

産業安全研究所研究報告

RESEARCH REPORT OF
THE RESEARCH INSTITUTE OF INDUSTRIAL SAFETY

RR-25-1

応力勾配を考慮した平形砥石の遠心破壊速度
の推定法

桑 川 壮 一

労働省産業安全研究所
MINISTRY OF LABOUR
THE RESEARCH INSTITUTE OF INDUSTRIAL SAFETY

応力勾配を考慮した平形砥石の遠心破壊速度 の推定法*

桑 川 壮 一**

A Presumption Method of Grinding Wheel Bursting Speed with Consideration of Stress Gradient

by Soichi Kumekawa

Assuming that the rotating strength of grinding wheels is influenced by the maximum stress and the stress gradient at the inner periphery of the wheel, the grinding wheel bursting speed can be calculated from the strength which is got in the bending test under the same stress gradient.

The grinding wheels used in this experiment are vitrified bonded wheels and resinoid bonded wheels which are shown in Table 1.

The bending apparatuses shown in Fig.3 are used in the bending test and the bending strength σ_B is calculated by Eqs. (10). The results of the bending test are as Fig.6 (vitrified) and Fig.9 (resinoid).

The bursting speed of the grinding wheels which are measured in the centrifugal test are shown in Fig.7 (vitrified) and Fig.10 (resinoid).

Substituting strength σ_B into Eqs. (9), the presumed values V_B of the bursting surface speed are got. And then the presumed values V_B and the experimental values v_B of the bursting surface speed of wheels are plotted in Fig.8 (vitrified) and Fig.11 (resinoid).

This presumption method gives fairly good agreement with the experimental results as shown in Table 2.

1. 緒 言

近年研削加工の分野においては、高速研削が実用の段階に入り、従来の使用速度の2倍を越える高速用砥石(例えばビトリファイド砥石の場合で4,800m/min)が使用されるようになった。したがって、安全性の面から従来にも増して高速回転する研削砥石の遠心破壊

の問題は充分検討されるべきと考える。

従来、研削砥石の遠心破壊速度を推定するために遠心応力と砥石の強さとの関係が求められているが¹⁾、そのほとんどがビトリファイド砥石の場合のみであり、また応力勾配については触れていない。

本報は、ビトリファイド砥石およびレジノイド砥石の遠心破壊速度を曲げ強さによって推定することを目的として行った実験結果について述べたものであり、一般に応力勾配をもつ脆性材料の強さは、均等な応力を受ける場合とは異なるとされている²⁾ことから、応力勾配をもつ回転する研削砥石の強さを推定す

* 昭和49年度精機学会春季大会および第6回安全工学国内シンポジウム (Nov. 1975) において一部発表。

** 機械研究部 Mechanical Engineering Research Division

るに当り、応力勾配をもつ曲げ強さを用いることが、妥当であろうと考えたものである。

すなわち、補強材のない平形砥石の遠心破壊強度は砥石の内周部に発生する最大応力値とその点における応力勾配によって支配されるという考え方により、ビトリファイド砥石およびレジノイド砥石について、その応力勾配を満足するような条件の曲げ試験から求めた破壊強度を用いて平形砥石の遠心破壊速度を推定し、回転試験で得られた遠心破壊速度の実測値との比較考察を試みた。また得られた遠心破壊速度の推定式を検討するために必要な砥石の機械的性質を知るための実験も行った。

2. 理 論

周知のように Fig. 1 に示すような厚さ一様で中心孔を有する回転円板が、その中心軸のまわりで定常回転する場合には、遠心力が物体力として発生し円周方向と半径方向にそれぞれ応力 σ_θ および σ_r が発生する。そして、それらの応力分布は、(1) 式および (2) 式で求めることができる³⁾。

$$\sigma_\theta = \frac{3+\nu}{8} \frac{r}{g} \omega^2 \left\{ a^2 + b^2 - \left(\frac{1+3\nu}{3+\nu} \right) r^2 + \frac{a^2 b^2}{r^2} \right\} \quad \dots\dots(1)$$

$$\sigma_r = \frac{3+\nu}{8} \frac{r}{g} \omega^2 \left\{ a^2 + b^2 - \frac{a^2 b^2}{r^2} - r^2 \right\} \quad \dots\dots(2)$$

