2(4-3\sin^2\alpha)+2\frac{a^3}{r^3}\cdot\frac{\sigma_s-1}{\sigma_s+2}(2-3\sin^2\alpha)+1\right\}^{1/2} \quad (1)$$

ただし，

$\sigma_s=\sigma_0/\sigma_w$

（1）式において，σ_0 は σ_w との比 σ_s の形で含まれており，σ_0 と σ_w とが相まって電界強度 E に影響を及ぼすことがわかる。

介在物の影響を示す指標 E_s $(=E/E_0)$ は，（1）式を E_0 で除することによって求まり，次式となる。

$$E_s=\left\{\left(\frac{a^3}{r^3}\cdot\frac{\sigma_s-1}{\sigma_s+2}\right)^2(4-3\sin^2\alpha)+2\frac{a^3}{r^3}\cdot\frac{\sigma_s-1}{\sigma_s+2}(2-3\sin^2\alpha)+1\right\}^{1/2} \quad (1)'$$

E_s の最大 $E_{s\max}$（以下，このように記す）及びその位置 (r,α) を求めるために，（1）'式を r 及び α で偏微分すると次式が得られる。

$$\frac{\partial E_s}{\partial r}=\frac{-3a^3(\sigma_s-1)}{\sqrt{E_s}\cdot r^4\cdot(\sigma_s+2)}\left\{\frac{a^3}{r^3}\cdot\frac{\sigma_s-1}{\sigma_s+2}(4-3\sin^2\alpha)+(2-3\sin^2\alpha)\right\} \quad (2)$$

$$\frac{\partial E_s}{\partial \alpha}=\frac{-3a^3(\sigma_s-1)}{\sqrt{E_s}\cdot r^3\cdot(\sigma_s+2)}\left(\frac{a^3}{r^3}\cdot\frac{\sigma_s-1}{\sigma_s+2}+2\right)\sin\alpha\cdot\cos\alpha \quad (3)$$

（2），（3）式はともに (σ_s-1) を因数にもっており，$\sigma_s>1$ の場合と $\sigma_s<1$ の場合とでは，$E_{s\max}$ となる位置が異なることを示唆している。（2），（3）式の右辺を零とおいて $E_{s\max}$ となる r，α を求めると次のようになる*。

ｉ）$\sigma_s>1$ のとき：$r=a, \alpha=0$ 及び π　の２点

ii）$\sigma_s<1$ のとき：$r=a, \alpha=\pi/2$　で表わされる円

一方，$E_{s\max}$ は次式で与えられる。

ｉ）$\sigma_s>1$ のとき

$$E_{s\max}=1+2\frac{\sigma_s-1}{\sigma_s+2} \quad (4)$$

ii）$\sigma_s<1$ のとき

$$E_{s\max}=1-\frac{\sigma_s-1}{\sigma_s+2} \quad (5)$$

（4）式より，$\sigma_s>1$ のときには σ_s が大きくなると $E_{s\max}$ は大きくなり，$\sigma_s\gg1$ のとき$E_{s\max}\fallingdotseq3$ となることがわかる。また，（5）式より，$\sigma_s<1$ のときにはσ_sが小さくなると $E_{s\max}$ は大きくなり，$\sigma_s\ll1$ のときに $E_{s\max}\fallingdotseq1.5$ なることがわかる。すなわち，σ_0 と σ_w との差が大きくなるとEに及ぼす σ_0 の影響も大きくなることがわかる。

〔計算例〕

（4），（5）式から σ_s と $E_{s\max}$ との関係を求めると，Fig. 2 となる。これによると，σ_s が 10^0 から 10^7 あるいは 10^{-7} に近づくと $E_{s\max}$ は大きくなるものの，$10^2<\sigma_s<10^7$ 及び $10^{-7}<\sigma_s<10^{-2}$ において $E_{s\max}$ はほぼ一定となることがわかる。このことは，$\sigma_s>10^2$ のときには介在物を導体として，$\sigma_s<10^{-2}$ のときには介在物を絶縁物として扱っても，そのことによる誤差は小さいことを意味している。

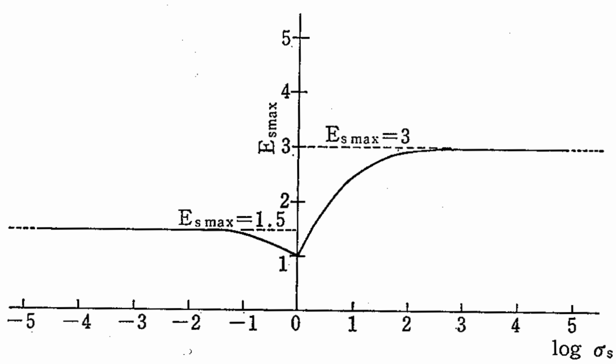


Fig. 2 An example of calculation, giving the relationship between $\sigma_s(=\sigma_0/\sigma_w)$ and $E_{s\max}$.
介在物と水との導電率比 $(\sigma_s=\sigma_0/\sigma_w)$と，$\sigma_s$ におけるその影響の最大 $E_{s\max}$ との関係を示す計算例

2.3.2 介在物の大きさの影響

介在物の大きさの影響を前掲の Fig. 1 モデルにより検討する。このモデルにおいて，介在物の大きさを球の半

* このモデルにおいて，r, α がともに定数となったが，球以外の形状では変数を含む式となる。

径 a とする。また，E_s は前掲の(1)′式，$E_{s\max}$ は前の掲(4),(5)式で表わされる。

(1)′式において，E_s は a/r の関数と考えることもでき，この式から，a/r が一定のとき E_s も一定となること，すなわち，a が大きくなると同じ影響を及ぼす位置（r で表わす）も a に比例して大きくなることがわかる。また，(4),(5)式から，$E_{s\max}$ は a に関係しないことがわかる。

以上のことから，介在物の大きさによらず $\boldsymbol{E}_0$ が均一のとき，介在物の大きさは影響の及ぶ範囲に関係すること，及び，影響の最大 $E_{s\max}$ に関係しないことがわかる。

2.3.3　介在物の形状の影響

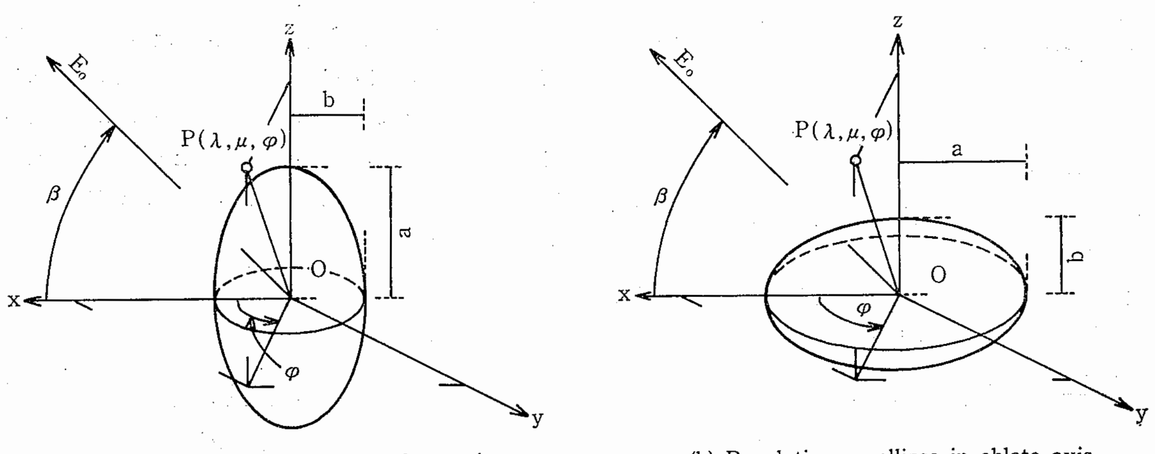
介在物の形状としては様々なものが考えられるが，ここで形状として考慮すべき主要な点は，その尖り具合にあると考える。この尖り具合を解析上，効果的に扱えるものとして，ここでは回転だ円体を取り上げることにする。

る場合と，(b)形状が球状から円盤状へと変化する場合に分け，検討する。

Fig. 3 において，回転だ円体の中心を直交座標 (x, y, z) の原点Oとし，回転軸を z 軸とする。介在物を置く前の電界 $\boldsymbol{E}_0$ の方向は，zx 平面に平行で，かつ，xy 平面と β の角度をなすものとする。

また，介在物が置かれたときの電界強度 E は，回転だ円体の中心O及び zx 平面に対して対称となることから，$\boldsymbol{E}_0$ の方向 β の範囲を $0 \leqq \beta \leqq \pi/2$ の範囲とし，そして，検討する漏電場の範囲を $y \geqq 0$（ただし，$x>0$，$y=0$，$z=0$ は除く；また回転だ円体面座標では $0 \leqq \varphi < \pi$ に対応する）かつ，$z \geqq 0$（回転だ円面座標では $0 \leqq \mu \leqq 1$ に対応する）の範囲とする。

なお，Fig. 3 の電界は，介在物の回転軸が長軸の場合には長軸回転だ円面座標* (λ, μ, φ)，介在物の回転軸が短軸の場合には短軸回転だ円面座標** (λ, μ, φ) で扱うのに適しており，以下の解析的な検討では，これらの座標を用いる。



(a) Revolutionary ellipse in prolate axis　　(b) Revolutionary ellipse in oblate axis

Fig. 3　Models for evaluation the effect of configuration of a solid body.
介在物の形状の影響を検討する漏電場モデル（介在物が存在しない場合には，均一な電界 E_0 となる）

