

穿孔法による残留応力測定の有要素解析

本田 尚*

Application of Finite Element Analysis to Residual Stress Measurement with Hole Drilling Method

by Takashi HONDA*

Abstract: Residual stress is the stress which exists in components and structures before application of any service or external load. It is known that residual stresses significantly influence the structural stability of components and structures. Therefore an accurate quantitative estimation of residual stresses is very important and affordable techniques for measurement of residual stresses are needed.

The hole drilling method involves measuring the localized strain relieved by the drilling of a shallow blind in stressed materials. This method is a popular and widely used technique for measuring residual stresses because of its ease to use in many different applications, its limited damage to the specimen, and its general reliability.

The hole drilling method has been investigated over the past sixty years. Consequently, much of research has been incorporated into the ASTM standard E837-85. The procedure for making residual stress from the measured strains in this standard is based on the theoretical stress distribution in an infinite plate with a through hole in a plane stress field. Therefore this method has been used so far in situation where the residual stress field is assumed not to vary with depth below the surface. However the residual stress fields usually vary with depth. In such case, the error of estimated residual stress increases if the calibration factors provided in ASTM standard are used to calculate the residual stresses. In this study, the relieved surface strains around a blind hole location caused by drilling in the biaxial stress field, the shear stress field and the non-uniform stress field were calculated by finite element analysis in order to investigate the effect of the stress variation with depth, and the analytical results were compared with experimental values.

The main results obtained in this study are as follows:

- (1) Calibration factors calculated from the results of finite element analysis are in good agreement with experimental values.
- (2) The accurate surface stresses of components under linearly varying stress field with depth can be obtained by using the relationship between the stress gradient and strains measured by rosette gage.
- (3) A procedure to estimate the varying stress field with depth is proposed, and validity of this method is confirmed.

Keywords; Nondestructive inspection, Finite element analysis, Residual stress, Hole drilling method

1. 緒 言

天井クレーンや各種プラントなど大型構造物は、補修や増設を繰り返しながら、長期間にわたって使用されることが多い。このため長期間使用された構造物では、強度部材に掛かる負荷が設計時に想定した範囲内にあるかどうか保障の限りではない。

したがって構造物の健全性を保証し、構造物の破壊等に伴う労働災害を未然に防ぐためには、これら長期間にわたって使用されている設備の強度部材に掛かる応力を精度良く測定し、それに基づいて構造物の強度解析を行うことが必要である。

部材に掛かる応力を測定する方法には、破壊的手法と非破壊的手法がある。供用中の構造物の応力測定には、非破壊的手法を適用せざるを得ないが、X線法や磁歪法に代表される非破壊測定方法は、装置が大掛かりであったり、適用対象物が強磁性体に限られたりすることから、現場での計測に適していない。このため、現場計測に適した簡便かつ高精度な応力測定法が求められている。

残留応力測定法の一つである穿孔法（穴あけ法）は、Fig. 1 に示すように被測定物に直径約 2 mm、深さ約 2 mm の微小孔を開け、その際解放される表面ひずみから応力を求める、半破壊的応力測定手法である。この方法は、被測定物への損傷を最小限に抑えることができる上、簡便かつ比較的正確に表面近傍の応力が測定できることから、供用中の構造物の応力測定への適用が期待されている。

穿孔法は、1993年にJ. Matharによって提唱¹⁾されて以来、数多くの研究報告がなされている^{2~20)}が、これまで行われてきた研究のほとんどは、単軸応力下で面内および板厚方向に均一な応力場について行われており、多軸応力下や、溶接残留応力のように面内および板厚方向に応力勾配が存在する場合については十分な検討がなされていないのが現状である。

そこで本研究では有限要素法により、多軸応力下で

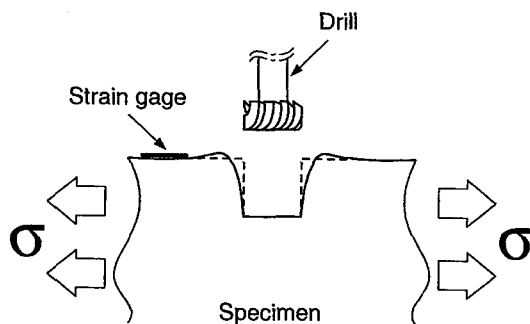


Fig. 1 Schematic of the hole-drilling method.
穿孔法の模式図

の穿孔に伴う孔近傍の表面ひずみの変化を調べるとともに、板厚方向の応力勾配が測定値に及ぼす影響を調査し、従来困難とされてきた穿孔法による板厚方向の応力分布の推定について検討を行った。