ここに a, b : 回転円板の内、外半径
 r : " の単位体積重量

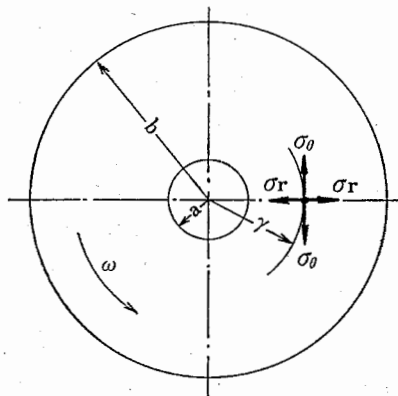


Fig. 1 Generating stress owing to the centrifugal force in a rotating disk
 回転円板に遠心力によって発生する応力

ν : " のポアソン比
 ω : " の回転角速度
 r : " の任意の半径
 g : 重力の加速度

(1), (2) 式から $\sigma_\theta > \sigma_r$ が導かれるので、遠心破壊に対しては円周方向応力 σ_θ の大きさが問題となると考えられる。そしてその最大応力 $\sigma_{\theta \max}$ は (1) 式より求めると回転円板内周部 ($r=a$) に発生し、(3) 式で与えられる。

$$\sigma_{\theta \max} = (\sigma_\theta)_{r=a} = \frac{3+\nu}{4} \frac{r}{g} \omega^2 \left(b^2 + \frac{1-\nu}{3+\nu} a^2 \right) \quad \dots\dots(3)$$

そこで、平形砥石と同じ厚さを有する曲げ試験片を作り曲げ試験を行った場合に、その試験片の引張り側の曲げ応力 $\sigma_{t \max}$ が (3) 式の右辺で表わされる値を示すときに曲げ応力勾配が (1) 式の砥石内周部における円周方向 σ_θ 応力の傾き [(4) 式で示される値] になるような条件の曲げ試験片の高さを H とする。すなわち (1) 式を r で微分すると

$$\frac{d\sigma_\theta}{dr} = -\frac{3+\nu}{4} \frac{r}{g} \omega^2 \left(\frac{1+3\nu}{3+\nu} r + \frac{a^2 b^2}{r^3} \right)$$

となるから、砥石内周部における σ_θ の応力勾配 G_θ は、 $r=a$ において

$$G_\theta = \left(\frac{d\sigma_\theta}{dr} \right)_{r=a} = -\frac{3+\nu}{4} \frac{r}{g} \omega^2 \left(\frac{b^2}{a} + \frac{1+\nu}{3+\nu} a \right) \quad \dots\dots(4)$$

となる。また曲げ試験片の応力勾配は、中立軸が中心にあると仮定すると (すなわち Fig. 3 で $\sigma_{t \max} =$

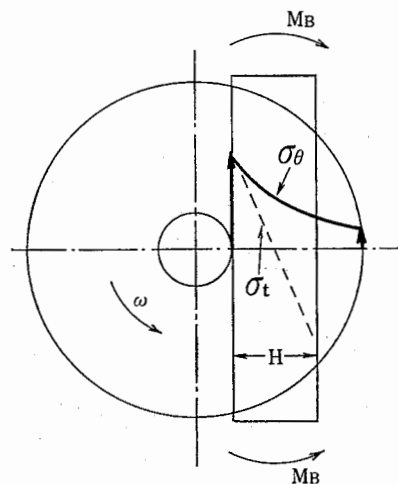


Fig. 2 Stress gradient
 応力勾配

$\sigma_{cmax}, \sigma_{tmax} / \frac{H}{2}$ となる。

ここで平形砥石の遠心破壊時に発生していた最大円周方向応力値と曲げ試験片の破壊時に発生していた最大引張応力値が等しいもの ($\sigma_{tmax} = \sigma_{\theta max}$) とすると、破壊時の曲げ応力勾配 G_B は

$$G_B = \frac{\sigma_{\theta max}}{H/2} \dots \dots \dots (5)$$

とおけるから、これら2つの応力勾配 G_θ と G_B が等しいとして

$$\frac{\sigma_{\theta max}}{H/2} = \left| \left(\frac{d\sigma_\theta}{dr} \right)_{r=a} \right|$$