回転だ円体の形状を長軸 $2a$ と短軸 $2b$ との比 $m(=a/b)$ で表わすと，形状は，(a)回転軸が長軸の場合には m が大きくなると球から紡錘状へと，(b)回転軸が短軸の場合には m が大きくなると球から円盤状へと，連続的に変わる。このとき，その尖り具合は(a)の場合には球から針状の尖り具合へと，(b)の場合には球から板状の尖り具合へと，連続的に変化することになる。

形状の影響は，Fig. 3 に示すような，均一な電界 $\boldsymbol{E}_0$ の水中（導電率 σ_w）に回転だ円体の介在物が置かれたモデルを用いて，(a)形状が球状から紡錘状へと変化す

さて，上述の漏電場から m と $E_{s\max}$ との関係を検討するのであるが，まず第一段階として E_s を求め，次にその最大 $E_{s\max}$ を求める。

(E_s の式)

(a)　回転軸が長軸の場合

Fig. 3 (a)の点 P (λ, μ, φ) での電位 V は次式[3]で与

* λ=const. は回転だ円面，μ=const. は双葉の回転双曲面，そして φ=const. は共軸平面を表わす。

** λ=const. は回転だ円面，μ=const. は単葉の回転双曲面，そして φ=const. は共軸平面を表わす。

えられる。

$$V_p=-E_0\ \sin\beta\cdot c\mu\left(\lambda-\frac{Q_1(\lambda)}{\alpha_{p1}}\right)$$
$$-E_0\ \cos\beta\cdot c\sqrt{1-\mu^2}$$
$$\cdot\left(\sqrt{\lambda^2-1}-\frac{Q_1{}'(\lambda)}{\alpha_{p2}}\right)\cos\varphi \qquad (6)$$

ただし，

$c=\sqrt{a^2-b^2}$（だ円体の中心から焦点までの距離）

$$\alpha_{p1}=\frac{1}{\sigma_s-1}\left(\sigma_s\frac{Q_1(\lambda_p)}{P_1(\lambda_p)}-\frac{Q_1{}'(\lambda_p)}{P_1{}'(\lambda_p)}\right)$$

$$\alpha_{p2}=\frac{1}{\sigma_s-1}\left(\sigma_s\frac{Q_1{}^1(\lambda_p)}{P_1{}^1(\lambda_p)}-\frac{Q_1{}^{1\prime}(\lambda_p)}{P_1{}^{1\prime}(\lambda_p)}\right)$$

$\sigma_s=\dfrac{\sigma_0}{\sigma_w}$（だ円体の導電率 σ_0 と水の導電率 σ_w との比）

$\lambda_p=\dfrac{a}{c}$（$\lambda=\lambda_p$ はだ円体の表面を表わす）

$P_1(\lambda)$，$Q_1(\lambda)$：第一種，第二種ルジャンドル関数

$P_1{}^1(\lambda)$，$Q_1{}^1(\lambda)$：第一種，第二種ルジャンドルの倍関数

P, Q の上端につく（$'$）は，λ による微分を意味する。また，点Pでの電界は，その各成分（（6）式を λ, μ 及び φ のそれぞれで微分した式に係数*を乗じた式であり，それらを E_λ, E_μ 及び E_φ とする）から求まり，次式で表わされる。[3)]

$$E=\sqrt{E_\lambda{}^2+E_\mu{}^2+E_\varphi{}^2} \qquad (7)$$

ただし，

$$E_\lambda=-\frac{1}{c}\sqrt{\frac{\lambda^2-1}{\lambda^2-\mu^2}}\cdot\frac{\partial V_p}{\partial\lambda} \qquad E\text{の}\lambda\text{成分}$$

$$E_\varphi=-\frac{1}{c}\sqrt{\frac{1-\mu^2}{\lambda^2-\mu^2}}\cdot\frac{\partial V_p}{\partial\mu} \qquad E\text{の}\mu\text{成分}$$

$$E_\varphi=-\frac{1}{c}\,\frac{1}{\sqrt{(\lambda^2-1)(1-\mu^2)}}\cdot\frac{\partial V_p}{\partial\varphi} \qquad E\text{の}\varphi\text{成分}$$

ここで，E_s は（7）式を E_0 で除した式 E/E_0 となる。

（b）　回転軸が短軸の場合

Fig. 3（b）の点 P（λ, μ, φ）での電位 V は次式[3)]で与えられる。

$$V_0=-E_0\sin\beta\cdot\frac{c}{i}\cdot\mu\cdot\left(i\lambda-\frac{Q_1(i\lambda)}{\alpha_{01}}\right)$$
$$-E_0\cos\beta\cdot\frac{c}{i}\sqrt{1-\mu^2}$$
$$\cdot\left(i\cdot\sqrt{\lambda^2+1}-\frac{Q_1{}^1(i\lambda)}{\alpha_{02}}\right)\cos\varphi \qquad (8)$$

ただし，

$i^2=-1$（i は虚数を意味する）

$c=\sqrt{a^2-b^2}$

$$\alpha_{01}=\frac{1}{\sigma_s-1}\left(\sigma_s\frac{Q_1(i\lambda_0)}{P_1(i\lambda_0)}-\frac{Q_1{}'(i\lambda_0)}{P_1{}'(i\lambda_0)}\right)$$

$$\alpha_{02}=\frac{1}{\sigma_s-1}\left(\sigma_s\frac{Q_1{}^1(i\lambda_0)}{P_1{}^1(i\lambda_0)}-\frac{Q_1{}^{1\prime}(i\lambda_0)}{P_1{}^{1\prime}(i\lambda_0)}\right)$$

$\lambda_0=\dfrac{b}{c}$（$\lambda=\lambda_0$ は回転だ円体の表面を表わす）

P, Q に関しては（6）式と同じ

また，電界 E は（a）の場合と同様の方法で求まり，次式となる。

$$E=\sqrt{E_\lambda{}^2+E_\mu{}^2+E_\varphi{}^2} \qquad (9)$$

ただし，

$$E_\lambda=-\frac{1}{c}\sqrt{\frac{\lambda^2+1}{\lambda^2+\mu^2}}\cdot\frac{\partial V_0}{\partial\lambda} \qquad E\text{の}\lambda\text{成分}$$

$$E_\mu=-\frac{1}{c}\sqrt{\frac{1-\mu^2}{\lambda^2+\mu^2}}\cdot\frac{\partial V_0}{\partial\lambda} \qquad E\text{の}\mu\text{成分}$$

$$E_\varphi=-\frac{1}{c}\,\frac{1}{\sqrt{(\lambda^2+1)(1-\mu^2)}}\cdot\frac{\partial V_0}{\partial\varphi} \qquad E\text{の}\varphi\text{成分}$$

ここで，E_s は（9）式を E_0 で除した式 E/E_0 となる。

（$E_{s\max}$ の式）

（a）　回転軸が長軸の場合

まず，$E_{s\max}$ となる λ, μ 及び φ（以下，λ_{px}, μ_{px} 及び φ_{px} とする）を求め，次にそれらの値を E_s の式に代入し，$E_{s\max}$ を求める。

$E_{s\max}$ となる位置は，回転だ円体の表面にあることから，λ_{px} は次式となる。

$$\lambda_{px}=\lambda_p \qquad (10\text{-}1)$$

一方，μ_{px} 及び φ_{px} は，（7）式を μ 及び φ で微分し，それらを零と置いた連立方程式から求まる。

まず，$\partial E/\partial\mu=0$ より

$$\sin\varphi=0 \qquad (10\text{-}2)$$

と

$$\cos\varphi=-\frac{\mu}{\lambda_p}\sqrt{\frac{\lambda_p{}^2-1}{1-\mu^2}}\cdot\frac{M_p}{N_p}\cdot\tan\beta \qquad (10\text{-}3)$$

ただし，

$$M_p=\frac{P_1{}'(\lambda_0)Q_1(\lambda_0)-P_1(\lambda_0)Q_1{}'(\lambda_0)}{\sigma_sP_1{}'(\lambda_0)Q_1(\lambda_0)-P_1(\lambda_0)Q_1{}'(\lambda_0)}$$
$$=\frac{1}{\lambda_p(\lambda_p{}^2-1)\left(\frac{1}{2}\cdot\ln\frac{\lambda_p+1}{\lambda_p-1}\right)\cdot(\sigma_s-1)+\lambda_p{}^2-\sigma_s(\lambda_p{}^2-1)}$$

$$N_p=\frac{P_1{}^{1\prime}(\lambda_0)\,Q_1{}^1(\lambda_0)-P_1{}^1(\lambda_0)\,Q_1{}^{1\prime}(\lambda_0)}{\sigma_sP_1{}^{1\prime}(\lambda_0)Q_1{}^1(\lambda_0)-P_1{}^1(\lambda_0)Q_1{}^{1\prime}(\lambda_0)}$$
$$=\frac{-2}{\lambda_p(\lambda_p{}^2-1)\left(\frac{1}{2}\ln\cdot\frac{\lambda_p+1}{\lambda_p-1}\right)\cdot(\sigma_s-1)+\lambda_p{}^2-\sigma_s\lambda_p{}^2+2}$$

が得られる。

次に，$\partial E/\partial\varphi=0$ より

* 測度係数（metric coefficients）ともよばれる。

$$\mu=\pm\frac{\lambda_p\cdot N_p\cos\varphi}{\sqrt{(\lambda_p{}^2-1)\,M_p{}^2\tan^2\beta+\lambda_p{}^2N_p{}^2\cos^2\varphi}} \tag{10-4}$$

と

$$\mu=\pm\frac{\lambda_p\cdot M_p\tan\beta}{\sqrt{\lambda_p{}^2M_p{}^2\tan^2\beta+(\lambda_p{}^2-1)\,N_p{}^2\cos^2\varphi}} \tag{10-5}$$