2. 穿孔法の原理

二軸の応力が作用している無限板に貫通孔を開けた場合、任意の位置における解放ひずみ ϵ_{rr} は以下の式で表される²¹⁾。

$$\epsilon_{rr} = A(\sigma_1 + \sigma_2) + B(\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta \quad (1)$$

$$A = -\frac{1+\nu}{2E} \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \quad (2)$$

$$B = -\frac{1+\nu}{2E} \left\{ \left(\frac{4}{1+\nu}\right) \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 3\left(\frac{r_0}{r}\right)^4 \right\}$$

ここで、 σ_1, σ_2 はそれぞれ最大および最小主応力、 θ は最大主応力となす角、 r_0 は孔半径、 r は孔の中心からの距離である。したがって、主応力とその方向が未知の場合、異なる3方向の ϵ_{rr} を測定することにより、主応力およびその方向を求めることができる。

そこで穿孔法では Fig. 2 に示す3軸ロゼットゲージを使用し、(3) および (4) 式から最大・最小主応力および主軸とひずみゲージのなす角を求めている。

$$\sigma_{\max, \min} = \frac{\epsilon_3 + \epsilon_1}{4A} \mp \frac{\sqrt{\{(\epsilon_3 - \epsilon_1)^2 + (\epsilon_3 + \epsilon_1 - 2\epsilon_2)^2\}}}{4B} \quad (3)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{\epsilon_3 + \epsilon_1 - 2\epsilon_2}{\epsilon_3 - \epsilon_1} \quad (4)$$

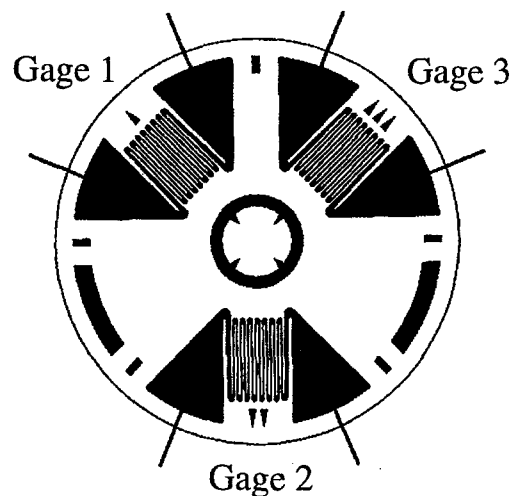


Fig. 2 Strain gage rosette used for hole-drilling method²²⁾.
穿孔法に用いられる3軸ロゼットゲージ

ここで $\epsilon_{1,2,3}$ はそれぞれ Fig. 2 におけるひずみゲージ番号の出力に対応しており、 β は 3 番ゲージと主軸のなす角である。

また貫通孔の理論を非貫通孔に適用するために様々な研究が行われ^{2,3,4,7,16)}、その結果、較正係数 A, B は、被測定物と同じ材料を用いて、既知の単軸引張り応力場から (5) 式によりを求めることが定められている²²⁾。

$$A = \frac{(\epsilon_3)_{cal} + (\epsilon_1)_{cal}}{2\sigma_{cal}} \quad (5)$$

$$B = \frac{(\epsilon_3)_{cal} - (\epsilon_1)_{cal}}{2\sigma_{cal}}$$

ここで、 $\epsilon_{1,2,3}$ は、それぞれ Fig. 2 に示したゲージの出力 (ひずみ) に対応し、ロゼットゲージは、ゲージ 1 と引張り応力 σ_{cal} の方向が同一になるよう貼付する。

3. 穿孔法の有限要素解析モデル

平板に非貫通孔を開けた場合の表面ひずみの変化を求めるために、8 接点軸対称要素 (フーリエ要素) を用いて、要素数 475、接点数 1516 の 3 次元軸対称モデル

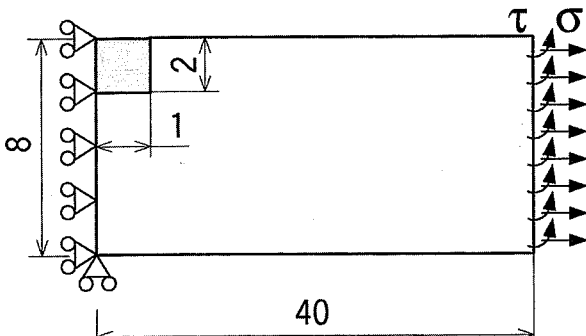


Fig. 3 Simulation model used for strain relaxation analyses.
穿孔に伴うひずみ緩和解析に用いた解析モデル