とおき、 H について整理すると

$$H = \frac{2\sigma_{\theta max}}{\left| \left(\frac{d\sigma_\theta}{dr} \right)_{r=a} \right|} = 2a \left\{ \frac{1 + \frac{1-\nu}{3+\nu} \left(\frac{a}{b} \right)^2}{1 + \frac{1+3\nu}{3+\nu} \left(\frac{a}{b} \right)^2} \right\} \dots \dots (6)$$

となる。

しかるに $\nu < 1$ で、かつ一般に平形砥石では $a \ll b$ であるから

$$H \doteq 2a \dots \dots \dots (7)$$

なる関係が得られる。

従って、高さ H なる寸法の試験片を作り、純曲げ破壊したときの最大曲げ応力 σ_{tmax} (以下“曲げ強さ σ_B ”と称する) を求め、(3) 式の $\sigma_{\theta max}$ がこの σ_B に等しくなったとき平形砥石が遠心破壊を起すとすれば

$$\sigma_B = \frac{3+\nu}{4} \frac{r}{g} \omega_B^2 \left(b^2 + \frac{1-\nu}{3+\nu} a^2 \right) \dots \dots (8)$$

ここに ω_B : 平形砥石の破壊回転角速度
なる関係が成立する。

よって、破壊速度について (8) 式を整理すると

$$\omega_B^2 = \frac{4}{3+\nu} \frac{g}{r} \frac{1}{b^2} \left\{ \frac{1}{1 + \frac{1-\nu}{3+\nu} \left(\frac{a}{b} \right)^2} \right\} \sigma_B$$

または

$$V_B^2 = \frac{4}{3+\nu} \frac{g}{r} \left\{ \frac{1}{1 + \frac{1-\nu}{3+\nu} \left(\frac{a}{b} \right)^2} \right\} \sigma_B$$

ここに V_B : 平形砥石の遠心破壊周速度
となり、 $g = 980 \text{ cm/sec}^2$ を与え、分速に変換すると

$$V_B = \left\{ \frac{1.411 \times 10^8}{3+\nu} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1-\nu}{3+\nu} \left(\frac{a}{b} \right)^2} \cdot \frac{\sigma_B}{r} \right\}^{1/2} \text{ [m/min]} \dots \dots (9)$$

となる。すなわち、(9) 式より平形砥石の遠心破壊周速度が推定される。

以上の理論を展開するにあたり、本報で用いた砥石においても材料力学上の仮定 (物質の連続性、等方性均質性など) が成立つものとした。また、砥石の破壊は弾性的破壊理論を適用できる脆性破壊であること、曲げ試験における中立軸が中心にあることなどの仮定や、砥石のポアソン比の値については、以下の実験などにより裏付けを行った。

3. 実 験

3.1 試 験 片

本研究に用いた供試砥石の一覧表は Table 1 に示す通りである。ビトリファイド砥石の曲げ試験片は、平形砥石より切出して作られたが、レジノイド砥石の曲げ試験片については、予め所定の寸法より 2 mm 程度大きい寸法の金型により平形砥石とそれぞれ同じ条件で同時に製作した後、所定の寸法に仕上げたものを用いた。ビトリファイド砥石、レジノイド砥石ともに一般研削用に用いられる A 砥粒で粒度は 30 #, 60 # の2種類について実験を行ない、遠心破壊速度の推定のための曲げ試験片は、厚さは平形砥石と同じ寸法であり、応力勾配に関係する高さは、それぞれ対応する平形砥石の穴径と同寸法で $\pm 0.5 \text{ mm}$ の許容寸法の試験片を用いた。なお、結合度などは Table 1 に示す通りである。

3.2 実験装置および実験方法

曲げ試験は、Fig. 3 および Photo. 1 に示すように2点支持2点負荷による純曲げ試験であり、試験機は 4 Ton アムスラ型万能試験機を用い各種5本の試験片の破壊荷重を測定し、曲げ強さ σ_B を次式により算出