が得られる。

(10-2)～(10-5)式より，$0\leqq\mu\leqq1$ かつ $0\leqq\varphi\leqq\pi$ の範囲にある μ,φ の関係式を求めると次式となる。

$$\varphi=0$$

$$=\mu\frac{\lambda_p\cdot M_p\tan\beta}{\sqrt{\lambda_p{}^2M_p{}^2\tan^2\beta+(\lambda_p{}^2-1)\,N_p{}^2}} \tag{11}$$

及び，

$$\mu=\frac{\lambda_p\cdot N_p\cos\varphi}{\sqrt{(\lambda_p{}^2-1)\,M_p{}^2\tan^2\beta+\lambda_p{}^2N_p{}^2\cos^2\varphi}} \tag{12}$$

なお，(11)式は点を，(12)式は μ と φ との関係を表わしている。

(11), (12)式の μ,φ に数値を代入して，検討したところ，$\sigma_s>1$ の場合と $\sigma_s<1$ の場合とでは μ_{px},φ_{px} は異なり，次式のようになった*。

i）$\sigma_s>1$ のとき

$$\left.\begin{aligned}&\lambda_{px}=\lambda_p\\&\mu_{px}=\frac{\lambda_p\cdot M_p\tan\beta}{\sqrt{\lambda_p{}^2M_p{}^2\tan^2\beta+(\lambda_p{}^2-1)\,N_p{}^2}}\\&\varphi_{px}=0\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

$$E_{s\max}=\sigma_s\cdot\cos\beta\cdot\sqrt{M_p{}^2\tan^2\beta+N_p{}^2} \tag{14}$$

ii）$\sigma_s<1$ のとき

$$\left.\begin{aligned}&\lambda_{px}=\lambda_p\\&\mu_{px},\varphi_{px}\ \text{は次式の関係を満足する}\ \mu,\varphi\\&\mu=\frac{\lambda_p\cdot N_p\cos\varphi}{\sqrt{(\lambda_p{}^2-1)\,M_p{}^2\tan^2\beta+\lambda_p{}^2N_p{}^2\cos^2\varphi}}\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

$$E_{s\max}=\cos\beta\cdot\sqrt{M_p{}^2\tan^2\beta+N_p{}^2} \tag{16}$$

（b）回転軸が短軸の場合

$E_{s\max}$ となる λ,μ 及び φ の各値を λ_{0x},μ_{0x} 及び φ_{0x} とおき，（a）の場合と同様にして求めると，次のようになる。

i）$\sigma_s>1$ のとき

$$\left.\begin{aligned}&\lambda_{0x}=\lambda_0\\&\mu_{0x}=\frac{\lambda_{0x}\cdot M_0\tan\beta}{\sqrt{\lambda_{0x}{}^2M_0{}^2\tan^2\beta+(\lambda_{0x}{}^2+1)N_0{}^2}}\\&\varphi_{0x}=0\end{aligned}\right\} \tag{17}$$

$$E_{s\max}=\sigma_s\cdot\cos\beta\sqrt{M_0{}^2\tan^2\beta+N_0{}^2} \tag{18}$$

ただし，

$$M_0=\frac{P_1{}'(i\lambda_0)\,Q_1(i\lambda_0)-P_1(i\lambda_0)\,Q_1{}'(i\lambda_0)}{\sigma_sP_1{}'(i\lambda_0)Q_1(\lambda i_0)-P_1(i\lambda_0)Q_1{}'(i\lambda_0)}$$

$$=\frac{-1}{\lambda_0(\lambda_0{}^2+1)\,(\cot^{-1}\lambda_0)\,(\sigma_s-1)-\lambda_0{}^2(\sigma_s-1)-\sigma_s}$$

$$N_0=\frac{P_1{}^{1\prime}(i\lambda_0)\,Q_1{}^1(i\lambda_0)-P_1{}^1(i\lambda_0)\,Q_1{}^{1\prime}(i\lambda_0)}{\sigma_sP_1{}^{1\prime}(i\lambda_0)\,Q_1{}^1(i\lambda_0)-P_{11}(i\lambda_0)\,Q_1{}^{1\prime}(i\lambda_0)}$$

$$=\frac{2}{\lambda_0(\lambda_0{}^2+1)(\cot^{-1}\lambda_0)\,(\sigma_s-1)-\lambda^2(\sigma_s-1)+2}$$

ii）$\sigma_s<1$ のとき

$$\left.\begin{aligned}&\lambda_{0x}=\lambda_0\\&\mu_{0x},\varphi_{0x}\ \text{は次式の関係を満足する}\ \mu,\varphi\\&\mu=\frac{\lambda_0\cdot N_0\cos\varphi}{\sqrt{(\lambda_0{}^2+1)^2M_0{}^2\tan^2\beta+\lambda_0{}^2N_0{}^2\cos^2\varphi}}\end{aligned}\right\} \tag{19}$$

$$E_{s\max}=\cos\beta\cdot\sqrt{M_0{}^2\tan\beta+N_0{}^2} \tag{20}$$

さて，上式より回転だ円体の形状 m が変化したときの $E_{s\max}$ 及びその位置に対する影響について検討する。

（a）形状が球状から紡錘状へと変化したときの影響

このような形状の変化は，回転軸が長軸の場合において生ずる変化であり，m を変数としてその影響を検討する。

i）$\sigma_s>1$ のとき

［$E_{s\max}$ となる位置］　この位置は(13)式で表わされ，回転だ円体の表面と $\varphi=0$ との交線上の点となる。(13)式からこの点は $m=1+\varepsilon(0<\varepsilon\ll1)$ のとき，球でのそれと同じ位置，すなわち，μ を xy 平面からの最小の仰角 θ（以下，θ はこの定義のもとで使う）に置き換えると $\theta\fallingdotseq\beta$ であったものが，m が大きくなり形状が紡錘状に近づくと，交線上を尖端側（$\mu=1$ または $\theta=\pi/2$）に移動して z 軸に近づくことがわかる。なお，(13)式で表わされないが，中心Oに対するこの点の対称点も $E_{s\max}$ となる位置である。

［$E_{s\max}$］　これは(14)式で表わされ，この式から形状 m と $E_{s\max}$ との関係を検討する。

まず，(14)式を m で偏微分すると，次式が得られる。

$$\frac{\partial E_{s\max}}{\partial m}=\sigma_s\cdot\frac{\cos\beta}{\sqrt{M_p{}^2\tan^2\alpha+N_p{}^2}}\cdot\frac{(1-\sigma_s)}{(m^2-1)^{3/2}}$$

$$\cdot\left\{3\lambda_p-(3\lambda_p{}^2-1)\cdot\frac{1}{2}\ln\left(\frac{\lambda_p+1}{\lambda_p-1}\right)\right\}$$

$$\cdot\left(M_p{}^3\tan^2\beta-\frac{N_p{}^3}{2}\right) \tag{21}$$

(21)式の右辺において，$(M_p{}^3\tan^2\beta-N_p{}^3/2)$ 以外の因

* $E_{s\max}$ の式及び λ_{Px},μ_{px} 及び φ_{px} の算出は主に，解析的に行なったが，それが難しいときには数値的に確認することによって，行なった。
また，$E_{s\max}$ となる位置において，電界の成分 E_λ, E_μ 及び E_φ のうち，i）$\sigma_s>1$ のときには $E_\varphi=0$, 及び $E_\mu=0$, ii）$\sigma_s<1$ のときには $E_\lambda=0$ となることが推定され，それらの位置を表わす式を代入したところ，そのことが解析的に確かめられた。なお，回転軸が短軸の場合も同様である。

数の積は正となることから，$\partial E_{s\max}/\partial m$ の符号はこの因数の符号により定まることになる。

この因数はmの他に，σ_s 及びβの関数となり，この符号を解析的に検討することは困難であり，また，その結果は見通しの悪いものとなることが推測される。このため，ここではこの因数の m, σ_s 及びβに数値を代入するという数値的な方法でこの因数の符号を求め，$E_{s\max}$ とmとの関係を推定することにした。なお，m, σ_s 及びβの値としては，$m=1.1,\ 5,\ 10,\ 100,\ 1,000$；$\sigma_s=10^{-8},\ 10^{-2},\ 10^{-1},\ 0.9,\ 1.1,\ 10,\ 10^2,\ 10^8$；$\beta=0, \pi/36, \cdots, n\pi/36, \cdots, 18\pi/36$ の各値を用いた。

数値を代入した結果，m, σ_s 及びβの各値に対する $\partial E_{s\max}/\partial m$ の符号は Fig. 4（a）のようになった。

Fig. 4（a）から，$E_{s\max}$ はmに対して単調に増加あるいは減少する場合の他に，$M_p{}^3 \tan^2\beta - N_p{}^3/2=0$ を満足するmにおいて極小となる場合のあることがわかる。また，$E_{s\max}$ が増加となるmの範囲は，σ_s, β に関係し，σ_s が大きくなると，あるいは，βが大きくなると，その範囲は広くなることがわかる。

ii）$\sigma_s<1$ のとき

［$E_{s\max}$となる位置］ この位置は(15)式で表わされ，回転だ円体表面上の $\mu=0,\ \varphi=\pm\pi/2$（$x=0,\ y=\pm b,\ z=0$）を通り，$\mu<0$ の場合も含めて示すと，中心Oに対して対称となるような閉曲線となる。

(15)式から，この閉曲線は，$m=1+\varepsilon$ のとき球でのそれと同じ位置，すなわち，回転だ円体の表面とy軸を通り傾き $\beta+\pi/2$ の平面との交線（円）にあり，mが大きくなりその形状が紡錘状に近づくと，y軸を中心に尖端（$\mu=\pm1$）側に近づくことがわかる。