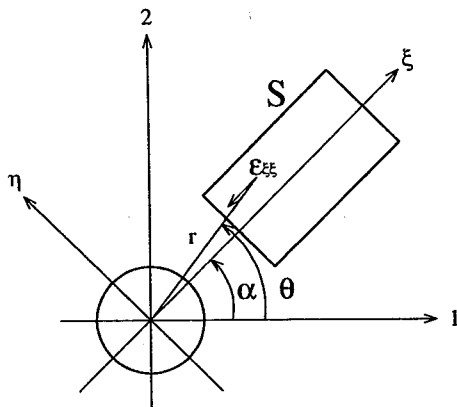


Fig. 4 The strain measured by the rosette gage for hole-drilling method.
ロゼットゲージで測定されるひずみ

デルを作成し、線形弾性解析を行った。Fig. 3 に解析モデルを示す。図中、ハッチングをした部分は、穿孔とともに消失する要素である。

Fig. 4 に示すように、ひずみゲージは孔径に対し、無視できない面積 S を有している。そこで、解析結果からひずみゲージによって得られるひずみ (以下ゲージ出力と呼ぶ) を求める際には、各ひずみ成分を (6) 式に代入し、ひずみゲージ内のゲージ伸縮方向の垂直ひずみ $\epsilon_{\xi\xi}$ を平均した値をゲージ出力とした。

$$\epsilon_{out} = \frac{1}{S} \int \int_S \left\{ \cos^2(\alpha - \theta) \epsilon_{rr} \right. \\ \left. + \cos(\alpha - \theta) \sin(\alpha - \theta) \gamma_{r\theta} \right. \\ \left. + \sin^2(\alpha - \theta) \epsilon_{\theta\theta} \right\} dS \quad (6)$$

ここで、 α は主軸とゲージ中心線のなす角、 θ は主軸とゲージ内の任意の点のなす角である。

4. 解析結果及び考察

4.1 均一応力場における解析結果

作成した有限要素モデルおよびゲージ出力算出方法の妥当性を検討するため、均一な平面応力場において穿孔に伴う表面ひずみの変化を調べるとともに、解析結果から較正係数 A, B を求め、過去の実験結果²⁾との比較を行った。

(1) 式から明らかのように、平面応力場は等方応力場とせん断応力場の和として表すことができる。そこで、解析は等方応力場とせん断応力場の二つの応力場について行った。

Fig. 5 に等方応力場、Fig. 6 にせん断応力場における、穿孔に伴う表面ひずみの変化を示す。いずれの図も横軸は、穿孔深さ H で無次元化している。

Fig. 5 を見ると、等方応力場では、 ϵ_{rr} 、および $\epsilon_{\theta\theta}$ は孔縁から r の増加に伴って漸減しているのに対して、Fig. 6 のせん断応力場では、各ひずみ成分とも孔縁から 0.3~0.5 mm 離れた位置で極大値を取った後、 r の増加とともに減少している。また等方応力場では、穿孔深さ $0.6H$ を越えると、表面ひずみがほとんど変化していないのに対して、せん断応力場では、各ひずみ成分とも $1.0H$ まで増加している。

これらの解析結果を (5) 式に代入し、穿孔に伴うひずみゲージ出力の変化を求めた。なおひずみゲージ出力を求める際は、Fig. 2 に示す直交する 2 つのゲージを主応力方向と一致させた。