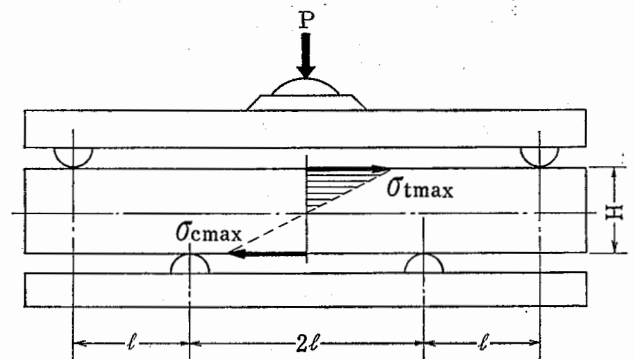


Fig. 3 Bending test
曲げ試験

Table 1 List of test pieces
試験片一覧表

Grain : A Percentage of grain : 46~48%

Bond	Grain size	Thickness	Straight wheel for centrifugal test			Rectangular beam for bending test		Grade
			Diameter <i>D</i>	Hole size <i>d</i>	<i>d/D</i>	Height <i>H</i>	Length <i>L</i>	
Vitrified	30 #	25	305	30	0.0983	30	270	I, N, O, R
	60 #	25	305	30	0.0983	30		N, R
		19	305	30	0.0983	30		
			255	30	0.1176	30		
			205	30	0.1463	30		
			305	50	0.1639	50		
Resinoid	30 #	19	305	30	0.0983	30	270	I, N, R
	60 #			50	0.1639	50		
				30	0.0983	30		
				50	0.1639	50		



Photo. 1 Bending test
曲げ試験

した。

$$\sigma_B = \frac{3l}{tH^2} P \dots\dots\dots (10)$$

ここに P : 曲げ破断荷重

l : Fig.3 に示す支点距離

また使用砥石のポアソン比の測定および荷重と撓みの関係を求める実験では、上記と同様な曲げ試験法であるが、直交型の2軸歪みゲージを曲げ試験片の上下

両面に貼付し、10 Ton 用テンシロンを用いてクロスヘッドの速度 0.2mm/min で測定などを行った。

平形砥石の遠心破壊速度を求める回転試験では、外径 305 mm および 255 mm の試料は、最高回転数 100,000 rpm の大型回転試験機、外径 205 mm の試料は最高回転数 20,000 rpm の中型回転試験機（ともに 3 HP の AS モータ駆動）を用い各種 3 枚ずつの平形砥石の破壊回転数を実測した。

4. 実験結果および考察

4.1 研削砥石の機械的性質

ビトリファイド砥石の荷重と変位の関係については、従来多くの実験例が示されている¹⁾ので、ここではレジノイド砥石の場合について行った曲げ試験における例を **Fig. 4** に示す。縦軸は曲げ荷重 P 、横軸は変位 δ である。曲げ荷重 P と変位 δ の間の関係は、試験片が破断するまで直線的であり、試験片は弾性変形から塑性変形に移行することなく破断している。このことはビトリファイド砥石では、より顕著であり本研究で用いた研削砥石では破壊について弾性的破壊理論

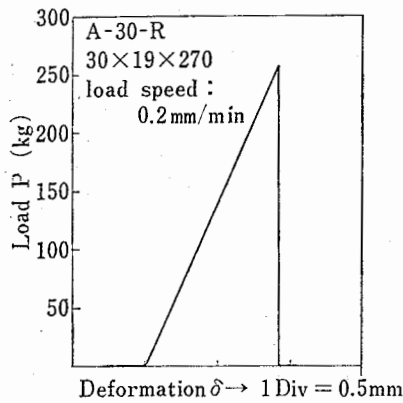


Fig. 4 An example of bending test chart of Resineid grinding wheel
レジノイド砥石の曲げ試験の記録例