［$E_{s\max}$］ これは(16)式で表わされる。(16)式はmに関して(14)式と同じ形式であり，$\partial E_{s\max}/\partial m$ は(21)式を σ_s で除した式となる。$\partial E_{s\max}/\partial m$ の符号を $\sigma_s>1$ のときと同様に数値的に検討すると，Fig. 4（b）となる。Fig. 4（b）から，$E_{s\max}$ は $\sigma_s>1$ のときと同様に，

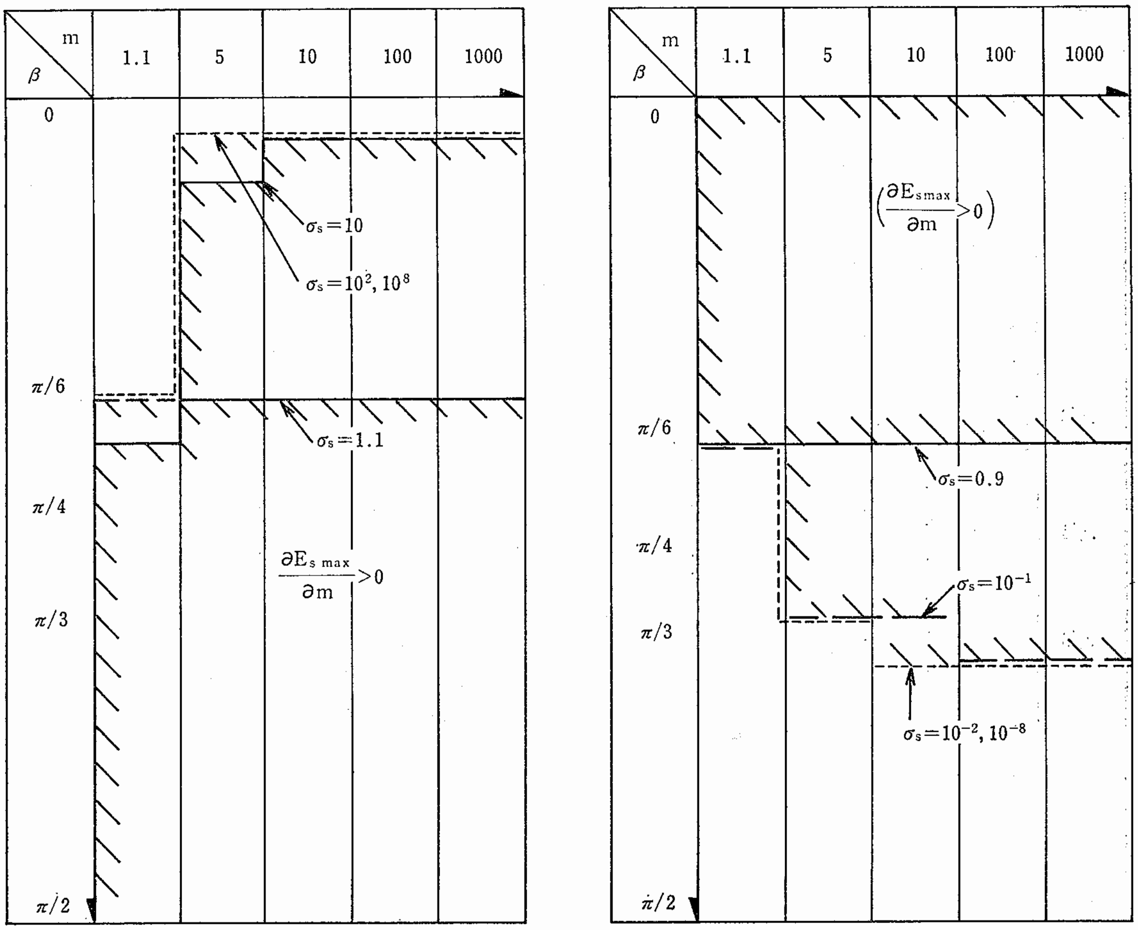


Fig. 4 Examples of caluclation, giving the relation-ship between $E_{s\max}$ and factors which are m, β and σ_s (in the case of shape like a spindle).

$E_{s\max}$ と m, β 及び σ_s の関係（形状が紡錘形の場合）

mに対して単調に増加あるいは減少する場合の他に，$M_p^3\tan^2\beta-N_p^3/2=0$ となる面において極小となる場合のあることがわかる。また，E_{smax} が増加となるmの範囲は σ_s,β に関係しており，σ_s が小さくなると，あるいは，βが小さくなると，その範囲は広くなることがわかる.

（b）形状が球状から円盤状へと変化したときの影響

形状の，この変化は，回転軸が短軸の場合において生じる変化であり，mを変数として以下にこの影響を検討する。

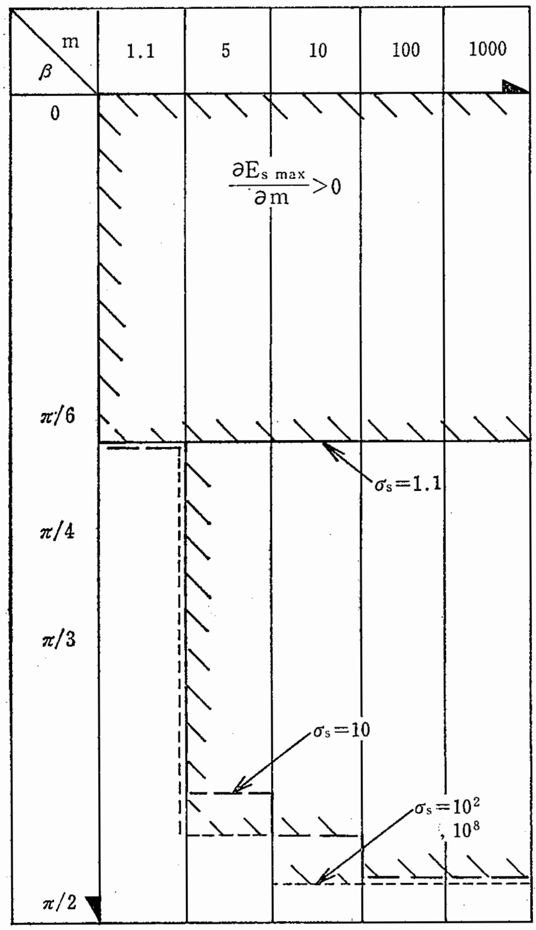
i）$\sigma_s>1$ のとき

［E_{smax} となる位置］この位置は(17)式で表わされ，回転だ円体の表面と $\varphi=0$ との交線上の点となる。(17)式より，この点は $m=1+\varepsilon$ のとき，球でのそれと同じ位置，すなわち，μをθで表わすと $\theta\fallingdotseq\beta$ であったものが，mが大きくなりその形状が円盤状に近づくと，交線上を尖端側（$\mu=0$，あるいは $\theta=0$）に移動して xy 平面に近づくことがわかる。なお，(17)式では表わされないが，中心Oに対するこの点の対称点も E_{smax} となる位置である。

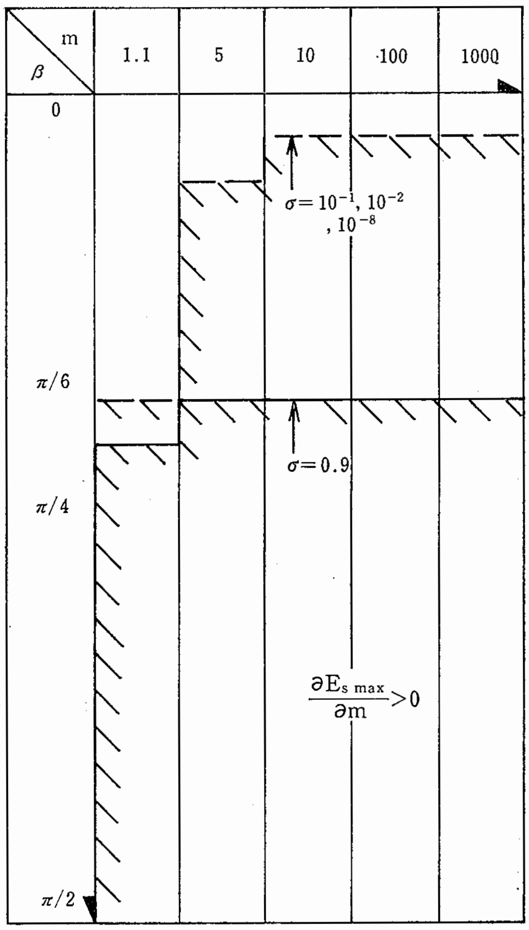
［E_{smax}］これは(18)式で表わされる。この式から（a）-ｉ）の場合と同様の手順で $\partial E_{smax}/\partial m$ の符号を求めると Fig. 5（a）のようになる。Fig. 5（a）によると，E_{smax} はmに対して単調に増加あるいは減少する場合の他に，$-M_0^3\tan^2\beta+N_0^3/2=0$ となるmにおいて極小となる場合のあることがわかる。また，E_{smax} が増加となるmの範囲は σ_s,β に関係し，σ_s が大きくなると，あるいは，βが小さくなると，その範囲は広くなることがわかる。

ii）$\sigma_s<1$ のとき

［E_{smax} となる位置］この式は(19)式で表され，回転だ円体の表面上の $\mu=0,\varphi=\pm\pi/2$（$x=0,y=\pm b,z=0$）を通り，$\mu<0$ の場合も含めると，中心Oに対して対称となるような閉曲線となる。(19)式からこの閉曲線



(a)　$\sigma_s>1$



(b)　$\sigma_s<1$

Fig. 5　Examples of caluculation, giving the relation-ship between E_{smax} and factor swhich are m, β and σ_s (in the case of shape like a disk).