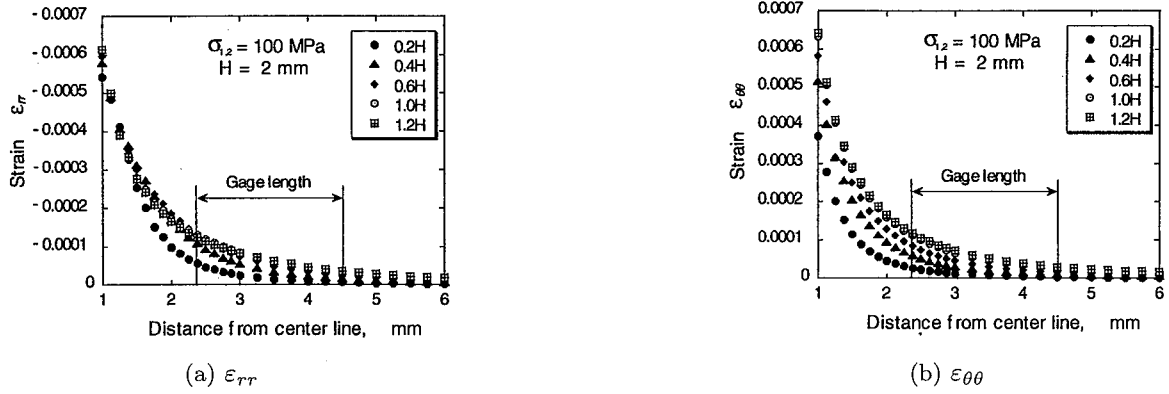


Fig. 5 Change of the surface strain distribution around a hole location with drilling in the biaxial stress field.
等方応力場における穿孔に伴う孔近傍の表面ひずみの変化

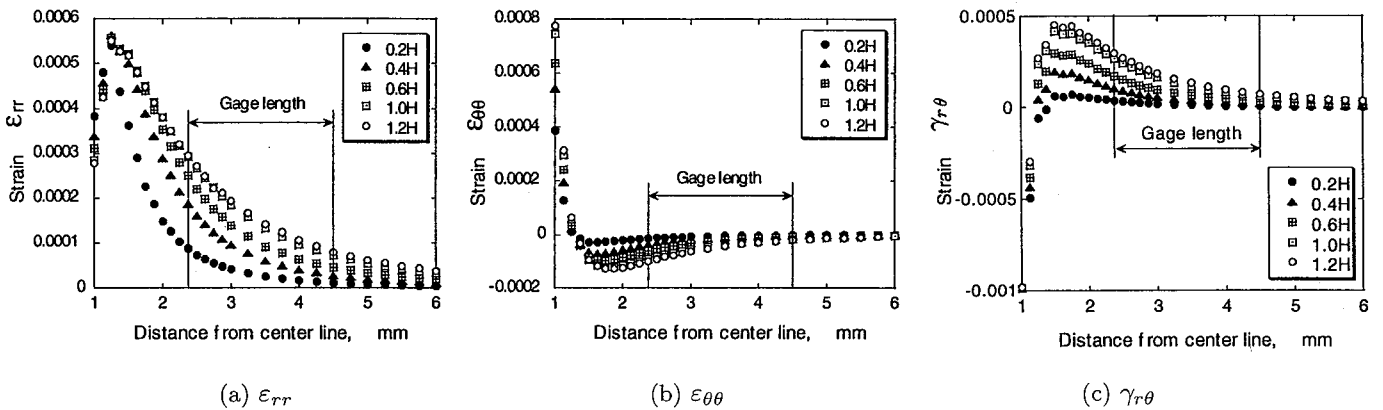


Fig. 6 Change of the surface strain distribution around a hole location with drilling in the shear stress field.
せん断応力場における穿孔に伴う孔近傍の表面ひずみの変化