を適用してよいものと考えられる。

また研削砥石のポアソン比については、0.2～0.25¹⁾²⁾とされているが、本報では3.2で述べた抵抗線歪みゲージによる測定の結果ビトリファイド砥石の場合 (A-30-N) で0.21 またレジノイド砥石の場合 (A-60-R) で0.22 の値を得たので、各々をポアソン比として採用し計算に用いた。なお、この測定実験では曲げ試験片の引張側および圧縮側の歪みを同時に測

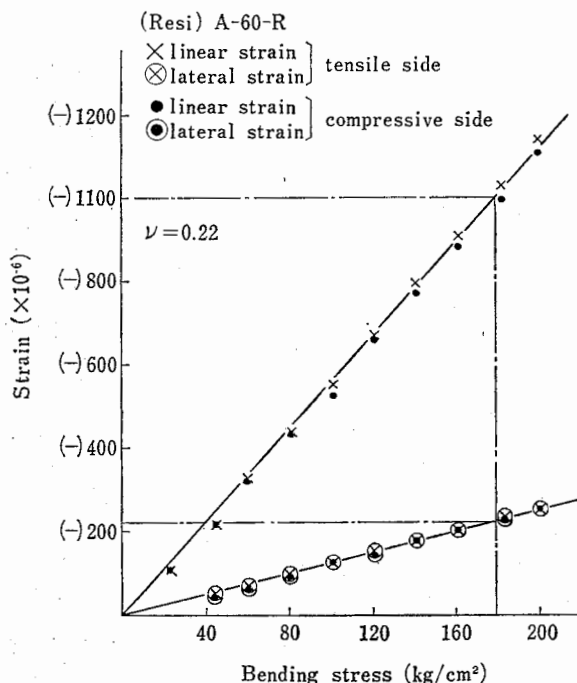


Fig. 5 Linear strain and Lateral strain in the bending test
曲げ試験での縦歪と横歪

定したが、Fig. 5に見られるように、符号は当然逆であるが大きさは等しい結果が得られた。すなわち、曲げ試験における中立軸の位置は中心にあることの裏付けが得られた。

4.2 ビトリファイド砥石について

4.2.1 曲げ強さ

各試料の曲げ強さを知るため5本毎の試験片を用いて静的な曲げ試験を行い各試験片の曲げ破断荷重を測定し(10)式から曲げ強さ σ_B を算出した。その結果はFig. 6に示す通りである。横軸は結合度であり縦軸は曲げ強度であるが、結合度が硬くなる程、曲げ強度が増大する。また同一結合度であっても粒度30#より60#の方が曲げ強度が高くなっている。

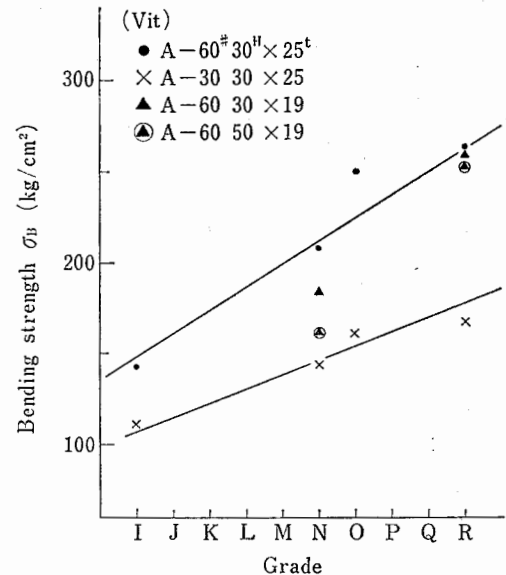


Fig. 6 Bending strength of the vitrified testpieces
ビトリファイド砥石の曲げ強さ

4.2.2 遠心破壊速度の実測値

各試料の平形砥石につき3枚毎の回転試験を行い破壊回転数を実測し遠心破壊周速度を求めた。Fig. 7は横軸に結合度を取り縦軸に遠心破壊周速度を示したものである。遠心破壊周速度と結合度および粒度との関係は、4.2.1に示した曲げ σ_B 強度の傾向と同じである。