E_{smax} と m, β 及び σ_sとの関係（形状が円盤形の場合）

は，$m=1+\varepsilon$ のとき球でのそれと同じ位置にあり，m が大きくなりその形状が円盤状に近づくと，y 軸を中心に尖端側（$\mu=0$ あるいは xy 平面）に近づくことがわかる。

［$E_{s\max}$］　これは(20)式で表わされる。この式から，$\sigma_s>1$ のときと同様にして $\partial E_{s\max}/\partial m$ を求めると，Fig. 5（b）となる。Fig. 5（b）から，$E_{s\max}$ は $\sigma_s>1$ のときと同様に，m に対して単調に増加，あるいは減少する場合の他に，$-M_0{}^3\tan^2\beta+N_0{}^3/2=0$ となる m において極小となる場合のあることがわかる。また，$E_{s\max}$ が増加となる m の範囲は σ_s, β に関係し，σ_s が大きくなると，あるいは β が小さくなると，その範囲は広くなることがわかる。

以上のことから次のことが言える。

1.　形状の因子は，他の因子（σ_s 及び β）と相まって，漏電場の電界強度に影響を及ぼす。

2.　形状の尖り具合 m が大きくなると，$E_{s\max}$ となる位置は尖端側に移動する。

3.　介在物の尖端と中心を通る線の x 軸からの仰角を γ とすると，i）$\sigma_s<1$ のときには，σ_s が小さいほど，また，$|\gamma-\beta|$ が大きいほど，ii）$\sigma_s>1$ のときには，σ_s が大きいほど，また，$|\gamma-\beta|$ が小さいほど，$E_{s\max}$ は m の小さな値から増加し始める。そして，m が大きくなると $E_{s\max}$ も大きくなる。

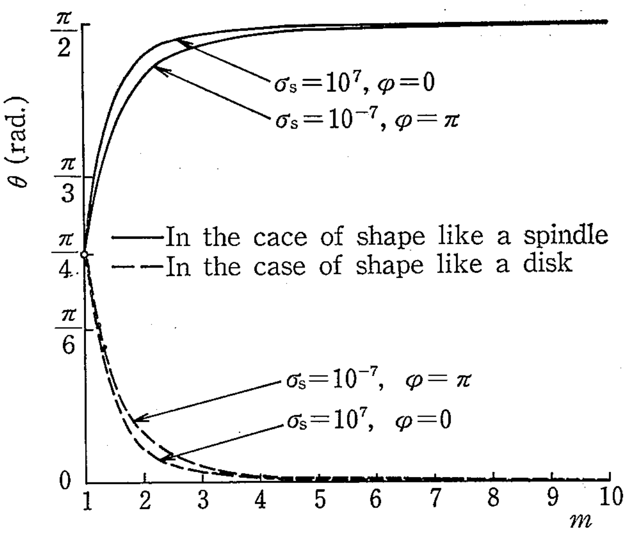
〔計算例〕

計算例から，形状の影響を定量的に推測する。まず，(13)，(15)，(17)及び(19)式において $\beta=\pi/4$，$\sigma_s=10^7$ または 10^{-7} としたときの，m と $E_{s\max}$ なる位置（λ, μ, φ）との関係（計算例）を Fig. 6（a）に示す。ここで，λ は λ_p または λ_0 であり，また，$\sigma_s=10^{-7}$ のときの位置（閉曲線）を $\varphi=\pi$ での位置（点）により代表させていることから φ は0または π となる。このことから，$E_{s\max}$ となる位置を表わす変数は μ だけとなる。また Fig. 6（a）では，この位置に対する理解を助けるため μ を xy 平面からの最小の仰角 θ* に変換して表わすことにする。（以下，同様とする）なお，μ を θ に変換する式は次式となる。

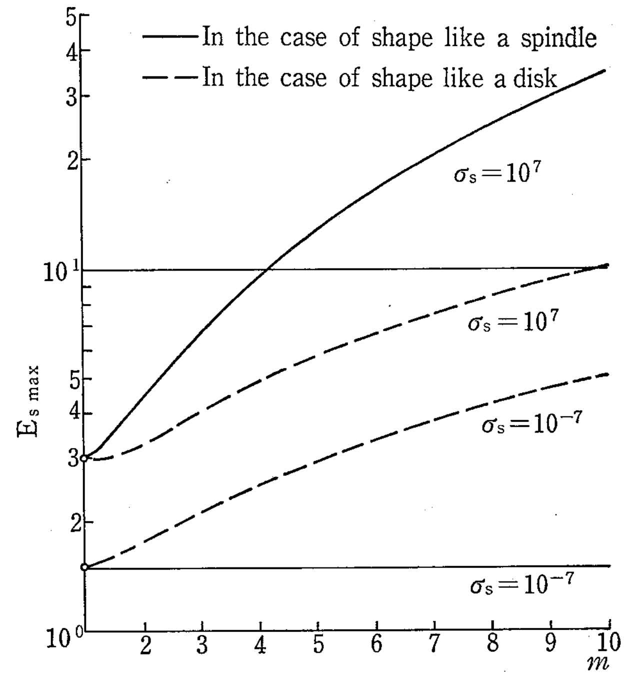
$$\tan\theta=m\cdot\frac{\mu}{\sqrt{1-\mu^2}}\text{（回転軸が長軸の場合）}\qquad(22)$$

$$\tan\theta=\frac{1}{m}\cdot\frac{\mu}{\sqrt{1-\mu^2}}\text{（回転軸が短軸の場合）}\qquad(23)$$

Fig. 6（a）によると，m が大きくなると $E_{s\max}$ となる位置 θ はそれぞれ尖端**($\theta=\pi/2$ あるいは $\theta=0$）に近いことがわかる***。



(a) Positions being $E_{s\max}$ ($\mu>0$)



(b) Magnitude of $E_{s\max}$

Fig. 6　Examples of calucultion, giving the relation -ship between sharpness (m) of configration of a solid body and $E_{s\max}$.
介在物の形状の鋭さmと，そのmにおける影響の最大との関係を示す計算例

*　xy 平面からの最小の仰角とは，例えば Ox からの仰角が $\pi/2+\beta$ のとき，θ は $\pi/2-\beta$ となることを意味する。

**　形状が球状から紡錘状へと変化する場合には $\theta=\pi/2$，形状が球状から円盤状に変化する場合には $\theta=0$ となる。

***　$10^{-7}<\sigma_s<10^7$ のとき，m に対する θ の変化は Fig. 6（a）よりも緩やかになると考えられる。

次に，(14)，(16)，(18)及び(20)式において $\beta=\pi/4$, $\sigma_s=10^7$ または 10^{-7} としたときの m と E_{smax} との関係（計算例）を Fig. 6 (b)に示す。これは Fig. 6(a)の位置に対応するものである。

Fig. 6 (b)によると，$m \fallingdotseq 1$ のとき，回転だ円体の形状は球に近く，そのときの E_{smax} は球での値（$\sigma_s=10^7$ のとき $E_{smax}=3$, $\sigma_s=10^{-7}$ のとき $E_{smax}=1.5$）となることがわかる。また，$\sigma_s=10^{-7}$ で，形状が球状から紡錘状に変化する場合には，E_{smax} は $m \fallingdotseq 1.54$ で極小となるものの，その他の条件でにおいては，m が大きくなると E_{smax} も大きくなることがわかる。特に，$\sigma_s=10^7$ で形状が球状から紡錘状と変化する場合の，$m=10$ における E_{smax} は約 35 となり，形状の影響が大きいことを示している。

2.3.4 電界 $\boldsymbol{E}_0$ の，方向の差異による影響

介在物の形状が回転だ円体のように，点対称とならない場合，漏電場の電界は介在物の形状と相まって電界 $\boldsymbol{E}_0$ の方向の影響を受ける。以下，これについて前掲の Fig. 3 のモデル，すなわち，均一な電界の水中に回転だ円体の介在物を置いたモデルを用い，(a)形状が紡錘状の場合と(b)形状が円盤状の場合に分け*，検討する。なお，$\boldsymbol{E}_0$ の方向は Fig. 3 に示すように，x 軸からの仰角 β で表わすことにする。

（a） 形状が紡錘状の回転だ円体の場合

i） $\sigma_s>1$ のとき

［E_{smax} となる位置］ この位置は前掲の(13)式で表わされ，回転だ円体の表面と $\varphi=0$ との交線上の $\mu(>0)$ で表わされる点となる。(13)式の μ を β で偏微分すると $\partial\mu/\partial\beta \geqq 0$ となることから，β が大きくなると μ も大きくなり，$\beta=0$ のときには $\mu=0$ にあったものが，$\beta=\pi/2$ のときには $\mu=1$ となることがわかる。また，数値的な検討から，$0<\beta<\pi/2$ において $\beta<\theta$（μ に相当）となり，この位置は尖端側（$\mu=1$ あるいは $\theta=\pi/2$）に偏ることがわかる。なお，(13)式で示されないが，この点の，中心Oに対する対称点も E_{smax} となる位置である.