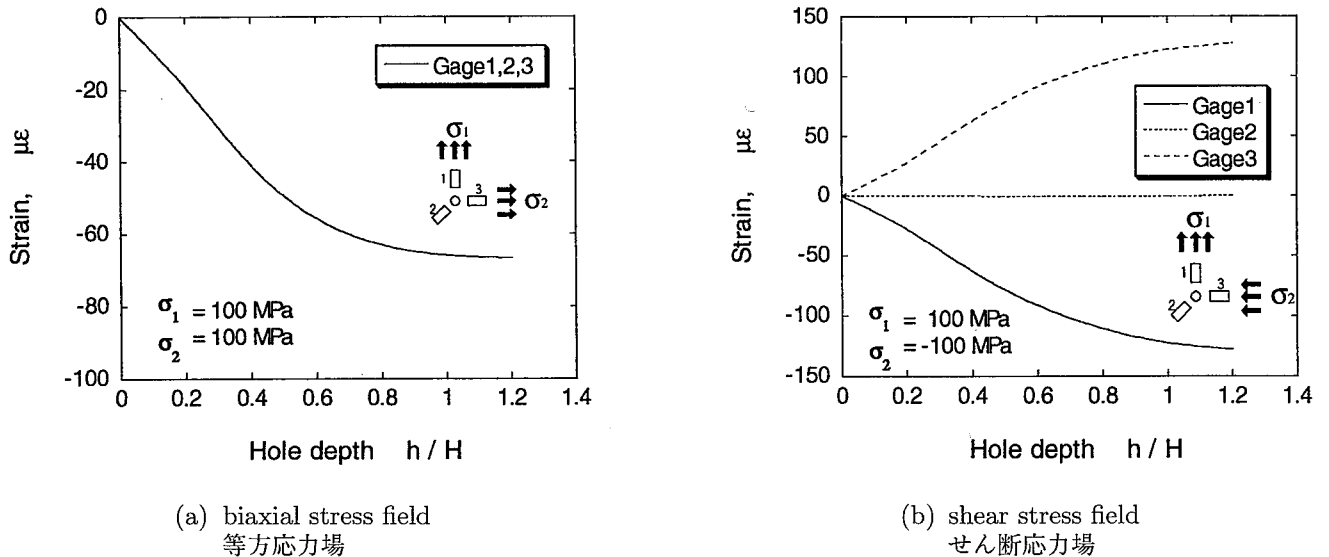


Fig. 7 Relationship between strain measured by the rosette gage and the hole depth drilled.
ゲージ出力と穿孔深さの関係

Fig. 7 に穿孔に伴うひずみゲージ出力の変化を示す。
Fig. 5, 6 から予想されるように、等方応力場では穿孔深さが $0.6H$ を越えるとひずみゲージ出力曲線の勾配

は急激に減少し、 $1.0H$ ではほぼ一定値に収束している。
それに対してせん断応力場では、主応力方向に平行なゲージ 1, 3 の出力曲線は、穿孔深さが $0.7H$ 以上で勾配

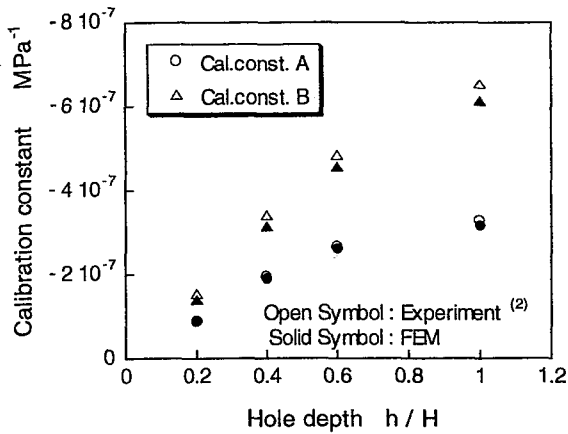


Fig. 8 Comparison of calibration factors calculated by FEM with the experimental results.
FEM から求めた較正係数と実験値の比較

が減少し始めるものの、 $1.2H$ でも一定値に収束していなかった。またせん断応力場では主応力方向と 45° をなすゲージ 2 の出力は 0 であった。

(1) 式より、等方応力におけるひずみ出力から較正係数 A を、せん断におけるひずみ出力からは較正係数 B を求めることができる。そこで、較正係数 A, B の穿孔に伴う変化を求め、過去の実験結果 (2) との比較を行った。

Fig. 8 に解析と実験から求めた較正係数の比較を示す。較正係数 A は、解析値と実験値がよく一致したが、較正係数 B は実験値に対して解析値が 6% 程度小さい値となった。この傾向は過去の報告^{16,19)}と一致している。

4.2 不均一応力場における解析結果

板厚方向の応力分布が測定値に及ぼす影響を調査するために、一軸引張りおよび 4 点曲げについて解析を行い、穿孔に伴うゲージ出力の変化を比較した。

一軸引張りおよび 4 点曲げとも、穿孔面の表面応力が 100 MPa となるよう荷重境界条件を設定し、解析を行った。Fig. 9 に、一軸引張りおよび 4 点曲げにおける、穿孔に伴うゲージ出力の変化を示す。

4 点曲げの場合、穿孔方向に曲げ応力が減少するために、一軸引張りに比べて、穿孔に伴うひずみの変化は小さくなっている。このため、解析結果から最大主応力を求めたところ、 $\sigma_{max} = 84.7$ MPa と実際の値より 15% 程度小さい値が得られた。

このように穿孔法では、面内の応力が板厚方向に変化する場合には、表面の応力を正確に測定することができない。しかしながら解析により、予め応力勾配と測定値の関係を求めておけば、測定値から表面の応力値を推定することが可能となる。