4.2.3 遠心破壊周速度の推定値

2.で導かれた遠心破壊周速度の推定式(9)式において、4.1で得られたビトリファイド砥石のポアソン比 $\nu=0.21$ を用いると、

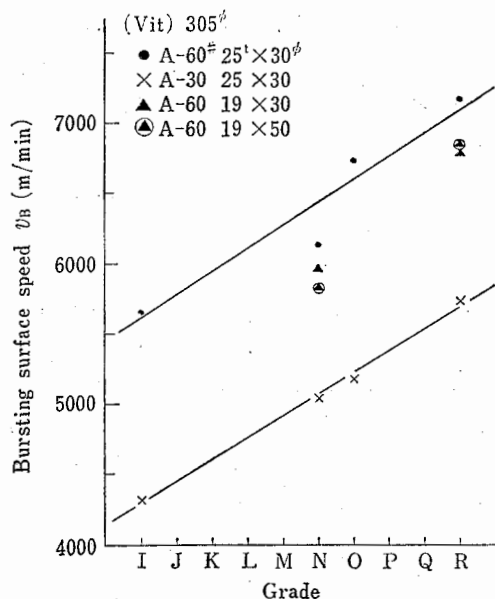


Fig. 7 Bursting surface speed of Vitrified grinding wheels (experimental value)
ビトリファイド砥石の遠心破壊周速度 (実測値)

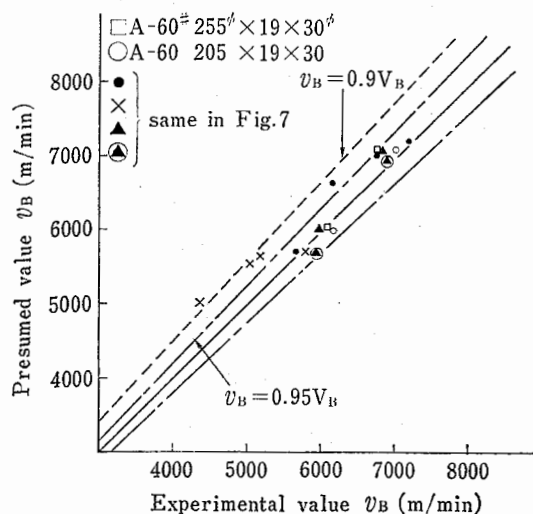


Fig. 8 Experimental bursting surface speed and Presumed surface speed of Vitrified grinding wheels
ビトリファイド砥石の遠心破壊周速度の実測値と推定値

$$V_B = \left\{ \frac{0.4396 \times 10^8}{1 + 0.2461 \left(\frac{a}{b} \right)^2} \cdot \frac{\sigma_B}{\gamma} \right\}^{1/2} [\text{m/min}] \dots (11)$$

でビトリファイド砥石の遠心破壊周速度を推定できることになる。よって、4.2.1 で得られた応力勾配を考慮した曲げ強さ σ_B と各試料の内外径比および単位体積重量を (11) 式に代入し、各試料の遠心破壊周速度

を算定した。**Fig. 8** は、横軸に回転試験によって測定した遠心破壊速度の実測値 v_B を縦軸に曲げ強さ σ_B を用いて (11) 式により算出した遠心破壊周速度 V_B をとって示したものである。粒度 30 # の試料は推定値と実測値の近似度が粒度 60 # の試料に比べよくないが、前者では 90%，後者では、ほぼ 95% 以上の推定精度が得られている。

4.3 レジノイド砥石について

4.3.1 曲げ強さ

レジノイド砥石の曲げ強さ σ_B も各試料 5 本宛の試験片を用い破断荷重を測定し、求めた。その結果を横軸に結合度を縦軸に曲げ強度をとって示すと **Fig. 9** のようになる。**Fig. 6** のビトリファイド砥石の曲げ強さと結合度との関係と同様に、結合度が硬くなる程、ほぼ直線的に曲げ強度が増大しているが、レジノイド砥石の場合の方がビトリファイド砥石の場合に比べ増大の傾きが大きくなっている。また粒度については、ビトリファイド砥石の場合と同様に粒度 30 # より 60 # の方が曲げ強度も高くなっている。