［E_{smax}］ これは前掲の(14)式で表わされる。この式を β で偏微分すると次式となる。

$$\frac{\partial E_{smax}}{\partial\beta}=\frac{\sigma_s\cdot\sin\beta}{\sqrt{M_p{}^2\tan^2\beta+N_p{}^2}}\cdot(M_p+N_p)\cdot(M_p-N_p) \tag{24}$$

(24)式を数値的に検討したところ，$\partial E_{smax}/\partial\beta>0$ となることが推定された。このことから，E_{smax} は $\beta=0$ のときには最も小さな値 $(\sigma_s\cdot N_p)$ となり，β が大きくなると単調に増加して，$\beta=\pi/2$ のときには最も大きな値 $(\sigma_s\cdot M_p)$ となることがわかる。

ii） $\sigma_s<1$ のとき

［E_{smax} となる位置］ これは前掲の(15)式で表わされ，回転だ円体の表面上の $\mu=0, \varphi=\pm\pi/2$ を通り，$\mu<0$ の場合も含めると，中心Oに対して対称な閉曲線となる。

これについて，$\sigma_s>1$ のときと同様に検討したところ $\mu>0$ のときには $\partial\mu/\partial\beta<0$, $\mu<0$ のときには $\partial\mu/\partial\beta>0$ となる結果が得られた。すなわち，(15)式から，$\beta=0$ のときには回転だ円体の表面と $\varphi=\pi/2$ との交線（だ円）上にあったその位置は β が大きくなると y 軸を中心にして xy 平面に近づき，$\beta=\pi/2$ において回転だ円体の表面と $\mu=0$ との交線（円）となることがわかる。また，数値的検討からこの閉曲線は，y 軸を通り傾き $\beta+\pi/2$ の平面と回転だ円体の表面との交線よりも尖端側に偏ると推測される。

［E_{smax}］ これは前掲の(16)式で表わされる。これについて，$\sigma_s>1$ のときと同様の方法で検討したところ，$\partial E_{smax}/\partial\beta<0$ となる結果が得られた。すなわち，E_{smax} は，$\beta=0$ のときには最も大きな値 (N_p) となり，β が大きくなると逆に減少して，$\beta=\pi/2$ のときには最も小さな値 (M_p) となることがわかる。

（b） 形状が円盤状の回転だ円体の場合

i） $\sigma_s>1$ のとき

［E_{smax} となる位置］ この位置は前掲の(17)式で与えられる。これについて(a)の場合と同様に検討したところ，$\mu>0$ において $\partial\mu/\partial\beta>0$ となった。すなわち，$\beta=0$ において $\mu=1$ にあったこの位置が，β が大きくなると μ も大きくなり，$\beta=\pi/2$ において $\mu=1$ となることがわかる。また，数値的な検討から $0<\beta<\pi/2$ において，$\beta>\theta$（μ を xy 平面からの仰角で表わした角度）となり，この位置は尖端側に偏ることがわかる。なお，この点の，Fig. 3 の中心Oに対する対称点も E_{smax} となる位置である。

［E_{smax}］ この値は前掲の(18)式で表わされる。これについて(a)の場合と同様に検討したところ，$\partial E_{smax}/\partial\beta<0$ となり，$\beta=0$ のときには E_{smax} の最も大きな値 $(\sigma_s N_0)$ をとり，β が大きくなると E_{smax} は減少して，$\beta=\pi/2$ のときには E_{smax} の最も小さな値 $(\sigma_s M_0)$ をとることがわかる。

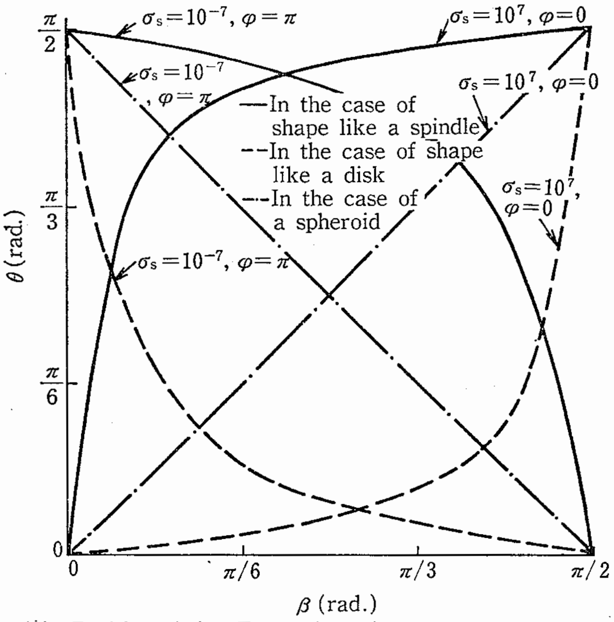
ii） $\sigma_s<1$ のとき

［E_{smax} となる位置］ この位置は前掲の(19)式で与えられる。これについて(a)の場合と同様に検討したところ，$\mu>0$ のとき $\partial\mu/\partial\beta<0$, $\mu<0$ のとき $\partial\mu/\partial\beta>0$

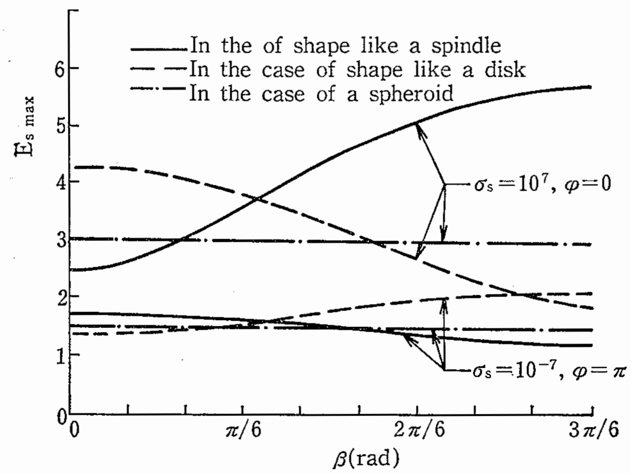
* (a)の場合は回転軸が長軸の場合に，(b)の場合は回転軸が短軸の場合に相当する。

となった。すなわち，$\beta=0$ のときには $\varphi=\pi/2$ と回転だ円体の表面との交線上にあったこの位置は，β が大きくなると y 軸を回転軸として xy 平面に近づき，$\beta=\pi/2$ において，$\mu=0$ と回転だ円体の表面との交線（円）となることがわかる。また，数値的な検討から $0<\beta<\pi/2$ において，この閉曲線は，傾き $\beta+\pi/2$ の y 軸を通る平面よりも尖端側に偏ると推測される。

［$E_{s\max}$］ この値は前掲の(20)式で与えられる。これについて(a)の場合と同様に検討したところ，$\partial E_{s\max}/\partial\beta>0$ となり，$\beta=0$ のときには $E_{s\max}$ の最も小さな値



(a) Positions being $E_{s\max}$ ($\mu>0$)



(b) Magnitude of $E_{s\max}$

Fig. 7 Examples of calculation, giving the relationship between a direction(β) of E_0 and $E_{s\max}$ (in the case of m=3).

E_0 の方向 β と，各 β における影響の最大との関係を示した計算例（m=3 の場合）

(N_0) をとり，β が大きくなると $E_{s\max}$ は増加して，$\beta=\pi/2$ のときには $E_{s\max}$ は最も大きな値 (M_0) になることがわかる。

以上のことから，次のことが言える。

1. $E_{s\max}$ となる位置は，電界 $\boldsymbol{E}_0$ の方向 β が大きくなると，ｉ) $\sigma_s>1$ のときには，回転だ円体の中心Ｏを通る x 軸からの仰角 β と回転だ円体表面との交点よりも介在物の尖端側に偏るものの，β に対応して移動し，ii) $\sigma_s<1$ のときには，y 軸を通る傾き $\beta+\pi/2$ の平面と回転だ円体とがなす閉曲線よりも尖端側に偏るものの，この平面に対応して移動する。

2. $E_{s\max}$ は，β が回転だ円体の中心Ｏと尖端とを通る直線に近づくと，ｉ) $\sigma_s>1$ のときには大きくなり，ii) $\sigma_s<1$ のときには小さくなることがわかる。

〔計算例〕

計算例から，$\boldsymbol{E}_0$ の方向 β の影響を定量的に推測する。まず，(13)，(15)，(17)及び (19) 式において，$m=2$，$\sigma_s=10^7$ または 10^{-7} としたときの，β と $E_{s\max}$ となる位置(λ, μ, φ)との関係（計算例）を Fig. 7 (a)に示す。この図は Fig. 6 (a)と同様に，μ を θ に変換し，また，$\sigma_s=10^{-7}$ のときには $\varphi=\pi$ での位置により代表させ，示したものである。なお，参考までにこの図には，$E_{s\max}$ となる位置 θ が $\theta=\beta$ ($\sigma_s=10^7$, $\varphi=0$ のとき) または $\pi/2-\beta$ ($\sigma_s=10^{-7}$, $\varphi=\pi$ のとき) となる球の場合についても併記してある。

Fig. 7 (a)によると，$E_{s\max}$ となる位置はそれぞれ尖端方向に偏るものの，ｉ) $\sigma_s=10^7$ のときは $\theta=\beta$ に，ii) $\sigma_s=10^{-7}$ のときには $\theta=\pi/2-\beta$ に対応して変化することがわかる。

次に，$E_{s\max}$ と β との関係を Fig. 7 (b)に示す。この図は Fig. 7 (a)に対応するものであり，参考までに，球の場合における $E_{s\max}$ も併記してある。Fig. 7 (b)によると，β が回転だ円体の中心と尖端を結ぶ直線と同じ方向に近づくと，$E_{s\max}$ はｉ) $\sigma_s=10^7$ のときには大きくなり，ii) $\sigma_s=10^{-7}$ のときには小さくなることがわかる。$E_{s\max}$ の大きさは，形状による影響よりは小さいものの，かなり大きく，例えば $\sigma_s=10^7$ で形状が紡錘状となる場合の，$\beta=\pi/2$ のときには $E_{s\max}\fallingdotseq 5.7$ となることがわかる。