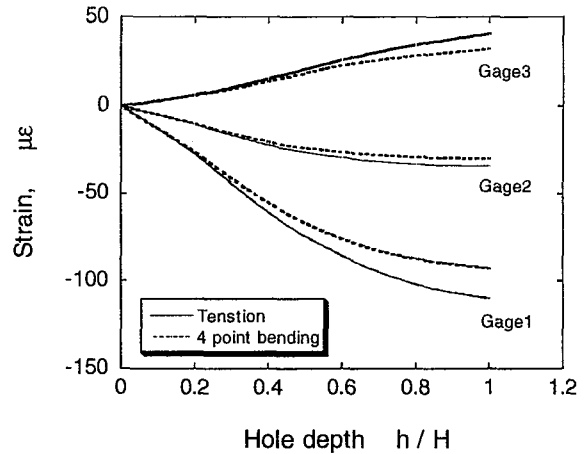


Fig. 9 Comparison of relieved strain changes with drilling between in uniform stress field and in linearly varying stress field.
一軸引張りおよび 4 点曲げにおける穿孔に伴うひずみゲージ出力の変化

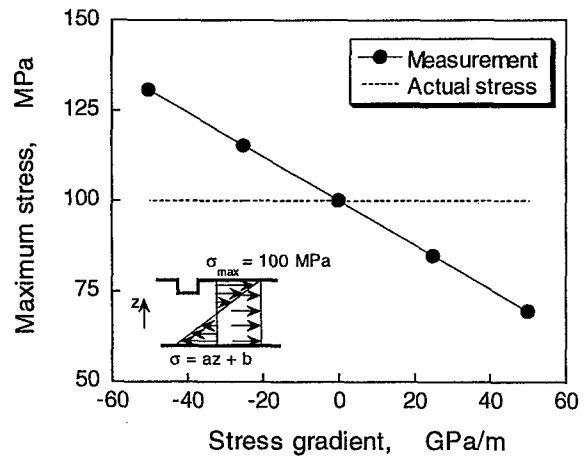


Fig. 10 Relationship between maximum stress measured and stress gradient under linearly varying stress field.
深さ方向に線型に応力が分布する場合の測定応力値と応力勾配の関係

そこで、種々の応力勾配の引張り (圧縮) 曲げにおけるひずみゲージ出力を解析し、応力勾配と測定値の関係を調査した。Fig. 10 に応力勾配と測定値の関係を示す。なお、測定面の表面応力は常に 100 MPa になるよう荷重境界条件を設定した。

Fig. 10 から、応力勾配と測定値の間には線形関係が成り立つことが分かる。このため、測定値 σ_m と実際の表面応力 σ_{act} の関係は、Fig. 10 のように z をとると、以下の式で表される。

$$\sigma_{act} = \sigma_m + 0.631 \frac{d\sigma}{dz} \quad (7)$$

したがって、板の表裏 2 点の応力を計測し、(7) 式の連立方程式を解くことで、簡便に正しい表面応力と応力勾配を推定することができる。

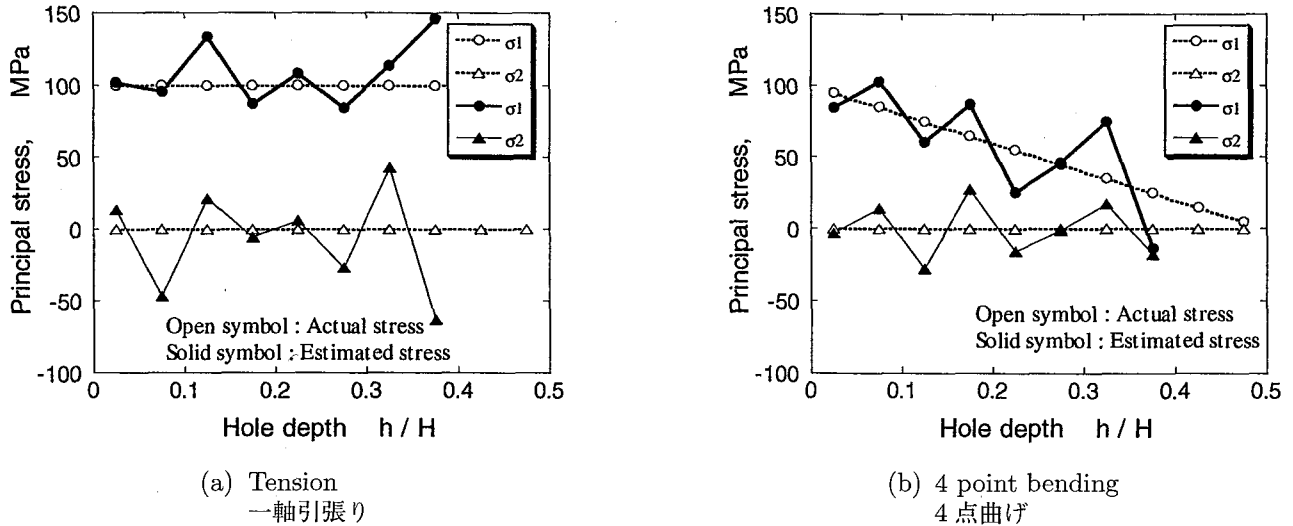


Fig. 11 The stress distributions estimated by proposed method.
開発した手法による応力分布の推定結果