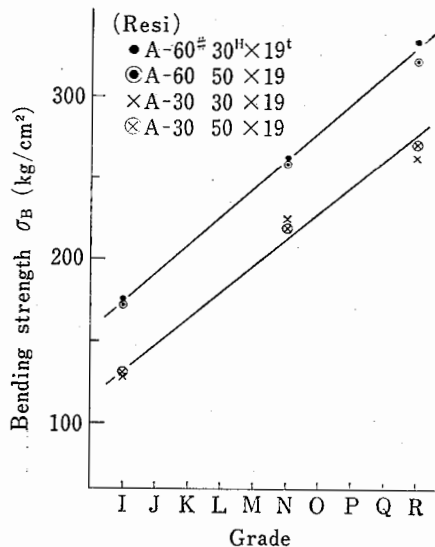


Fig. 9 Bending strength of the resinoid test pieces
レジノイド砥石の曲げ強さ

4.3.2 遠心破壊速度の実測値

レジノイド砥石の平形砥石の遠心破壊周速度も 3 枚づつ破壊回転数を実測し求めた。**Fig. 10** は、結合度との関係を示したものであるが、これもビトリファイド砥石の場合と同様に、**Fig. 9** の曲げ強さ σ_B と結合度との関係と同様にほぼ直線的に結合度の硬いもの程、遠心破壊周速度も大きい値を呈している。

砥石の遠心破壊周速度についての実測値についての実測値に対する推定値の偏差

[illegible]

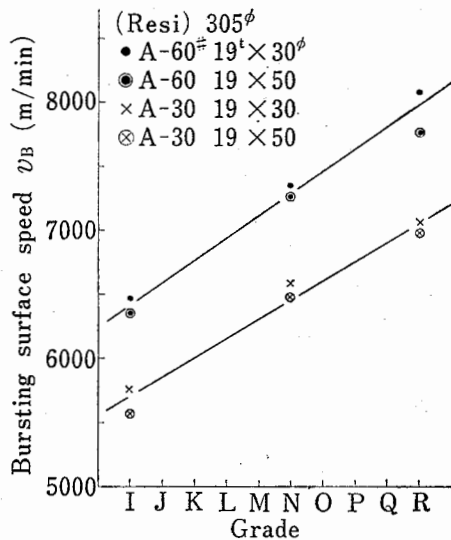


Fig. 10 Bursting surface speed of Resinoid grinding wheels
レジノイド砥石の遠心破壊周速度

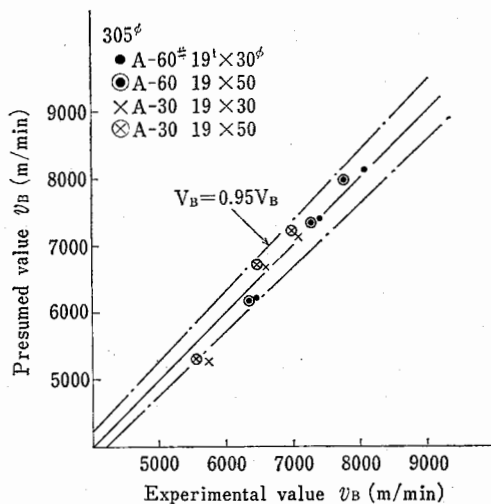


Fig. 11 Experimental bursting surface speed and Presumed bursting surface speed of Resinoid grinding wheels
レジノイド砥石の遠心破壊周速度の実測値と推定値

4.3.3 遠心破壊周速度の推定値

遠心破壊周速度の推定式 (9) 式において, 4.1 で得られたレジノイド砥石のポアソン比 $\nu=0.22$ を用いると,

$$V_B = \left\{ \frac{0.4382 \times 10^8}{1 + 0.2422 \left(\frac{a}{b} \right)^2} \cdot \frac{\sigma_B}{r} \right\}^{1/2} [\text{m/min}] \dots (12)$$