2.3.5 電界 $\boldsymbol{E}_0$ の強度の不均一による影響

介在物を置く前の電界強度 E_0 が不均一のとき，介在物を置いたときの漏電場の電界 $\boldsymbol{E}$ は介在物の影響と相まって，その不均一さ*の影響を受ける。ここでは，こ

* 電界強度が不均一のとき，電界の方向も一様とはならない。

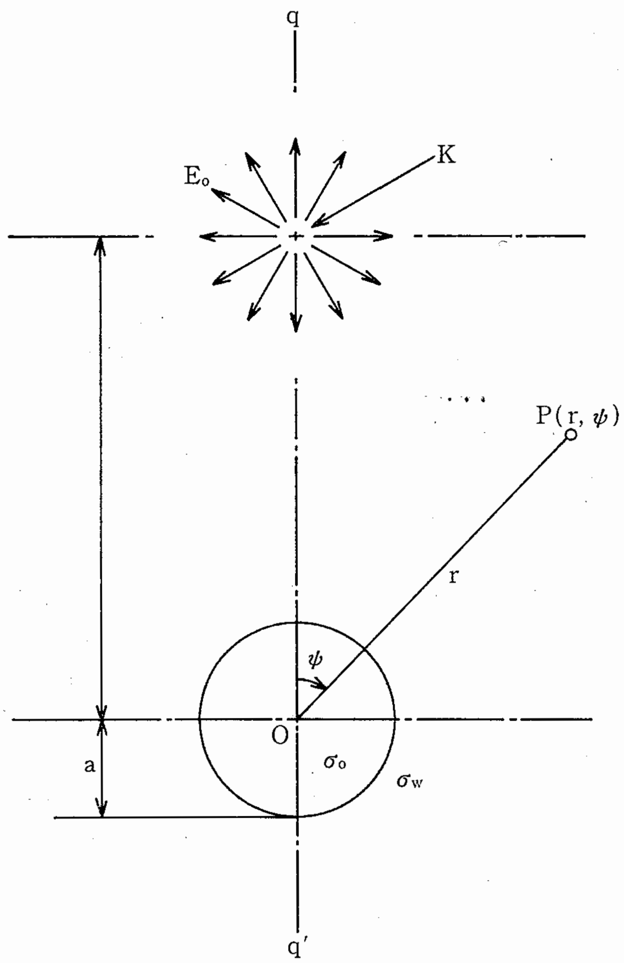


Fig. 8　A model for evaluating the effect of non-uniform field E_0

電界 E_0 の不均一による影響を検討する漏電場モデル

の影響について，Fig. 8 に示すような漏電場モデル，すなわち，点電流源K（強さI）がなす放射状の電界 $\boldsymbol{E}_0$ の水中（導電率 σ_w）にKから距離cだけ離れた位置Oに球状の介在物（半径a，導電率σ_0）を置いたモデルにより検討する。

このモデルにおいて，介在物周辺での $\boldsymbol{E}_0$ の不均一さは，$\boldsymbol{E}_0$ の電場におかれる介在物の大きさaに対する距離cの相対的な大きさ（c/a）により定まり，（c/a）が小さくなるとその不均一さは強くなる*。ここではaに対するcの相対的な大きさc/aを $\boldsymbol{E}_0$ の不均一さを示す指標とする。

さて，Fig. 8 から c/a と $E_{s\max}$ 及びその位置との関係を検討するのであるが，まず第一段階として点Pにおける電界を求める。

Fig. 8 において，$\overline{\mathrm{OP}}$ を r，$\angle\mathrm{KOP}$ を $\psi(0\leqq\psi\leqq\pi)$ とおくと，点Pの電位V[3]及び球を除いたときの点Pの電位 V_0 は次式で与えられる。

$$V_0=\frac{I}{4\pi\sigma_w}\cdot\frac{1}{\sqrt{r^2+c^2-2rc\cos\psi}} \tag{25}$$

$$V=\frac{I}{4\pi\sigma_w}\left[\frac{1}{\sqrt{r^2+c^2-2rc\cos\psi}}+\frac{1-\sigma_s}{a}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{n}{(1+\sigma_s)n+1}\left(\frac{a}{c}\cdot\frac{a}{r}\right)^{n+1}\cdot P_n\ (\cos\psi)\right\}\right] \tag{26}$$

ただし，

$\sigma_s=\sigma_0/\sigma_w$

$P_n(\cos\psi)$：第1種ルジャンドル関数

V_0, V に対応する点Pでの電界強度を E_0**，E と置くと，それぞれ次式のようになる。

$$E_0=\frac{I}{4\pi\sigma_w}\cdot\frac{1}{r^2+c^2-2\,rc\cos\psi} \tag{27}$$

$$E=\sqrt{E_\theta{}^2+E_r{}^2} \tag{28}$$

ただし，

$$\begin{aligned}E_\theta&=-\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial V}{\partial\theta}\text{[4]}\\&=\frac{I}{4\pi\sigma_w}\cdot\frac{1}{r}\left[\frac{rc\sin\psi}{(r^2+c^2-2rc\cos\psi)^{3/2}}\right.\\&\quad-\frac{1-\sigma_s}{a}\Sigma\left\{\frac{n}{(1+\sigma_s)n+1}\left(\frac{a}{c}\cdot\frac{a}{r}\right)^{n+1}\right.\\&\quad\left.\left.\cdot\left(-\frac{n}{\sin\psi}\right)\cdot(P_{n-1}(\cos\psi)-\cos\psi\cdot P_n(\cos\psi))\right\}\right]\end{aligned} \tag{29}$$

$$\begin{aligned}E_r&=-\frac{\partial V}{\partial r}\\&=\frac{I}{4\pi\sigma_w}\left[\frac{r-c\cdot\cos\psi}{(r^2+c^2-2rc\cdot\cos\psi)^{3/2}}\right.\\&\quad+\frac{1-\sigma_s}{a}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{n}{(1+\sigma_s)n+1}\right.\\&\quad\left.\left.\frac{a^{2n+2}}{c^{n+1}}(n+1)\cdot\frac{1}{r^{n+2}}\cdot P_n(\cos\psi)\right\}\right]\end{aligned} \tag{30}$$

(28)，(29)式より求まる $E_s(=E/E_0)$ の式は点電流源の強さI及び σ_w（σ_s に含まれるものは除く）に関係しないものの級数の形となり，見通しの悪い式である。このため，E_s の最大（$E_{s\max}$）を解析的に求めることはせず，以下に示すように数値的に求めることにした。

まず，(28)式において計算の必要がある項数を次のようにして定めた。(29)，(30)式において，級数和に含まれる第n項を $E_{\theta n}$, E_{rn}，すなわち，

$$E_{\theta n}=\frac{1-\sigma_s}{a}\,\frac{n}{(1+\sigma_s)n+1}\left(\frac{a}{c}\cdot\frac{a}{r}\right)^{n+1}\left(-\frac{n}{\sin\psi}\right)\cdot\{P_n(\cos\psi)-\cos\psi\cdot P_n(\cos\psi)\} \tag{31}$$

$$E_{rn}=\frac{1-\sigma_s}{a}\cdot\frac{n}{(1+\sigma_s)n+1}\cdot\frac{a^{2n+2}}{c^{n+1}}(n+1)\frac{1}{r^{n+2}}P_n(\cos\psi) \tag{32}$$

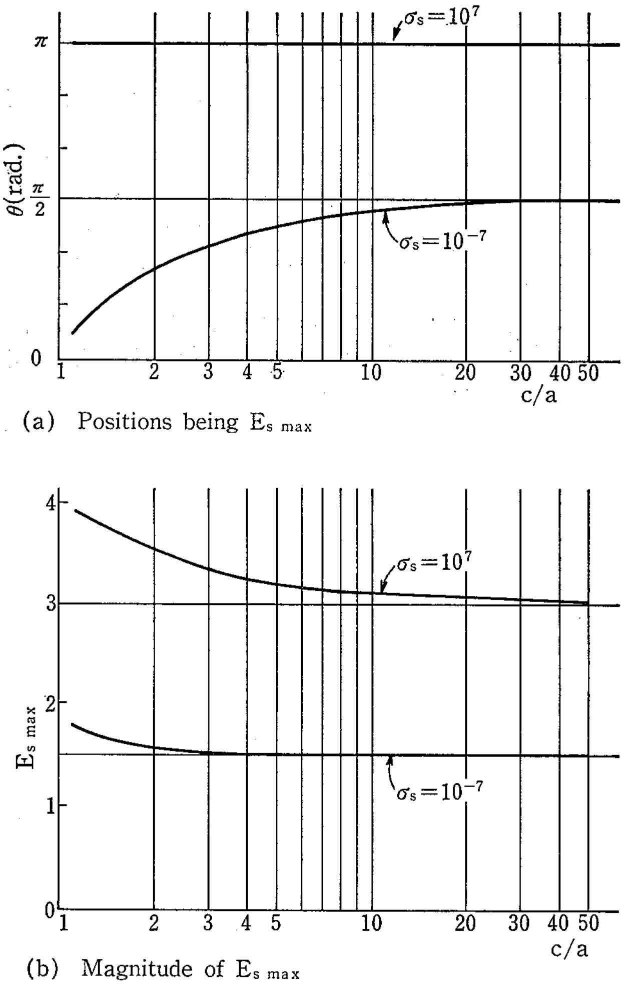
* c/a が十分大きいとき，Fig. 8 のモデルは Fig. 1 のモデルと同じになる。

** 前項までと異なり，E_0 は位置の関数となる。

と置く．nが大きくなると $|E_{\theta n}|$ 及び $|E_{rn}|$ はnの小さな範囲では増加することのあるものの，$n>100$ においては単調に減少する。このことから，計算の必要がある級数は第N項（$N>100$）までとし，このとき，$|N_{\theta N}|$ 及び $|E_{rN}|$ は第N項までの最大の $1/10^5$ 以下になるものとした。この条件を満たすnの値は，σ_s, a などの変数によってかわるが，ここではnの値として，このNよりも十分大きな値（便宜上 $n=400$ とする）を用いた。

次に，E_{smax}及びその位置を次のようにして求めた。E_{smax}となる位置は球の表面，すなわち，$r=a$ にあることから，まず，$r=a$ における E_s を $\psi=0$ からπまで $\Delta\psi(=\pi/360)$ ごとに求める。そして，それらの最大を E_{smax}，そのときの r, ψ を E_{smax} となる位置とした。

さて，以上のようにして E_0 の不均一性 c/a と E_{smax} 及びその位置との関係を求めると，以下のようになる．



(a) Positions being $E_{s\,max}$

(b) Magnitude of $E_{s\,max}$

Fig. 9 Examples of caluculation, giving the relationship between non-uniformity (c/a) of E_0 and E_{smax}.