通常構造部材は、引張り（圧縮）もしくは面外の曲げを受けることが多く、このような部材であれば、穿孔法は実応力測定法として、非常に適した方法であるといえる。

4.3 板厚方向の応力分布の推定

(1) 板厚方向の応力分布の推定方法

穿孔法では最終的なひずみゲージ出力のみを用いて応力を算出するため、穿孔中のひずみゲージ出力を測定することはない。しかしながら、Fig. 9 から明らかなように、穿孔中のひずみゲージ出力は、板厚方向の応力分布によって異なる。

そこで、これまで利用されていなかった穿孔に伴うひずみゲージ出力の変化を測定することで、板厚方向の応力分布を推定する方法について検討した。

等方応力場において、板厚方向に応力が変化する場合の穿孔に伴うひずみゲージ出力 $\varepsilon(H)$ は以下の式で表される¹⁷⁾。

$$\varepsilon(H) = \int_0^H A(h, H) \sigma(h) dh \quad 0 \leq h \leq H \quad (8)$$

ここで、 $A(h, H)$ は穿孔深さが H のときの深さ h で単位深さあたりにかかる単位応力によって生じる解放ひずみ、 $\sigma(h)$ は深さ h の位置にかかる応力である。

$A(h, H)$ は厳密解を求めることはできないため、最終穿孔深さまでを n 個に分割（以後分割された深さを穿孔増分と呼ぶ）し、(8) 式を離散化した以下の式で求めることになる。

$$\varepsilon_i = \sum_{j=1}^i A_{ij} \sigma_j \quad 1 \leq j \leq i \leq n \quad (9)$$

ここで、 ε_i は i 番目の穿孔深さにおける解放ひずみ、 σ_j は j 番目の穿孔増分にかかる応力、 A_{ij} は i の深さのときの j 番目の穿孔増分における単位応力に対する解放ひずみである。

そこで有限要素解析により A_{ij} を求めておけば、以下の連立方程式を解くことで深さ方向の応力分布を近似する事ができる。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 & & & \vdots \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & 0 & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ A_{n1} & \dots & \dots & \dots & \dots & A_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \vdots \\ \sigma_n \end{Bmatrix} \quad (10)$$

上記の考え方は同様に純せん断応力場においても成立する。そこで(9) 式を拡張し、主応力で表すと

$$\varepsilon_i = \sum_{j=1}^i A_{ij} (\sigma_{1,j} + \sigma_{2,j}) + \sum_{j=1}^i B_{ij} (\sigma_{1,j} + \sigma_{2,j}) \cos 2\alpha_j \quad (11)$$

となる。ここで、 $\sigma_{1,j}$ 、 $\sigma_{2,j}$ はそれぞれ j 番目の穿孔増分にかかる最大および最小主応力、 B_{ij} は、純せん断応力場における、孔深さ i のときの j 番目の穿孔増分における単位応力に対する解放ひずみ、 α_j は j 番目の穿孔増分に作用する最大主応力とひずみゲージのなす角である。

(11) 式を(10) 式のようにマトリクス化し、ベクトル表示すると

$$\{\varepsilon\} = [C]\{\sigma\} \quad (12)$$

となる。ここで、 ε はひずみベクトル、 σ は応力ベクトル、 C は係数マトリクスである。

ここで (12) 式において、測定値は $\{\varepsilon\}$ である。測定値には様々な原因により誤差が混入するため、正解値 $\{\varepsilon\}$ を誤差を含む測定値 $\{m\varepsilon\}$ に置き換える必要がある。この場合 (12) 式は解くことができなくなるため、最小 2 乗法により $\|\{m\varepsilon\} - [C]\{\sigma\}\|^2$ を最小にする $\{\sigma\}$ を求めた。