でレジノイド砥石の遠心破壊周速度を推定できること

になる。したがって, 4.2.3 のビトリファイド砥石の場合と同様に, 4.3.1 で得られた応力勾配を考慮した曲げ強さ σ_B と各試料の内外径比および単位体積重量を (12) 式に代入し, 遠心破壊速度を算定した。Fig. 11 は, 横軸に回転試験によって測定した遠心破壊速度の実測値 v_B を縦軸に曲げ強さ σ_B を用いて (12) 式により算出した遠心破壊周速度 V_B をとって示したものである。粒度 30 #, 60 # の試料ともに推定値と実測値の近似度は良く 95% 以上の推定精度が得られている。

4.4 推定精度について

ビトリファイド砥石およびレジノイド砥石の遠心破壊周速度の実測値および推定値について, まとめてみると, Table 2 の如くなる。すなわち, 実測値に対する推定値の偏差を百分率で示すと, ビトリファイド砥石の場合で平均 3.9% またレジノイド砥石の場合で 2.8% となっており, 本実験では, レジノイド砥石の場合の方が推定精度の良い結果が得られている。全体についての実測値に対する推定値の偏差の平均は 3.5% となっている。

5. 結 言

本研究は, 補強のない平形砥石の遠心破壊速度を回転試験によらず, 応力勾配を考慮した曲げ試験により得られた曲げ強さを用いて算出推定する方法を実験的に検討したものである。以上の実験結果から, ビトリファイド砥石およびレジノイド砥石について遠心破壊速度の実測値と本推定法により算出した値との偏差が平均 3.5% という非常に高い推定精度が得られ, 本推定法は, 平形砥石の遠心破壊速度の簡易推定法として十分実用できることを確認した。

また, 本推定法を導くため弾性理論を適用するに当たり仮定した砥石破壊が弾性破壊であること, 曲げ試験における砥石試料の中立軸が中心にあることなどの裏付けおよびビトリファイド砥石, レジノイド砥石のポアソン比の測定を実験によって行った。

6. 謝 辞

本研究を行なうに当たり, 理論面で適切なご助言をいただきました 東工大 精密工学研究所 白鳥英亮教

授に対し、また実験用試料の面でご協力いただいた三井研削砥石（株）岡田昭次郎・宮崎久光両氏に対し深く謝意を表します。（昭和51年8月24日受理）

参考文献

- 1) 例えば、井上英夫，精密機械，37-2（1971-2），太田・伊藤，昭和47年精機学会秋季大会講演前刷，209
- 2) 坂田 勝，精密機械，39-11（1973-11），9
- 3) S. P. Timoshenko, J. N. Goodier, "Theory of Elasticity", McGraw-Hill, Inc. (1951)
- 4) 山本・佐野，精密機械，40-8（1974-8），34

産業安全研究所研究報告

RIIS-RR-25-1

昭和 51 年 11 月 5 日 発行

発行所 労働省産業安全研究所

〒108 東京都港区芝5丁目35番1号

電話 (03) 453-8441 番(代)

印刷所 新日本印刷株式会社

UDC 621.924

応力勾配を考慮した平形砥石の遠心破壊速度の推定法

桑川壮一

産業安全研究所研究報告 RIIS-RR-25-1

補強のない平形砥石の遠心破壊強度は、砥石の内周部に発生する最大応力値と、その点における応力勾配によって支配されるという考え方により、ビトリファイド砥石とレジノイド砥石について、その応力勾配を満足するような条件の曲げ試験から求めた曲げ強さをを用いて平形砥石の遠心破壊速度を推定し、回転試験から得られた遠心破壊速度の実測値との比較考察を試みた。その結果、本推定法は高精度で推定できることが確認された。

(図 11, 写 1, 表 2, 参 4)



UDC 621.924

A Presumption Method of Grinding Wheel Bursting Speed with Considedation of Stress Gradient

Soichi Kumekawa

Research Report of the Research Institute of Industrial Safety RIIS-RR-25-1

Assuming that the rotating strength of grinding wheels is influenced by the maximum stress and the stress gradient at the inner periphery of the wheel, the grinding wheel bursting speed is presumed using the strength got in the bending test under the same stress gradient.

The estimated values are compared with the exprimental values in the centri-fugal test.

And then, the experimental values agreed well with the presumption results.

(11 Figures, 1 Photo, 2 Tables, 4 References)