E_0 の不均一性（c/a）の影響を示した計算例

Fig. 9 は $\sigma_s=10^7$ 及び 10^{-7} のときの計算例であり（a）は c/a と E_{smax} となる位置（ψ）との関係を，（b）は c/a と E_{smax} との関係を表わしている。なお，この計算例での E_{smax} は，$\sigma_s=10^7$ のときには $\sigma_s>1$ での，$\sigma_s=10^{-7}$ のときには $\sigma_s<1$ でのほぼ最大の値となり，$10^7>\sigma_s>1$ のときの E_{smax} は $\sigma_s=10^7$ のときの E_{smax} と１との間に，また，$1>\sigma_s>10^{-7}$ のときの E_{smax} は $\sigma_s=10^{-7}$ のときの E_{smax} と１との間にある。

Fig. 9 より，次のことがわかる。

ｉ）$\sigma_s=10^7$ のとき：E_{smax} となる位置は $r=a, \psi=\pi$ で表わされる点であるが，$r=a, \psi=0$ において E_s が極大となることから，c/a が十分大きくなると，E_0 が均一の場合と同様に $r=a, \psi=0$ の点も E_{smax} となる位置になると考えられる。一方，E_{smax} は c/a が大きくなると減少し，E_0 が均一での値（$E_{smax}\fallingdotseq 3$）に近づく。また，E_{smax} の減少する速さは早く，例えば $c/a=3$ のときの E_{smax} は均一な場合の約1.1倍にまで減少する。

ii）$\sigma_s=10^{-7}$ のとき：E_{smax} となる位置は $r=a$ と Fig. 9（a）のψとで表わされる円となり，c/a が大きくなるとψは増加して E_0 が均一な場合での位置（$r=a$, $\psi=\pi/2$ で表わされる円）に近づく。一方，E_{smax} は c/a が大きくなると減少し，E_0 が均一での値（$E_{smax}\fallingdotseq 1.5$）に近づく。また，$E_{smax}$ の減少の速さは早く，例えば $c/a=2$ のときの E_{smax} は均一な場合の約1.04倍にまで減少する。

以上のように，E_0 の不均一性の影響は，E_0 が均一な場合の影響と比べ大きいものの，その差は小さく，特に，介在物（球）が，漏れ電流源から介在物の大きさの数倍較れたところにある場合には，E_{smax} は E_0 が均一の場合の約1.1倍以下となることがわかる。

4. あとがき

本研究は，水中での電撃及びその防止を考える上での基礎資料を得るために行なったものである。本報では，第一報[2)]に引き続き，その基本となる水中漏電場の電界強度に及ぼす介在物等の影響について，影響が最大となる場合を中心に検討した。以下に，検討した結果を列記する。

（１）　介在物の導電率の影響

介在物の導電率 σ_0 は，水の導電率 σ_w と相まってその比 σ_s（$=\sigma_0/\sigma_w$）により，電界強度に影響を及ぼす。これを介在物が存在しないときの電界強度 E_0（$=|\boldsymbol{E}_0|$）と介

在物が存在するときの電界強度 $E(=|\boldsymbol{E}|)$ との比 $E_S(=E/E_0)$ で表わすと，ｉ）$\sigma_S>1$ のときには，$E_{S\max}$ は $\boldsymbol{E}_0$ の方向に対して介在物の前・後面付近に生じ，σ_S が大きくなると $E_{S\max}$ は大きくなり，ii）$\sigma_S<1$ のときには，$E_{S\max}$ は $\boldsymbol{E}_0$ の方向に対して介在物の側面付近に生じ，σ_S が小さくなると $E_{S\max}$ は大きくなる。また，$\sigma_0>100\sigma_w$，あるいは $\sigma_0<1/100\sigma_w$ において $E_{S\max}$ はほぼ一定となり，例えば均一電界中に置かれた球状介在物の場合，E の最大は，前者の場合には E_0 の３倍に，後者の場合には E_0 の 1.5 倍になる。

（2） 介在物の大きさの影響

$\boldsymbol{E}_0$ の分布が介在物の大きさにかかわらず一定のとき，介在物の大きさは $E_{S\max}$ には影響を及ぼさず，E_S の広がりに影響を及ぼす。例えば，介在物の大きさが２倍になるとその影響の及ぶ介在物からの距離も 2 倍となる。

（3） 介在物の形状の影響

この影響は $\boldsymbol{E}_0$ の方向及び σ_S と強くかかわって表われ，形状の鋭さに対して $E_{S\max}$ が減少・増加または極小値をとるなどの３つの場合に変化する。また，$E_{S\max}$ は他の因子の影響と比べて大きく，例えば，均一な電界 $\boldsymbol{E}_0$ 中に置かれた紡錘形のだ円体の介在物（長軸と短軸の比が 10，$\sigma_S=10^7$, $\boldsymbol{E}_0$ の回転軸に対する角度 $\pi/4$）の場合には，E の最大は E_0 の 35 倍となる。

（4） 電界 $\boldsymbol{E}_0$ の，方向 β の差異になる影響

これは，主に $E_{S\max}$ の生じる位置に関係し，$E_{S\max}$ となる位置が，$\sigma_S>1$ のときには β に対して介在物の前・後面に，$\sigma_S<1$ のときには介在物の側面に生じるように作用する。

（5） 電界 $\boldsymbol{E}_0$ の，強度の不均一による影響

E_0 の不均一による影響は，介在物の大きさとの相対的な関係，すなわち，介在物の大きさ当りの不均一さにより定まり，不均一さが強まるとその影響も大きくなる。しかし，介在物が漏れ電流源から介在物の大きさの数倍離れると，$E_{S\max}$ は E_0 が均一な場合のそれに近い値となる。

以上のような結果が得られたわけであるが，本報は前報[2)]ともに漏電時に危険となる領域の予想及び電撃防止方法の検討などにおいて，役立つものと考えられる。

なお，本研究は，科学技術庁の海洋開発調査研究促進費の援助を受けて行なわれたものであり，関係各位に深く感謝を申し上げる。

参 考 文 献

1) “第７回海洋開発セミナー予稿集”，海洋科学技術センター，(1982)
2) 本山・山野・田畠，“水中漏電場の電界強度に関する検討——漏電電極と電界強度との関係——” 産業安全研究所報告 RIIS-RR-30-2 (1982)
3) 清野　武，“現代電気工学講座・電気磁気学Ｉ”，オーム社 (1964)
4) ジョージ・アルフケン著：権平・神原・小山訳，“基礎物理数学３・特殊関数と積分方程式”，講談社 (1977)

産業安全研究所研究報告　RIIS-RR-32-1

昭和 58 年 10 月 25 日　発 行

発行所　労 働 省 産 業 安 全 研 究 所
〒 108　東京都港区芝 5 丁目35番 1 号
電 話 (03) 453—8441 (代)

印刷所　新 日 本 印 刷 株 式 会 社

UDC 614.825 : 621.316 : 626.02

水中漏電場の電界強度に関する研究（第２報）

――漏電場に存在する物体の影響の解析――

本山建雄　山野英記　田中隆二

産業安全研究所報告

RIIS-RR-32-1 (1983)

均一又は不均一な電界を形成している水中の漏電場に介在物が存在する場合，その電界の受ける影響を電撃防止の立場から理論的に考察した。すなわち，介在物について，その導電率，大きさ及び形状を，水については導電率を，そして介在物との関連において介在物が存在しないときの電界の方向及び強度をパラメータとして取上げ，これらと Es（介在物があるときの漏電場の電界強度と，介在物がないときの電界強度との比）との関係を解析的に明らかにし，Es の最大値とその位置を推定した。

（図９，表１，参４）

UDC 614.825 : 621.316 : 626.02

Theoretical Analysis of Electric Field produced by Underwater Leakage Currents (No. 2)

—Effects of a solid Body on the Field Intensity—

by T. Motoyama, E. Yamano & R. Tanaka

Research Report of the Research Institute of industrial Safty

RIIS-RR-32-1 (1983)

With a viewto preventing electric shocks in water, analysis is theoretically made of the intensity of electric fields that will be produced when electric currents flow through water in which a solid body is immersed to serve as a field-distorting agent.

Various factors, such as each electric conductivity of water and solid body, as also size and configuration of the latter are taken into account for assessing the electric field which will exist while the solid body is immersed in water.

(1 Table, 9 Figs, 4 Refs)