(2) 応力分布推定結果

応力分布の推定は、板厚に比べて板幅が十分に大きい板を仮定し、一軸引張りとおよび 4 点曲げについて行った。測定値には、FEM から求めた解析値に、乱数で $\pm 1\mu\varepsilon$ の範囲で誤差を付与したものを使用した。

Fig. 11 に推定結果の一例を示す。図中、破線で正解を示したが、一軸引張りおよび 4 点曲げ、どちらの場合も推定値は大きく振動しており、推定値から応力分布を推定するのは困難であった。

したがって、今後解の振動を抑制する手法について検討する必要がある。

5. 結 言

残留応力測定法の一つである穿孔法について、有要素法により、板厚方向に均一な応力場および不均一な応力場について解析し、板厚方向の応力分布が測定値に及ぼす影響について調査した。

また、これまで利用されていなかった穿孔中のひずみ変化を利用して、板厚方向の応力分布を推定する方法について検討した。

得られた結果は以下のとおりである。

- (1) 穿孔に伴う表面ひずみの変化を FEM により解析し、解析結果から較正係数 A, B を求めたところ、実験値と非常によく一致した。
- (2) 引張り曲げについて、応力勾配と測定値の関係を解析により求め、板厚方向に応力が分布する場合でも、正確な表面応力が求められることを示した。
- (3) これまで利用されていなかった穿孔中のひずみ変化から板厚方向の応力分布を推定する手法を開発した。
- (4) 開発した応力分布推定手法は、測定値に誤差が混入した場合に推定値の振動が激しくなることから、解の振動を抑える手法を検討する必要がある。

参 考 文 献

- 1) J. Mathar, Trans. ASME, Vol.56, No.4, pp. 249-254 (1934).
- 2) N.J. Rendler and I. Vigness, Experimental Materials, Vol.6, No.12, pp. 577-586 (1966).

- 3) R.A. Kesley, Proc., SESA, Vol.14, No.1, pp. 181-194 (1956).
- 4) R.A. Bathgate, Strain, Journal of BSSM, Vol.4, No.2, pp. 20-29 (1968).
- 5) S. S. Birley and A. Owens, NDT International, pp. 3-9, Feb. (1980).
- 6) A.A. Scaramangas, R. F. D. Porter Goff and R. H. Leggatt, Strain, Journal of BSSM, Vol.18, No.3, pp. 88-97 (1982).
- 7) S. Redner and C.C. Perry, Proceedings of 7th International Conference Experimental Stress Analysis, pp. 604-614, August (1982).
- 8) E. Proctor and E. M. Beaney, Experimental Techniques, Vol.6, No.6, pp. 10-15 (1982).
- 9) A.J. Bush and F.J. Kromer, Trans. ISA, Vol.112, No.3, pp. 249-260 (1973).
- 10) M.T. Flaman, Experimental Mechanics, Journal of SESA, Vol.22, No.1, pp. 26-30 (1982).
- 11) S.P. Wnuk, Presented at Technical Committee for Strain Gages, Spring Meeting of SESA, Dearborn, Michigan, June (1981).
- 12) J.E. Bynum, Experimental Mechanics, Journal of SESA, Vol.21, No.1, pp. 21-23 (1981).
- 13) W.R. Delameter and T.C. Mamaros, Sandia National Laboratories Report SAND-77-8006, p. 27 (1977).
- 14) A.M. Nawwar, K.Mclachlan, and J.Shewchuk, Experimental Mechanics, Journal of SESA, Vol.16, No.6, pp. 226-232 (1976).
- 15) E.N. Wayne, Proc. 5th International Conference on Experimental Mechanics, SESA, Brookfield Center, CT, 06805, pp. 126-136 (1984).
- 16) G.S. Schajer, Journal of Engineering Materials and Technology, Trans. ASME, Vol.103, No. 2, pp. 157-163 (1981).
- 17) G. S. Schajer, Trans. ASME, Vol. 110, No.4, pp. 338-343 (1988).
- 18) G.S. Schajer, Trans. ASME, Vol. 110, No.4, pp. 344-349 (1988).
- 19) M.T. Flaman and B.H. Manning, Experimental Mechanics, Vol. 25, No. 9, pp. 205-207 (1985).
- 20) A. Niku-Lari, J. Lu and J.F. Flavenot, Experimental Mechanics, Vol. 25, No. 6, pp. 175-185 (1985).
- 21) 村上敬宣, 弾性力学, 養賢堂, pp. 50-54 (1985).
- 22) ASTM Standard E-837-94a.

(平成 13 年 1 月 22 日受理)